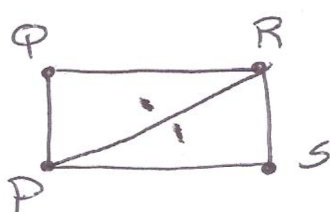
① $\int \frac{2}{3}x^3 - 6x^{1/2} + 1\, dx$

$= \frac{2}{3}\frac{x^4}{4} - 6x^{3/2}\left(\frac{2}{3}\right) + x + c$

$= \frac{x^4}{6} - 4x^{3/2} + x + c$

TP 2

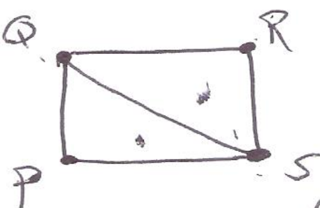
⑦ Cuadrilátero PQRS se trazo la ~~dg~~ diagonal PR, quedan determinados los triángulos



$\overset{\Delta}{PRS}$
$\overset{\Delta}{PRQ}$ son congruentes

En cambio si se ~~tag~~ traza la diagonal QS, quedan determinados los triángulos ~~R~~ PQS y RQS, que son congruentes. ¿Qué tipo de cuadrilátero es PQRS? Es un paralelogramo.





PQS
$\overset{\Delta}{RQS}$ son congruentes.

$\overset{\Delta}{PQS} \cong \overset{\Delta}{RQS}$





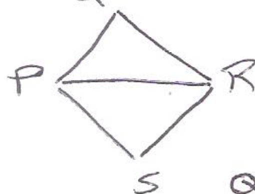
Tipos de cuadriláteros: paralelogramo, no paralelogramo







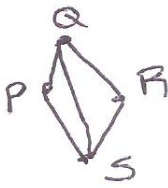

Cuadrado Rect. Rombo Romboide Trapecio Trapezoide











$\overset{\Delta}{PQS} \cong \overset{\Delta}{RQS}$

① GEOMETRÍA

⑳ Si la suma de las medidas de los ángulos interiores de un polígono es igual a la suma de las medidas de sus ángulos exteriores, ¿cuántos lados tiene el polígono? 4. Por lo tanto el polígono es un cuadrado.

La suma de todos los ángulos exteriores de cualq. polígono siempre es 360°. Los ángulos exteriores de un polígono regular miden exactamente lo mismo que sus ángulos centrales y se calculan de la misma forma: dividiendo 360 entre su número de lados.

~~Suma ángulos internos de~~

(*) Suma ángulos internos de un polígono:

$$180° * (n - 2)$$
(n = lados)

Importante:
(*) Suma ángulos exteriores de cualq. polígono: 360°

$360° = 180° * (n - 2)$
$360° = 180° n - 360 \Rightarrow 720 = 180° n \Rightarrow$
$\Rightarrow$?? $\Rightarrow n = 4$

③

24) ¿Cuántos lados tiene el polígono que cumple que la diferencia de la suma de los ángulos interiores menos la suma de los ángulos exteriores es 900°?

• Suma de los ángulos interiores: $180° * (n-2)$

donde n es el número de lados.

Suma de los ángulos exteriores: siempre es 360°.

$$180° * (n-2) - 360° = 900°$$

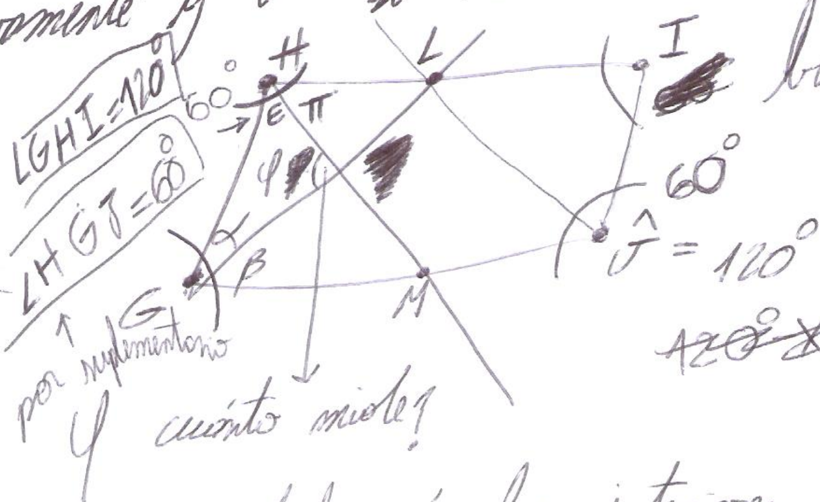
$$180°n - 360 - 360° = 900° \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 180°n - 720° = 900° \Rightarrow 180°n = 900° + 720°$$

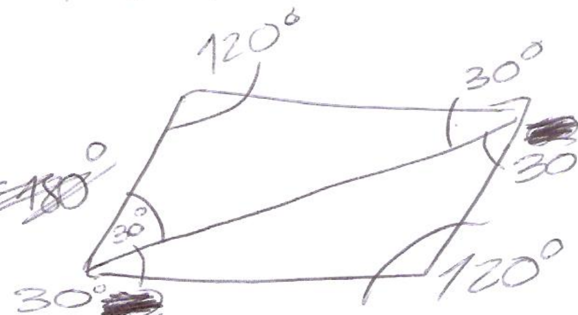
$$\Rightarrow 180°n = 1620 \Rightarrow \boxed{n = 9}$$

∴ El polígono que lo cumple tiene **9** lados.

22) Si GHIJ es un paralelogramo, HM y GL son bisectrices de los [redacted] ángulos GHI y [redacted] HGJ respectivamente y J = [redacted] 120°, ¿cuánto mide el ángulo φ?



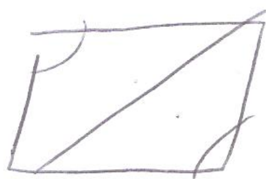
[redacted] bisectrices: dividen el ángulo a la mitad

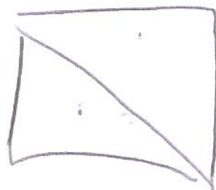


• Suma de los ángulos interiores de todo paralelogramo: 360°

Suma de los ángulos interiores 360°.

$360^\circ = 180$ *

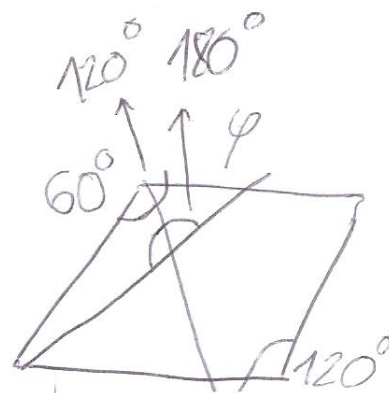




Paralelogramos: Tienen iguales sus lados opuestos y tienen iguales sus ángulos opuestos. Dos ángulos consecutivos son suplementarios

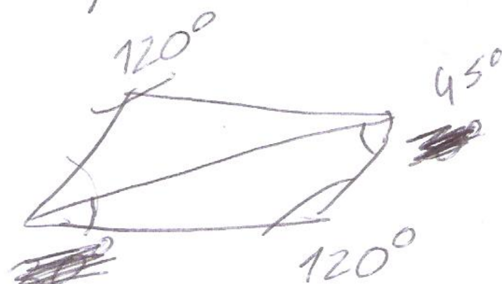
$\angle GHI = 120^\circ$

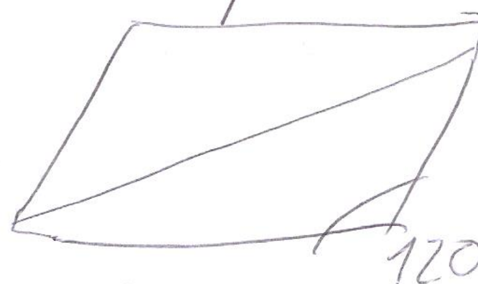
$\angle GHM = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$





Suma de ángulos internos de un triángulo: 180°



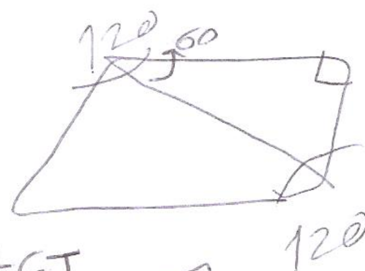


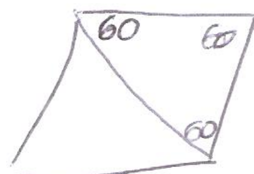
Paralelogramo

15°

Dos ángulos consecutivos son suplementarios: $180 = 120^\circ + \angle HGJ$

$\Rightarrow \boxed{\angle HGJ = 60^\circ}$





⑤ $\angle J = 120°$



㉒ $\angle GHI = 120°$

$\angle HGJ = 60°$

por suplementario

$\angle GHM = 60°$ por bisectriz del ángulo $\angle GHI = 120°$



$\angle HGL = 30°$ por ser bisectriz del ángulo $HGJ = 60°$

$180° = 60° + 30° + \varphi \Rightarrow$

$\Rightarrow 180° = 90° + \varphi \Rightarrow$ $\boxed{\varphi = 90°}$

$\boxed{\varphi = 90°}$

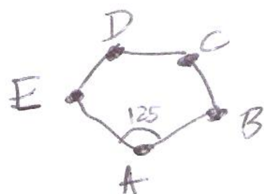
---

24) Hecho

25) En el polígono ABCDE, se cumple que:

$A = 125°$; $B = \frac{1}{2} A$; $D = \frac{5}{3} E$; $E = \frac{3}{2} B$

Calcula la medida del ángulo C.



$\angle A = 125°$

$\angle B = 62.5°$

$\angle C =$

$E = 93,75°$

$\boxed{\angle D = 156,25}$

<u>Suma ángulos interiores de un polígono:</u>

$180° (n-2)$

$540° = 125° + 62.5° + 93.75° + 156,25° + \angle C$

$\Rightarrow \angle C = 102,5°$

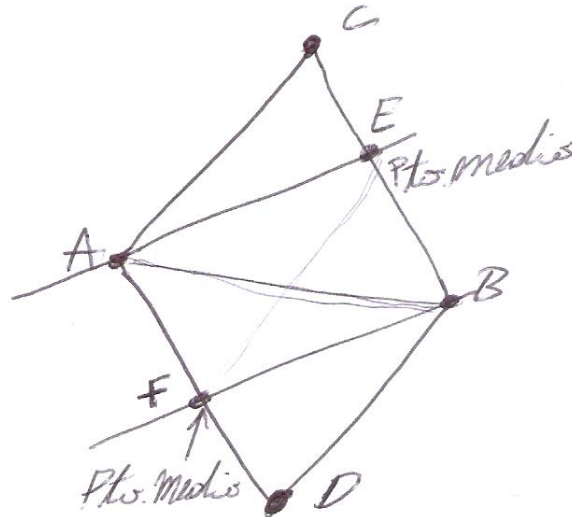
33) ⑥ Se puede estar seguro que si un paralelogramo tiene sus ángulos opuestos iguales se trata de un rectángulo?

No, todos los paralelogramos tienen la propiedad de tener ángulos opuestos iguales.

34) La siguiente figura es un rombo ABCD que fue construido a partir de dos triángulos equiláteros congruentes, se trazaron las mediatrices de los lados BC y AD. ¿Es cierto que el cuadrilátero AEBF es un rectángulo?

equilátero: todos los ángulos iguales por lo tanto todos ~~to~~ valen 60°

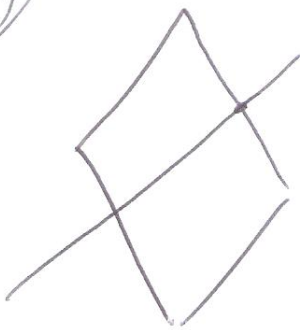


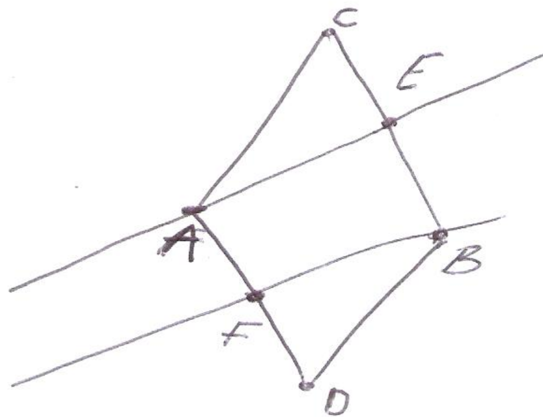


Mediatriz: recta perpendicular a un lado del triángulo que pasa por el pto. medio de dicho ~~lado~~ lado.

Todo triángulo tiene 3 mediatrices una de cada lado y se interceptan en un pto. llamado circuncentro

(7)





Es cierto que el cuadrilátero AEBF es un rectángulo?

<u>Rectángulo Propiedades:</u> Los lados opuestos tienen la misma longitud. Los dos diagonales tienen la misma longitud. Tiene dos líneas de simetría de reflexión y simetría rotacional de orden 2.

Sí, es un rectángulo ya que posee 4 vértices 4 lados, 2 diagonales y 4 ángulos interiores

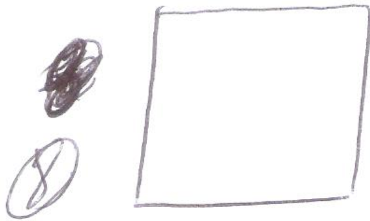
(31) El segmento a es la diagonal de un cuadrado. ¿Se puede construir usando regla no graduada y compás? ¿Es posible construir más de uno?

Resuelto en página (151)

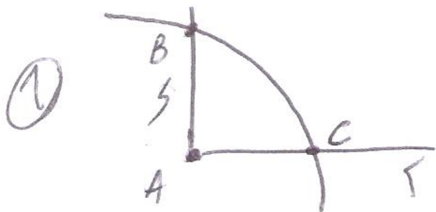


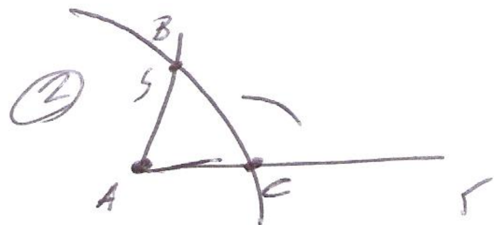
Es decir se puede construir la diagonal de un cuadrado sin utilizar una regla no graduada y con compás?

Sí

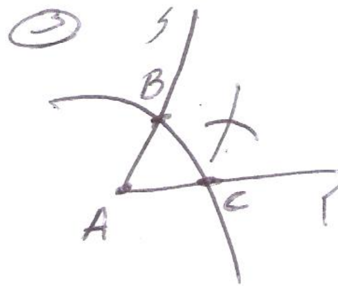


(1) medir diagonal con compás luego desde el vértice A hago un arco (2) luego hacemos la bisectriz del ángulo recto, con el compás tomamos media medida y dibujamos un arco que corte la bisectriz





diagonal

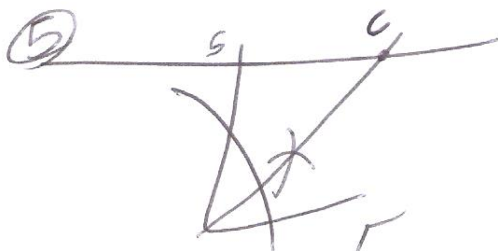


luego del pto. B trazamos otra línea que corte lo que habíamos hecho.

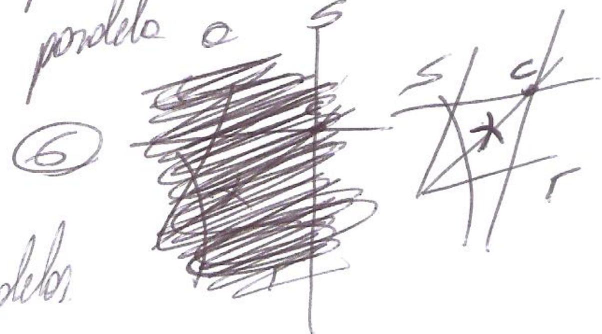


ahora medimos con el compás la diagonal y la trazamos ~~sob~~ sobre la bisectriz ese pto. será

Ahora hacemos una paralela a r que pase por C



y pasando por C tmb. una paralela a s



7) trazamos las demás paralelas

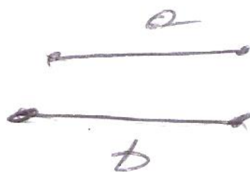
9

El segmento a es la diagonal de un cuadrado. ¿Se puede construir usando regla no graduada y compás?

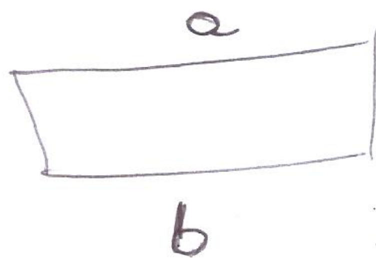
Sí, se puede construirlo.

Sí, se puede construir más de 1. porque el cuadrado tiene dos diagonales

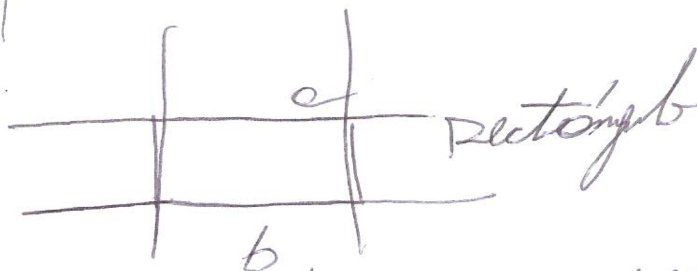
28 Los segmentos a y b son paralelos



a) Dibujo el cuadrilátero que tenga un par de lados opuestos sobre los segmentos a y b y otro par de lados que sean paralelos entre sí y corten ~~el~~ a los segmentos a y b

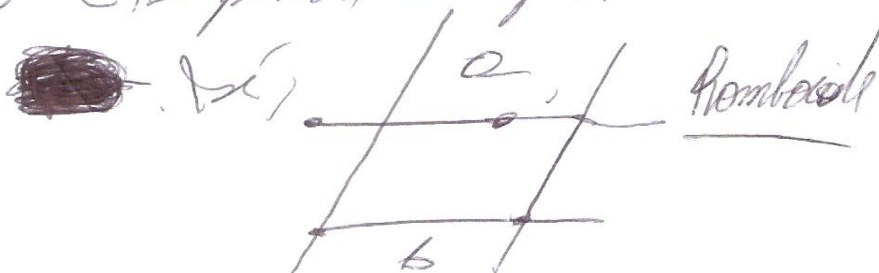


un par de lados opuesto

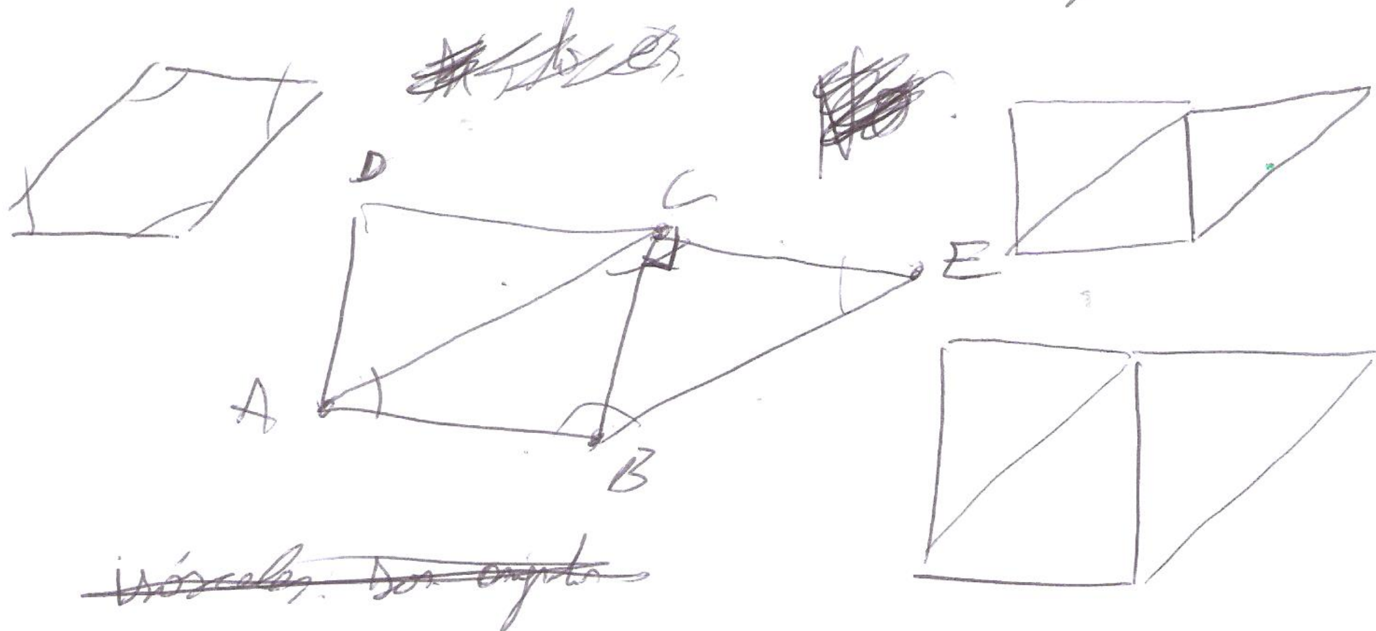


b) es posible dibujar más de 1 cuadrilátero?

[redacted] Sí,



(10) Se sabe que ABCD es un cuadrado y que BCE es un triángulo rectángulo e isósceles. Decide si es cierto que el cuadrilátero CEBA es un paralelogramo



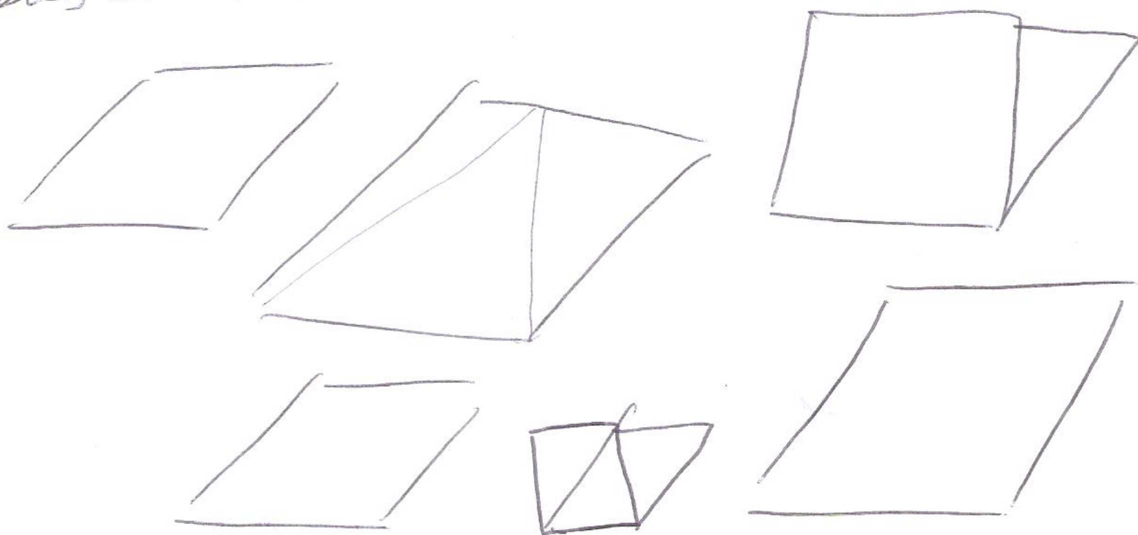
Isósceles: dos lados y dos ángulos iguales. 1 desigual.

Propiedades romboide:

Tiene 4 lados, 4 vértices y 4 ángulos

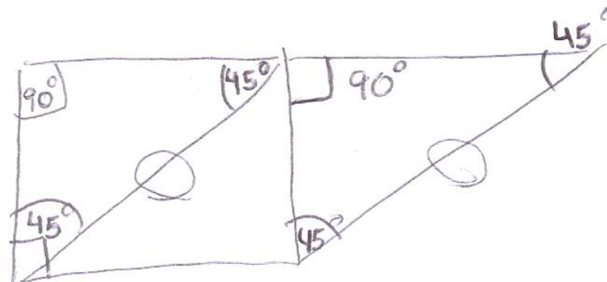
Los lados contiguos tienen diferente medida

Tienen dos pares de lados opuestos, iguales y paralelos entre sí



(11)

(29)



la base,

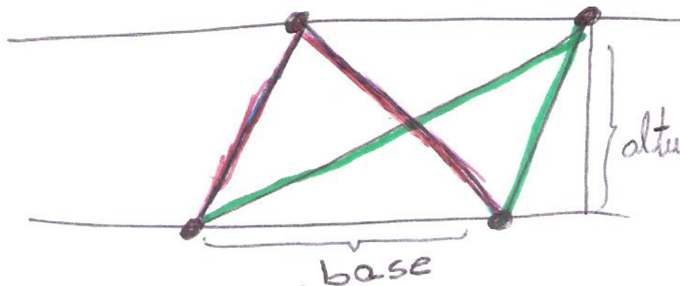
Triángulo rectángulo isósceles: (45 - 90 - 45);



Sí ya que la diagonal del cuadrado forma 45° y el triángulo rectángulo isósceles tiene un ángulo de 90° grados y otros dos de 45°. Es decir que la diagonal del isósceles es paralela a la diagonal del cuadrado. X Dudoso

Thales Theorem

Teorema de Tales.



Qué tienen en común los dos triángulos?

La a

* La base y la altura

$$Area = \frac{base \times altura}{2}$$ ⇒ Como la base y la altura son iguales cuando dos triángulos se dibujan entre dos rectas paralelas con la misma base

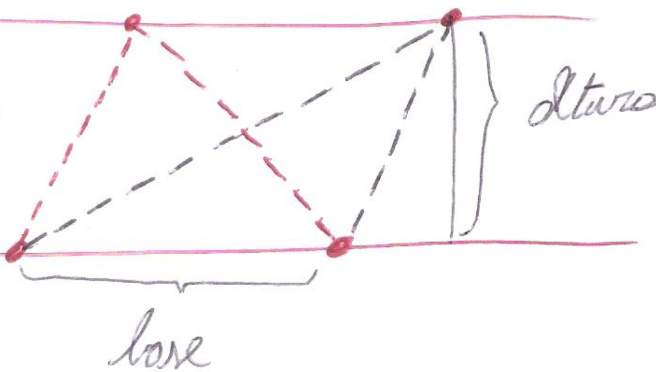
Teorema de Tales

Propiedad 1

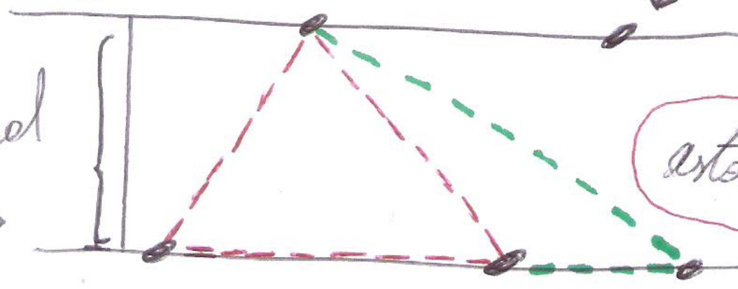
Cuando dos triángulos son dibujados entre rectas paralelas con la misma base, sus áreas son iguales.



Comparten la base y la altura



Otro ejemplo:



¿Qué comparten? La altura de estos 2 triángulos es común. (La misma) pero la base es diferente.

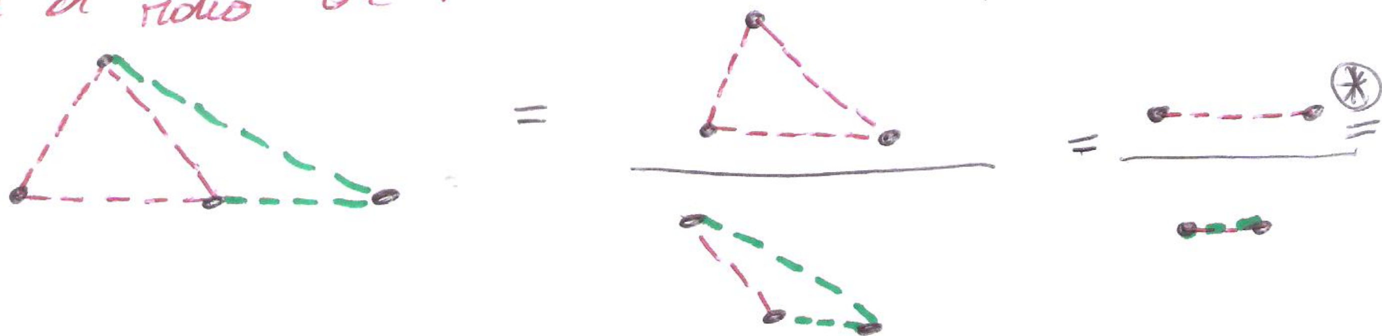
Si observamos en este caso ~~del~~ dividimos un triángulo en dos dibujando una línea en el medio. Acá no necesitamos líneas paralelas para saber que poseen la misma altura.

(*) Si dibujo dos triángulos dividiéndolo por una línea entr. todos los triángulos que se juntaron tendrán la misma altura.

PERO su área no será igual sino

(13)

que [illegible] el ratio de sus áreas será igual al ratio de sus bases. Ratio = relación.



Porque cuando tomamos la relación de las áreas el valor constante $\frac{1}{2}$ y la altura se cancelarían.

$$(*) = \frac{\frac{1}{2} * \text{——} * \text{altura}}{\frac{1}{2} * \text{——} * \text{altura}}$$

la resultante será la relación de las bases.

Propiedad 2:

Es decir el área NO será igual pero la relación de sus áreas será igual a la relación de sus bases.

Propiedad 1:

* Triángulos dibujados entre dos líneas paralelas con la misma base tienen la misma área.

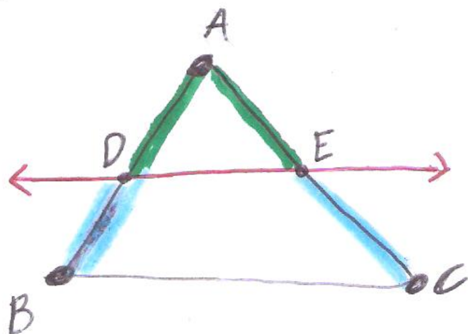
14

2do propiedad

La relación de áreas de triángulos con la misma altura es igual a la relación de sus bases.

3ro propiedad

Vamos a probar que si una línea es dibujada paralelamente a un lado de un triángulo para interceptar los otros dos lados en diferentes puntos, los otros dos lados son divididos en la misma relación

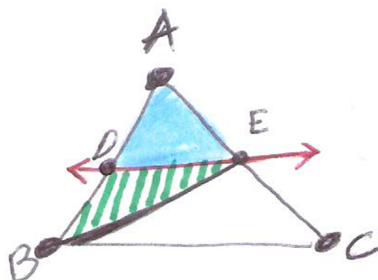


$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

Dado: $DE \parallel BC$

Probar: $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

Prueba:



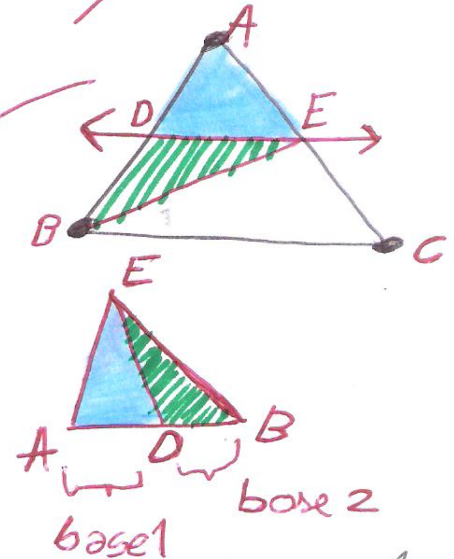
Área de un triángulo:

$\frac{1}{2}$ * base * altura

(15) 1er paso:

$$\frac{A(\Delta ADE)}{A(\Delta BDE)} = \frac{\frac{1}{2} * AD * altura}{\frac{1}{2} * BD * altura}$$ ⊛ } misma altura

Podemos observar que estos dos triángulos [redacted] están dibujados dentro de un triángulo más grande [redacted] Δ ABE



⊛ Usando la 2da propiedad podemos decir que la altura de los triángulos es la misma.

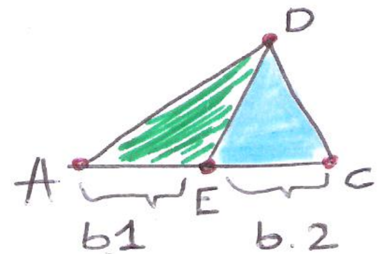
$$\frac{A(\Delta ADE)}{A(\Delta BDE)} = \frac{AD}{BD}$$

usando la prop. 2 (poseen misma altura)

2do paso:

$$\frac{A(\Delta ADE)}{A(\Delta CDE)} = \frac{\frac{1}{2} * AE * altura}{\frac{1}{2} * EC * altura}$$

$$= \frac{AE}{EC}$$



(16)

3er paso:



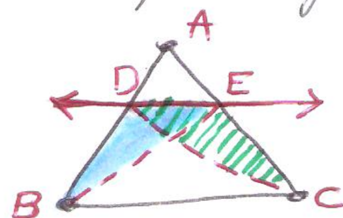


En ambas ecuaciones obtuvimos $\frac{AD}{BC}$ y $\frac{AE}{EC}$ pero necesitamos probar que estas ecuaciones son iguales para que podamos concluir que sus relaciones son iguales.

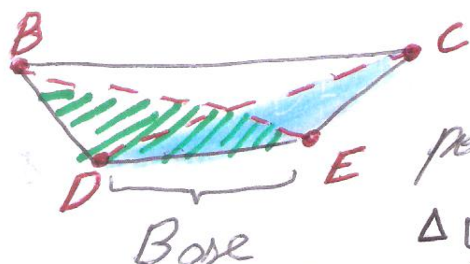
Si vemos la parte izquierda de la ecuación 1 $\left(\frac{A(\Delta ADE)}{A(\Delta BDE)}\right)$ y la parte izquierda de la ec. número 2 $\left(\frac{A(\Delta ADE)}{A(\Delta CDE)}\right)$. Si tenés que probar que la parte derecha de estas ecuaciones son iguales, la parte izquierda de ambas ecuaciones tmb. debería ser igual.

En la parte izquierda de ambas ecuaciones tenemos un triángulo en común (ΔADE)

Ahora podemos probar que las áreas de los triángulos $A(\Delta BDE)$ y $A(\Delta CDE)$ son iguales, entonces la parte izquierda de ambas ecuaciones serán iguales, y por lo tanto el lado derecho tmb será igual. Lo que significa que la relación será igual y listo.



(17)



Si usamos la propiedad 1 podemos ver que para el triángulo ΔBED, $\overline{DE}$ es la base y para el triángulo ΔCDE tamb. consideremos la base como $\overline{DE}$ entonces $\overline{DE}$ es la base de ambos triángulos y están dibujados entre dos líneas paralelas ($\overline{DE}$ y $\overline{BC}$) eso significa que la altura de estos triángulos son la misma

$$\frac{A(\Delta BDE)}{A(\Delta CDE)} = \frac{1/2 * DE * altura}{1/2 * DE * altura} = 1 \Rightarrow$$

$$A(\Delta BDE) = 1 * A(\Delta CDE) \Rightarrow$$

$$A(\Delta BDE) = A(\Delta CDE)$$

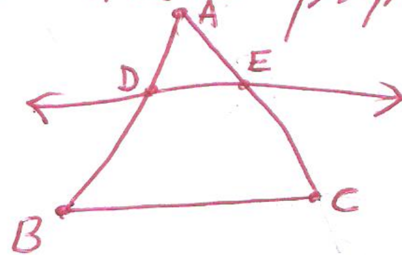
luego $$\frac{A(\Delta ADE)}{A(\Delta BDE)} = \frac{A(\Delta ADE)}{A(\Delta CDE)}$$

∴ De la ecuación nº 1 y 2 podemos decir que

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$ //

(18)

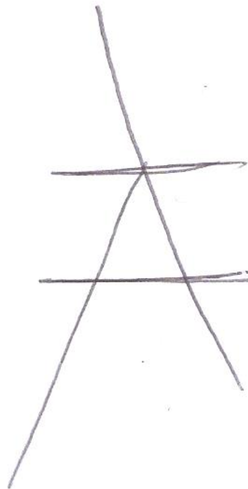
: Una línea paralela a un lado de un triángulo divide los otros dos lados en la misma proporción.

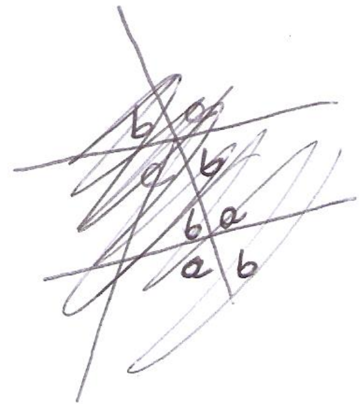


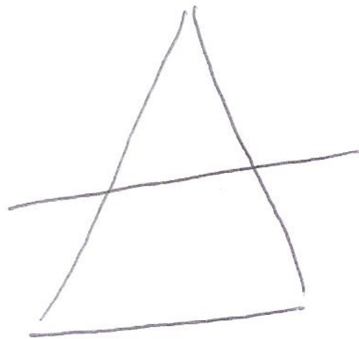
Se la llama

Basic Proportionality Theorem

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

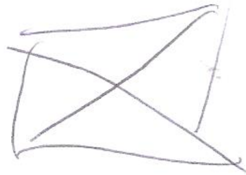
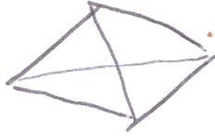
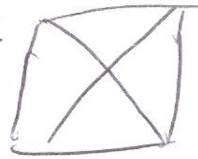
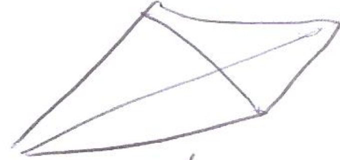


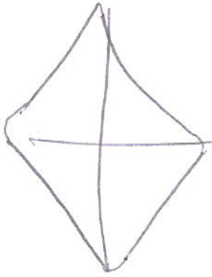
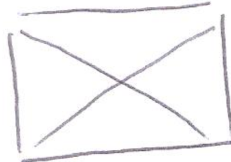




30) a) Si un paralelogramo tiene dos oly sus diagonales iguales seguro es un cuadrado

Falso.

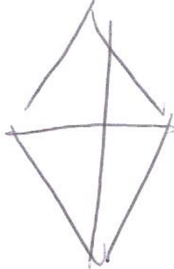
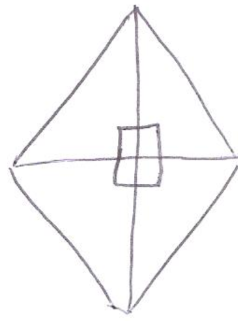
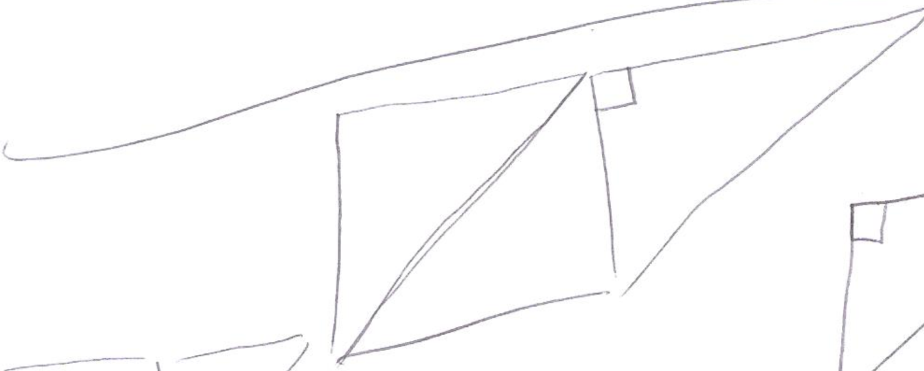
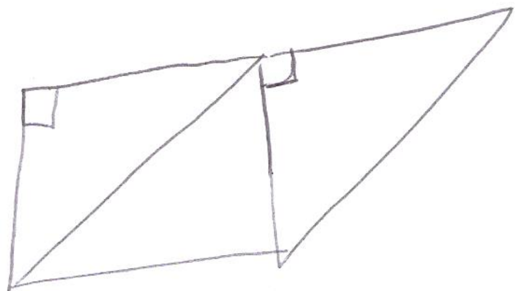
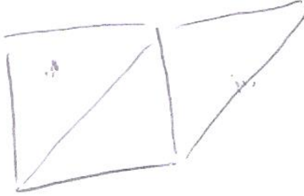
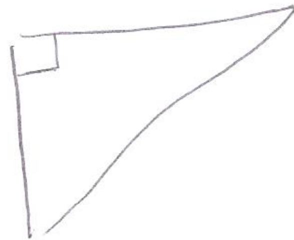
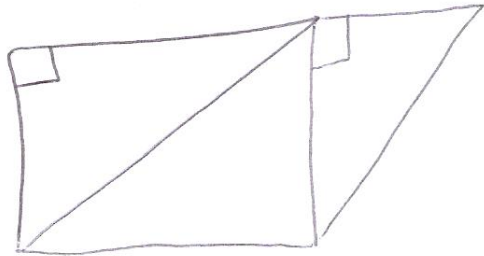





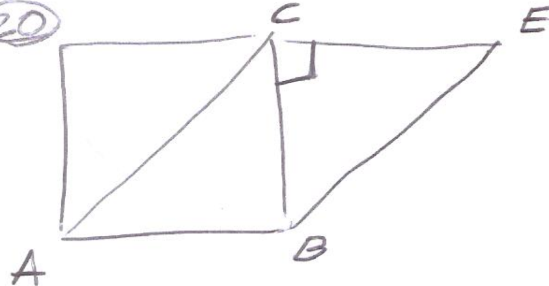
en el caso de un rectángulo sus diagonales tmb son iguales

b) Si un paralelogram tiene dos diagonales que forman angulos rectos, seguro es un rombo

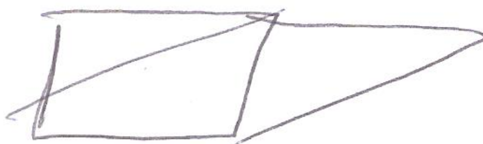
Verdadero

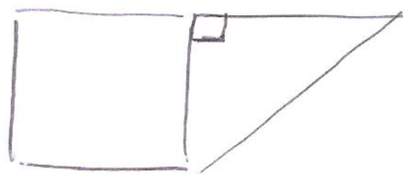








20

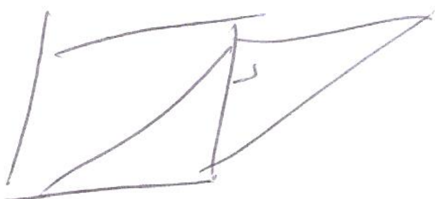


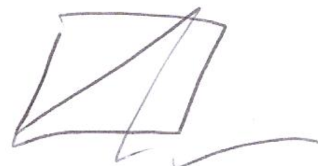
BCE es un triángulo isósceles rectángulo

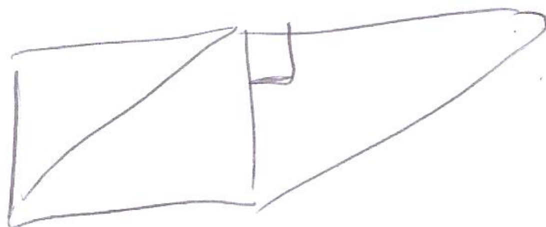




30









T.P. Nº 3

ⓐ Dados los segmentos $w = 7$ cm, $z = 5$ cm, y $c = 4$ cm., construye el segmento cuarto proporcional.

cualq. = que se cortan en 1 pto.

1. Dibujó 2 rectas cualq. concurrentes con cualq. ángulo.

$$\frac{W}{Z} = \frac{C}{X}$$

2. Transportó y marcó donde corto con compás. el segmento mas largo en la 1era recta (abajo) y con el compás marca el otro segmento en la recta superior. luego desde el pto. marcado en la recta superior medí con el compás el otro segmento y marco donde corto con la recta superior. luego uní puntos y trazó recta paralela

$c = 4$ cm

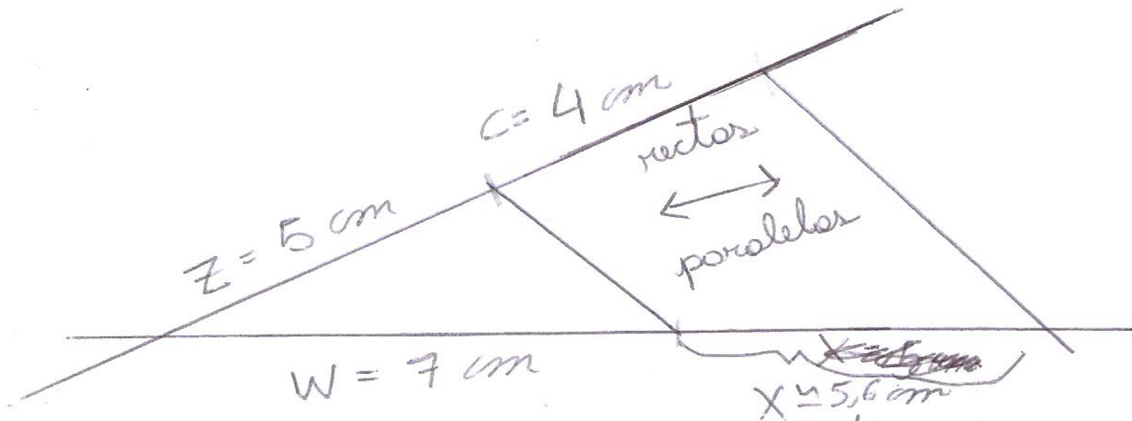
$z = 5$ cm

rectas paralelas

$w = 7$ cm

X

El segmento x es el 4to proporcional.

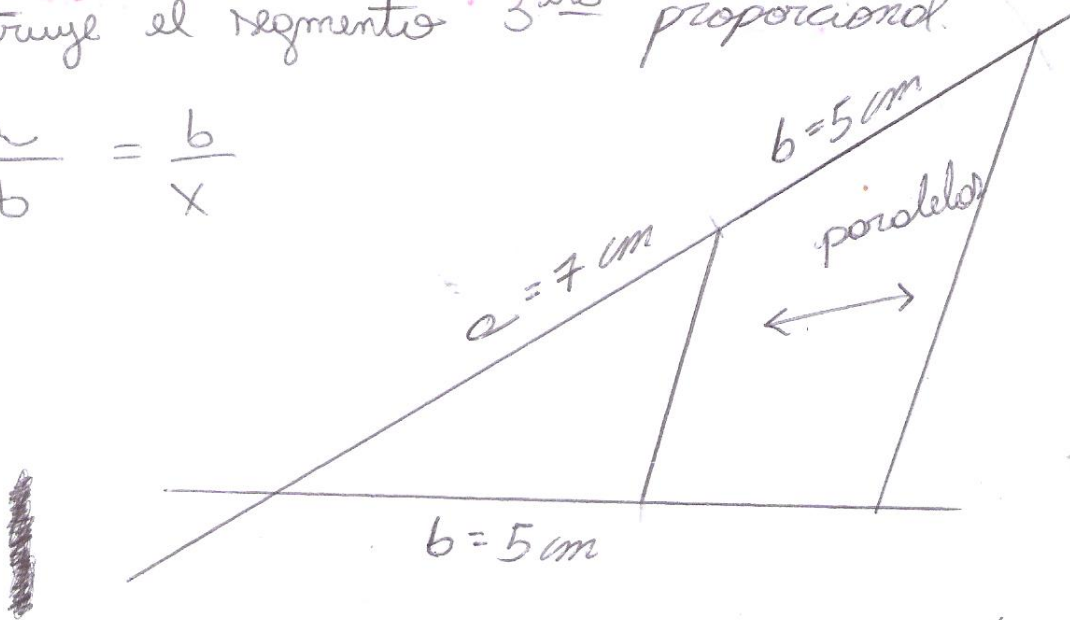


$$\frac{Z}{W} = \frac{C}{X} \Rightarrow \frac{5}{7} = \frac{4}{X} \Rightarrow X = 5{,}6 \text{ cm.}$$

b. Dados los segmentos $a = 7$ cm., y $b = 5$ cm construye el segmento 3ero proporcional.

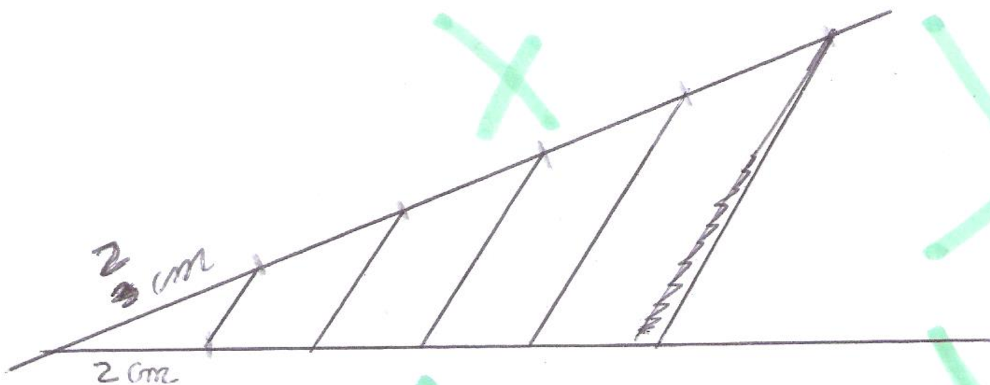
Anexo
21
2/5

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{x}$$



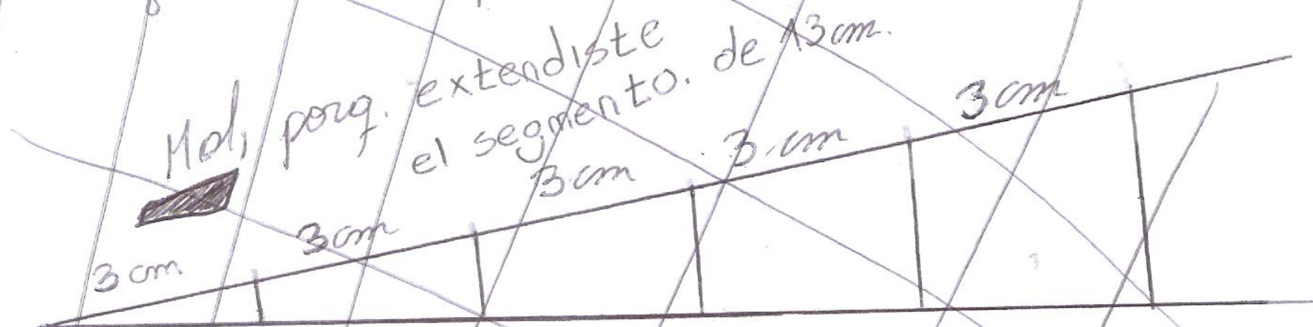
Dos rectas cualq. que se cortan en 1 punto.
Con un compas marcan ~~las~~ el segmento a en la ~~recta~~ recta superior y marcamos 5 cm con un compás en la recta inferior desde el origen y desde el punto que corta a con la recta superior marcó otra vez b.

© Dado un segmento de 13 cm., divídelo en 5 segmentos iguales.



ⓒ Trazo dos rectas de cualq. ángulo

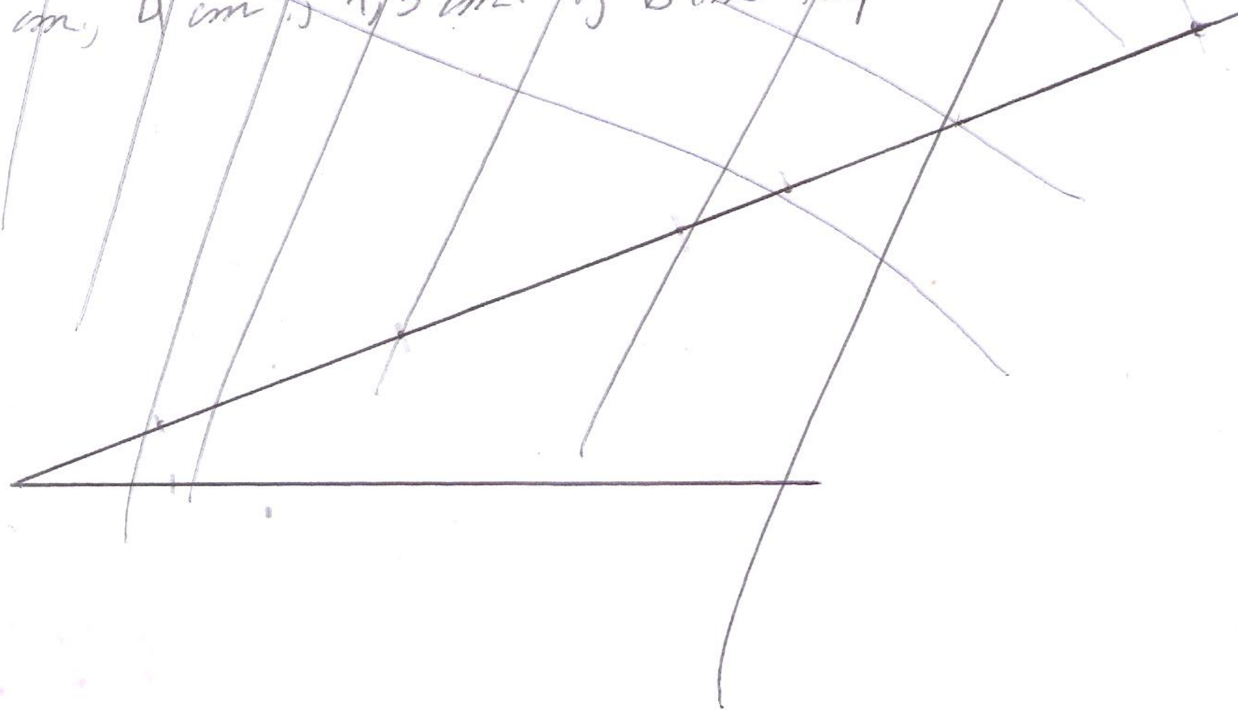
luego con una medida cualq. marcar arriba y abajo ambas rectas. luego uní los puntos y trazé paralelas a esa recta



3 cm

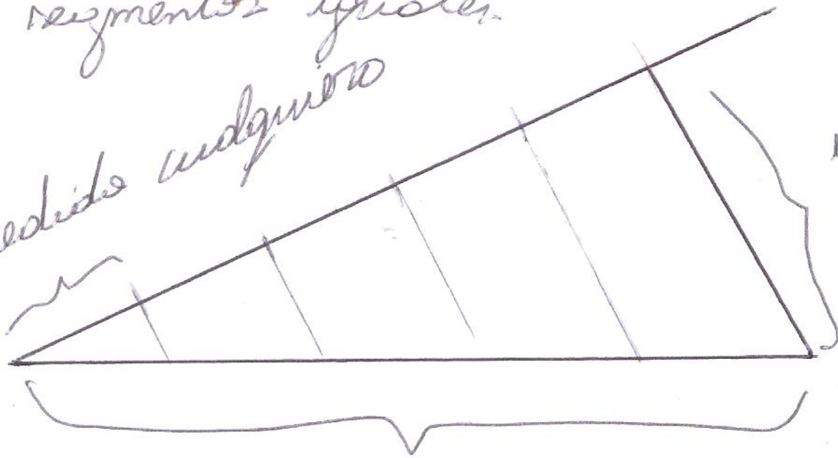
Mal. El segmento debería medir 2,6 cm.

ⓓ Dado un segmento de 11 cm, divídelo en 5 segmentos proporcionales a los segmentos de 2 cm, 3,5 cm, 4 cm, 1,5 cm y 6 cm respectivamente.



21 Anexo 4/5

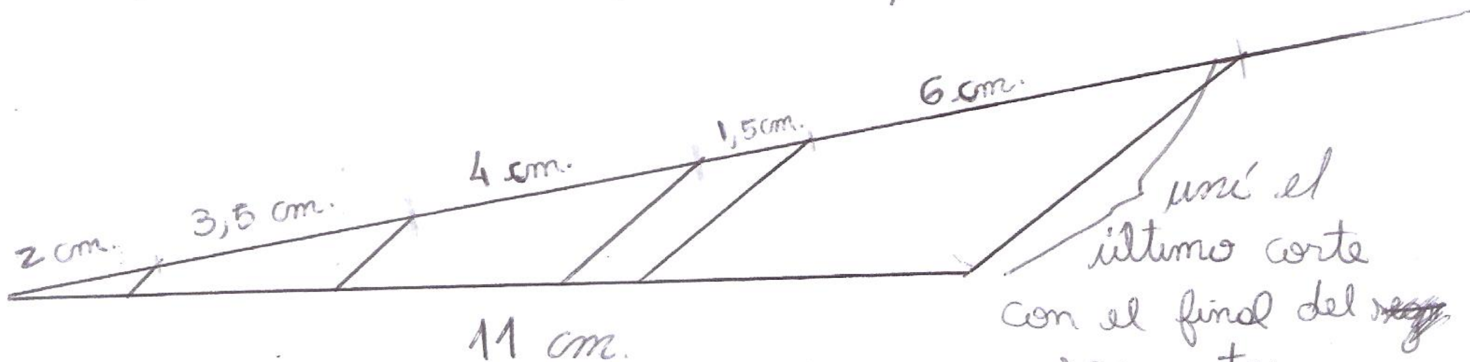
ⓒ Dado un segmento de 13 cm, divídelo en 5 segmentos iguales.



13 cm.

unir esta con el último, luego trazo paralelos con escuadra y cartabón

ⓓ Dado un segmento de 11 cm., divídelo en 5 segmentos proporcionales a los segmentos de 2 cm, 3,5 cm, 4 cm., 1,5 cm y 6 cm respectivamente.



uní el último corte con el final del segmento.

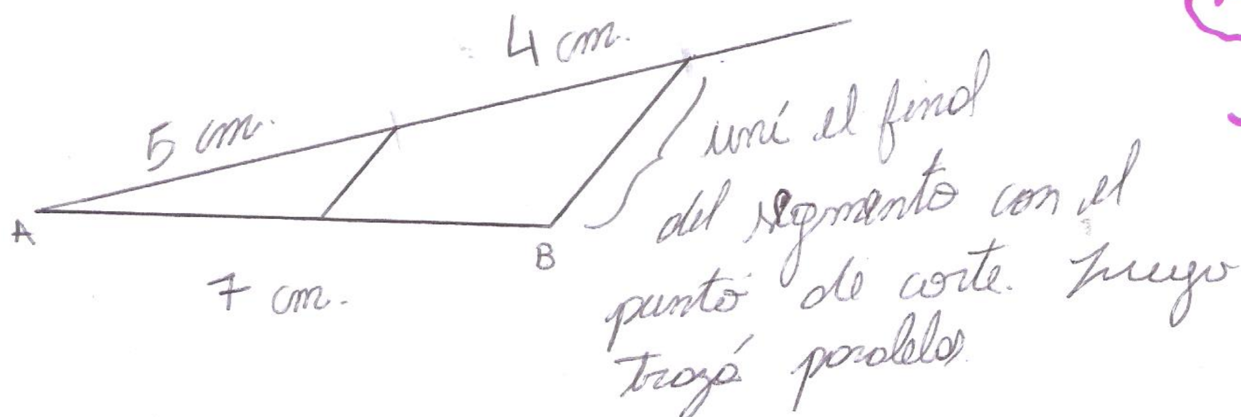
luego trazo paralelos.

???

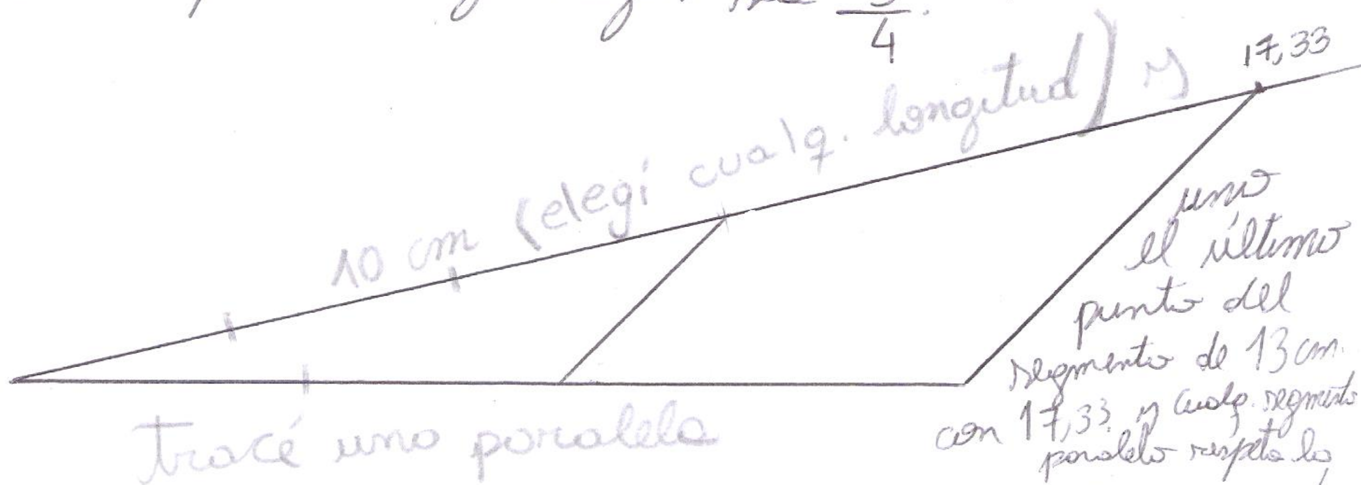
e) Dado el segmento $\overline{AB}$ de 7 cm. divídelo en dos partes proporcionales a dos segmentos de 5 cm. y 4 cm. de longitud.

21 Anexo

5/5



f) Dado un segmento de 13 cm. de longitud divídelo en 2 partes cuya razón sea $\frac{3}{4}$.



$\frac{13}{x} = \frac{3}{4} \Rightarrow 4 \cdot 13 = 3x \Rightarrow 52 = 3x$

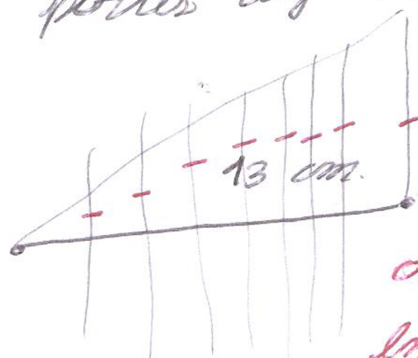
$\Rightarrow \frac{52}{3} = x \Rightarrow x = 17,33 = \frac{52}{3}$

(21)

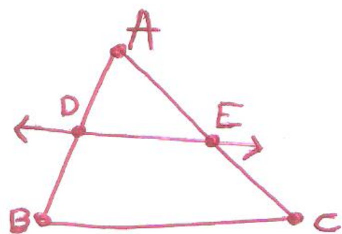
Trabajo Práctico Número 3

TP. 3

1) Dado un segmento de 13 cm. de longitud divídelo en 2 partes cuya razón sea 3/4.



Una línea paralela a un lado de un triángulo divide los otros dos lados en la misma proporción

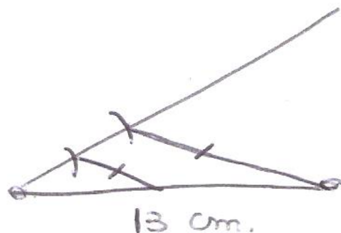


$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

Desde el segmento dibujamos una semirrecta que



tenga una dirección cualq. medimos con el compás $\frac{3}{4}$ y lo pongo sobre la recta. Luego trazamos paralelas.

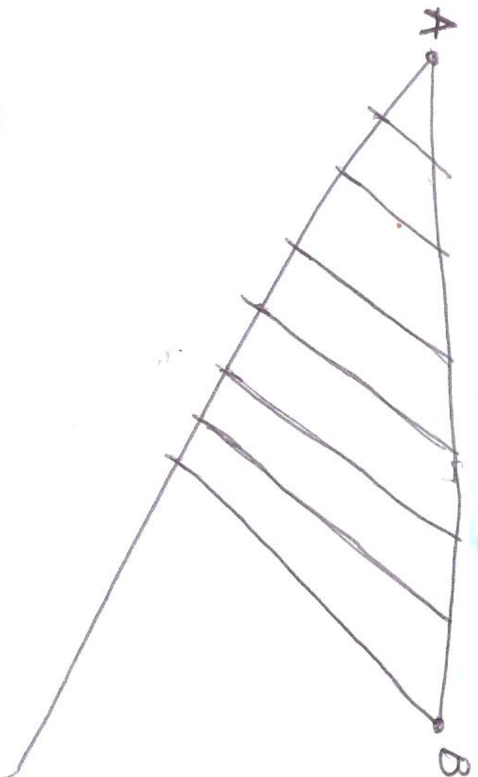


Md

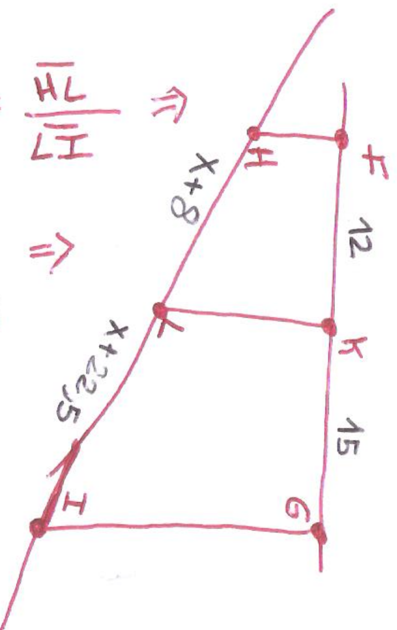
Y el paralelismo se traza con escuadra y cartabón

Md

(22) 7 partes iguales.



(2)



$\frac{\overline{FK}}{\overline{KG}} = \frac{\overline{HL}}{\overline{LI}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{12}{15} = \frac{X+8}{X+22,5} \Rightarrow$

$\Rightarrow 0,8 = \frac{X+8}{X+22,5}$

$(X+22,5 \neq 0)$

$\Rightarrow \frac{12}{15}X + 18 = X+8$

$\Rightarrow \frac{12}{15}X + 10 = X$

$\Rightarrow$

$-0,2X = -10$

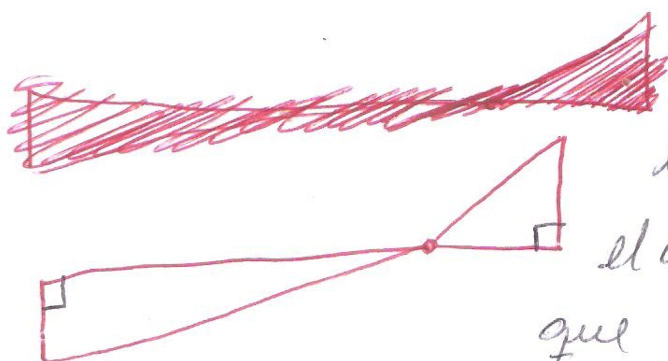
$\Rightarrow \boxed{X = 50}$

$\frac{12}{15} = \frac{58}{50+22,5}$

$0,8 = 0,8$ ✓

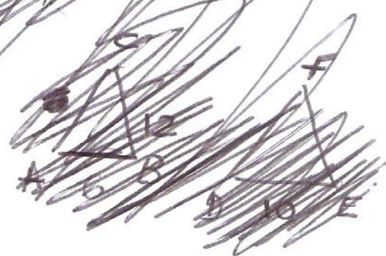
(23)

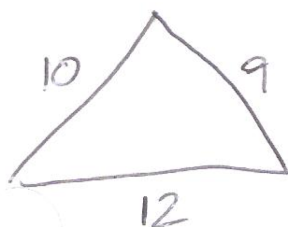
(13) Son semejantes los siguentes triángulos ?

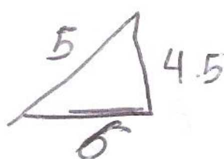


Sí, los lados son prop. y el ángulo op al lado mayor que ellos son iguales

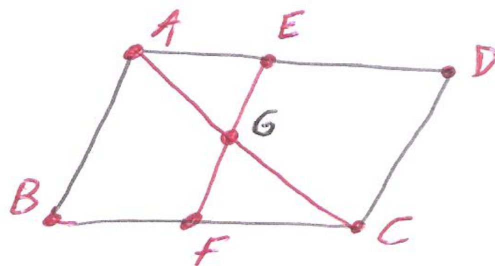
Semejantes: si poseen dos lados proporcionales y el ángulo opuesto al mayor de ellos son respectivamente iguales. ~~Ejemplo △ABC y △DEF son semejantes si AB = 6, BC = 12, DE = 10 y DF = 7,5~~







Sea ABCD un paralelogramo, AC es una de las diagonales, el segmento EF tiene sus extremos sobre los lados AD y BC.

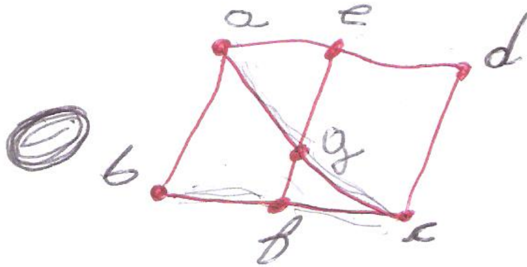


Prop. 1: Cuando dos triángulos son dibujados entre rectas paralelas con la misma base, sus áreas son iguales.

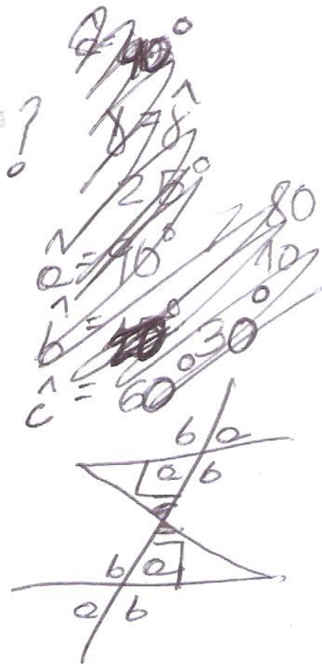
Prop. 2: Si es un triángulo dividido por una línea, la relación de su área será la relación de sus bases.

3 era propiedad:

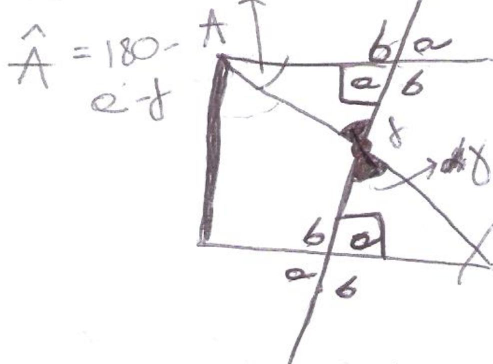
Una línea paralela a un lado de un triángulo divide los otros dos lados en la misma proporción



¿Δ aeg ≅ Δ gfc?



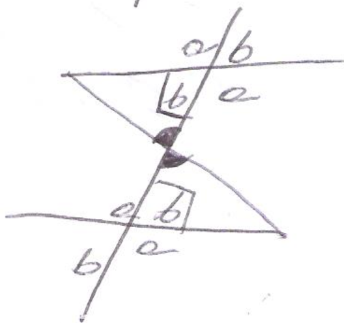
$\hat{A} = 180 - a - \gamma$



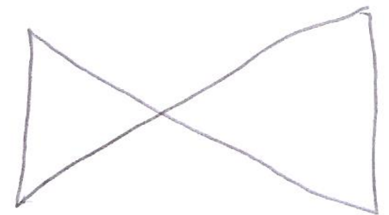
Por tales se sabe que:

$$\frac{\overline{AE}}{\overline{ED}} = \frac{\overline{AG}}{\overline{GC}}$$

$$\frac{\overline{AG}}{\overline{GC}} = \frac{\overline{BF}}{\overline{FC}}$$

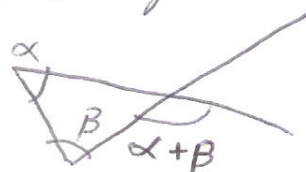


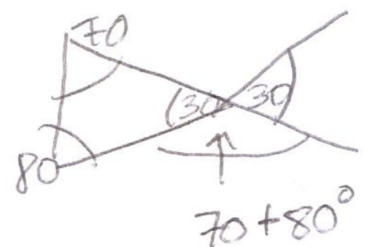




Ya se cumple semejanza de triángulo porque ~~tiene~~ tengo dos ángulos iguales (A-A)

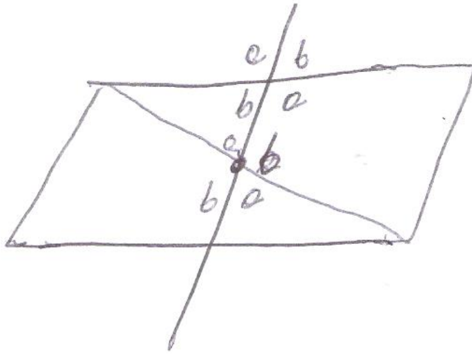
¿Si tengo dos ángulos iguales puedo asegurar que el triángulo es semejante?

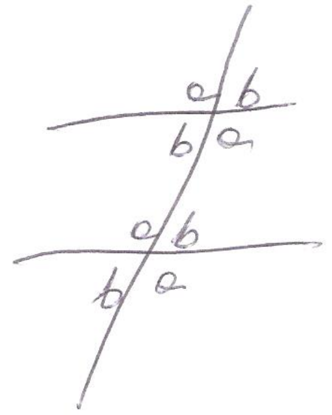




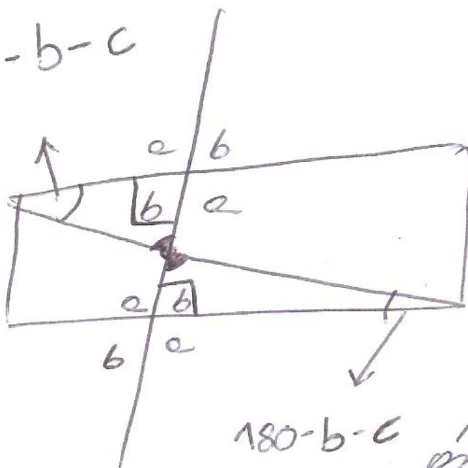
(25)

(12) Sí son semejantes,





180 - b - c



Son semejantes ya que tenemos dos ángulos iguales rectos en ambos triángulos y dos ángulos iguales opuestos por el vértice.

¿Varía la respuesta si ABCD es un cuadrilátero cualquiera NO paralelogramo?

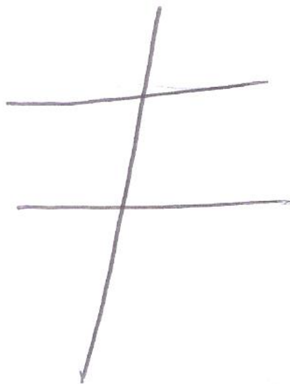


Sí varía

~~Porque el teorema de Tales se cumple necesita dos rectas cruzadas por transversal~~

así que no importa si sólo un cuadrado

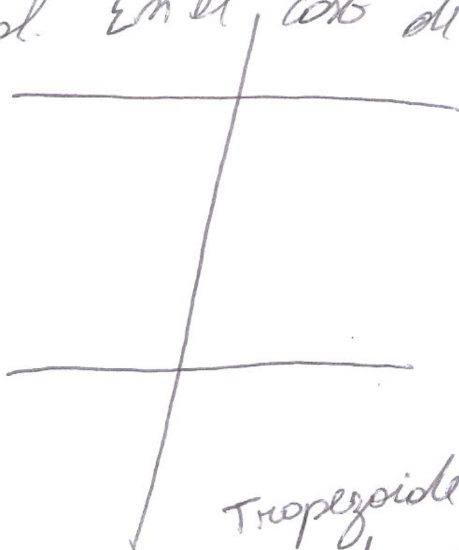
(26)

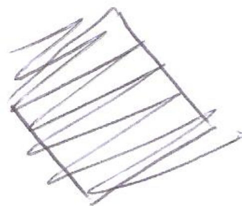




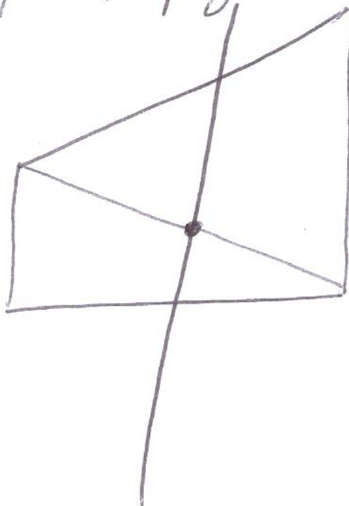
(12)

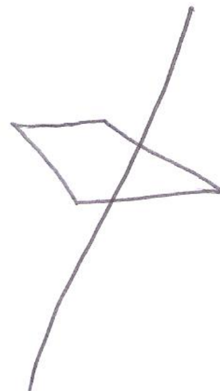
b) Sí varía ya que [redacted] sólo se cumple si tenemos dos rectas paralelas cortadas por una transversal. En el caso de un trapezoide no cumple.



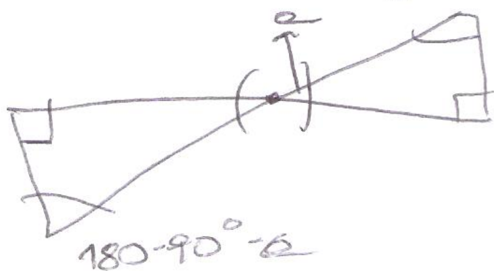


Trapezoide escaleno





(13)



Sí, ya q tenemos dos ángulos rectos iguales y otros dos op. por el vértice iguales

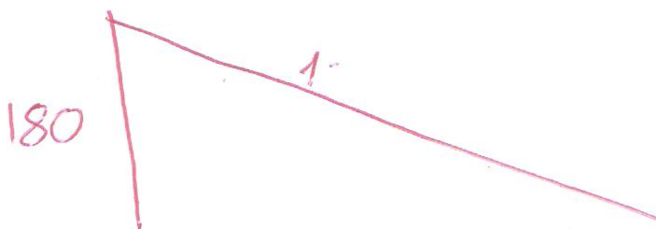
11) El pentagono GHIJK es una ampliación, serán semejantes?

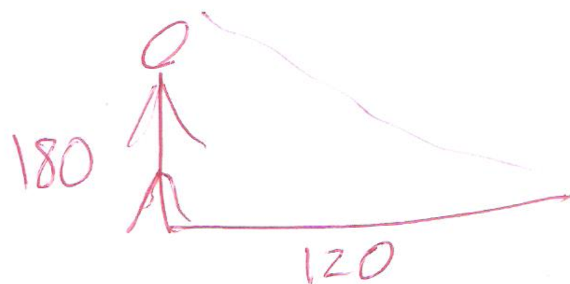


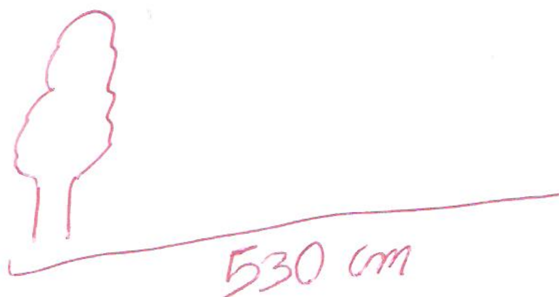


Son semejantes porque sus lados son proporcionales y sus ángulos son congruentes.

14) A cierta hora del día, una persona de 180 cm. de alto, proyecta una sombra de 120 cm. En el mismo instante un árbol proyecta una sombra de 530 cm. Qué altura tiene el árbol?







180 cm ___ 120 cm

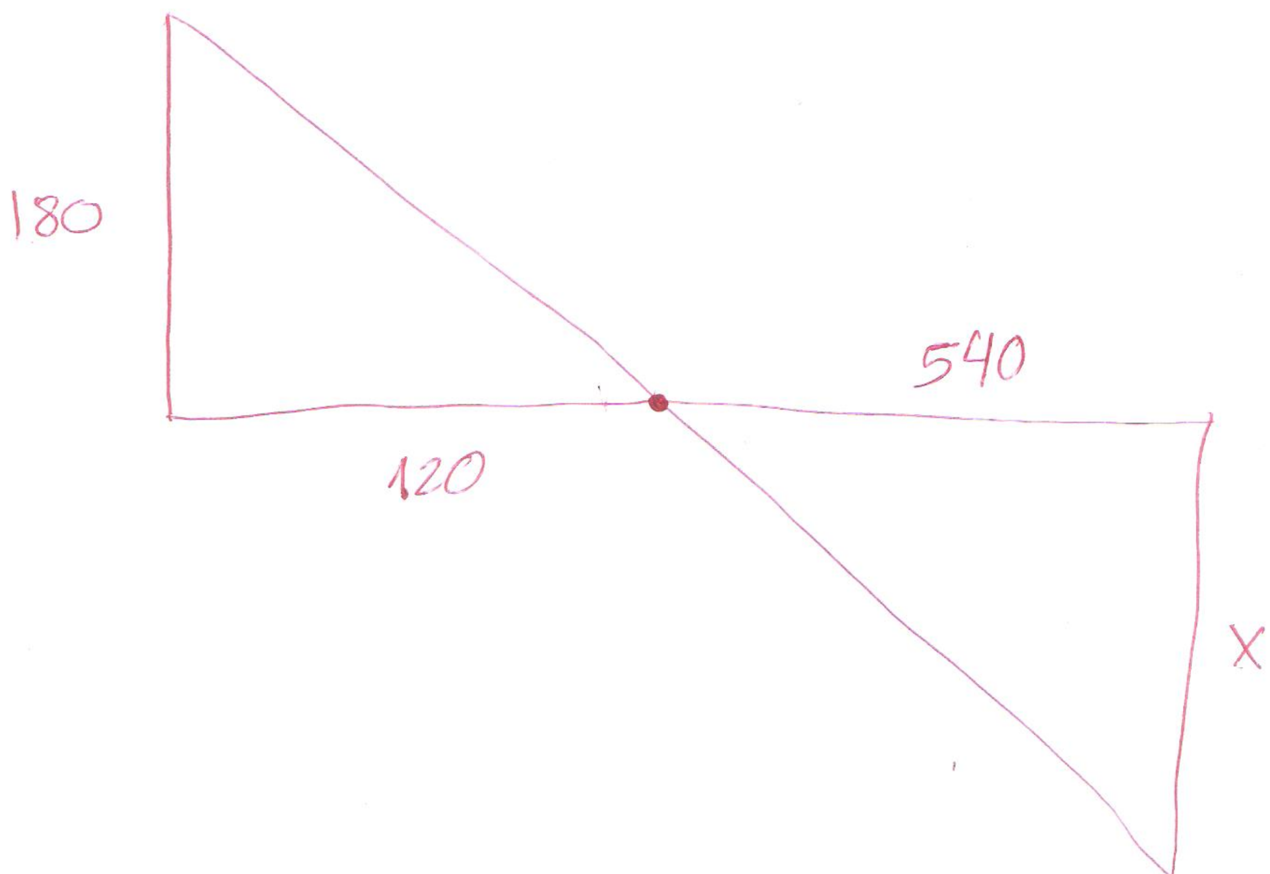
sombra de 120 cm ___ 180 cm persona

sombra de 540 cm ___ X =

$$X = \frac{540 * 180}{120} \text{ cm}$$

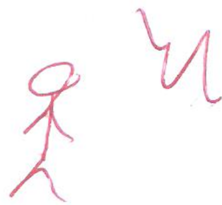
X = 810 cm

∴ la altura del árbol es 8,1 metros



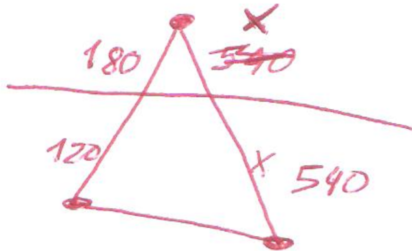
(29)

(14)



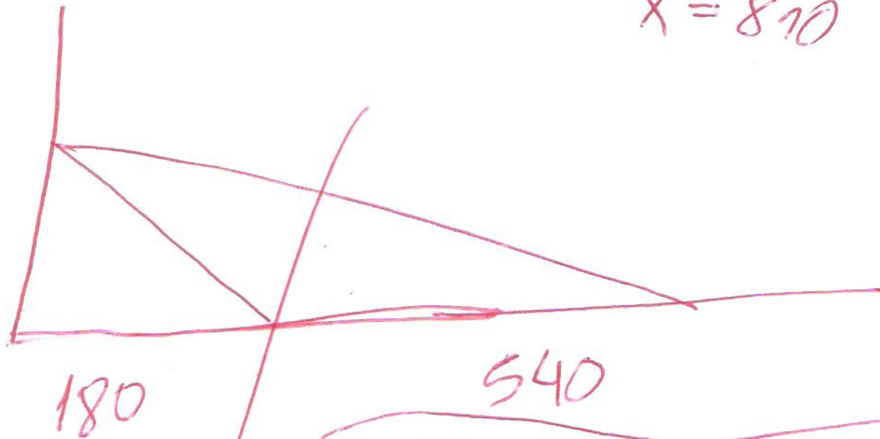


120



$$\frac{180}{120} = \frac{X}{540}$$

$X = 810$ cm.



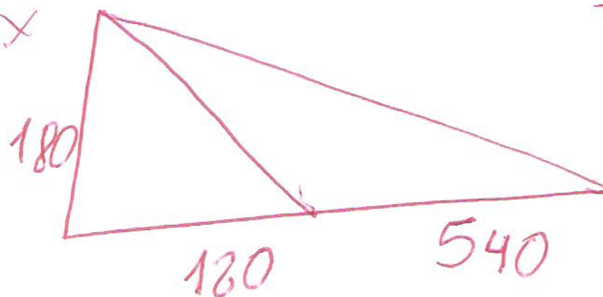
(14)



$$\frac{180}{X} = \frac{120}{540}$$

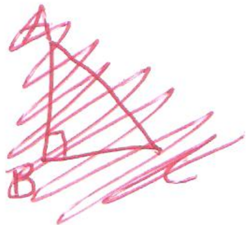
$180 \times 540 = 120X$

$$\frac{180 \times 540}{120}$$

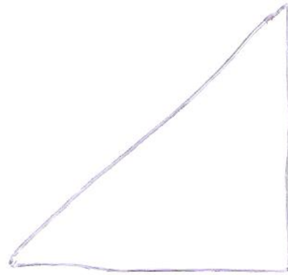
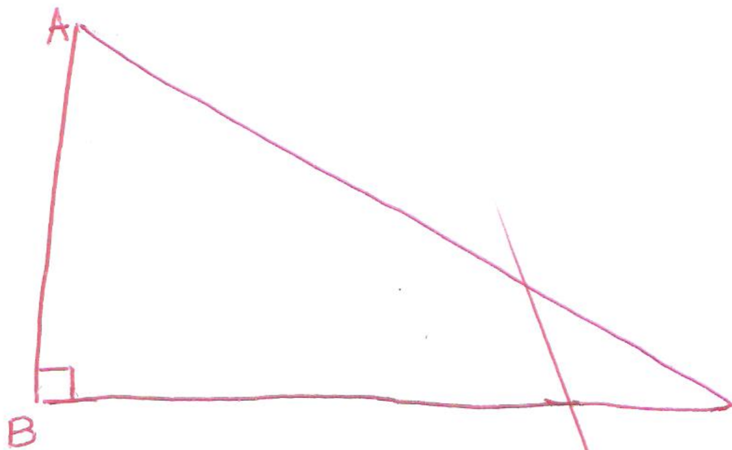


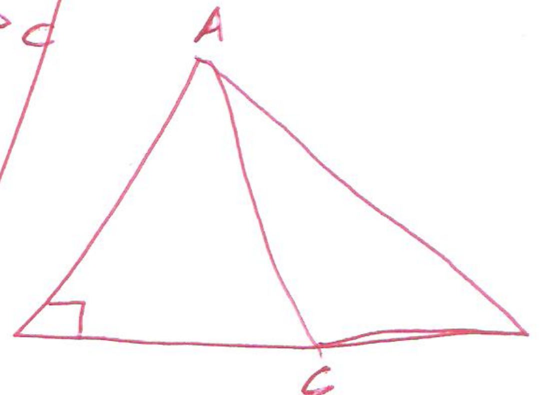
(30)

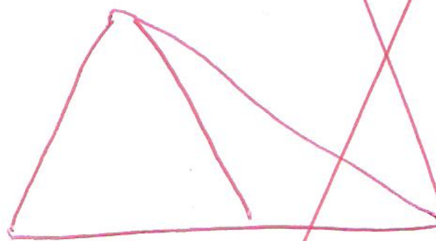
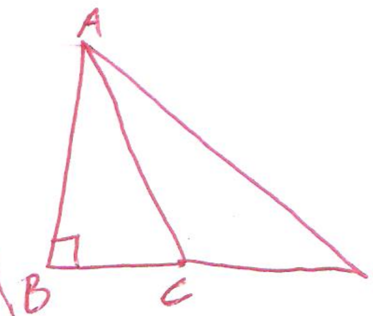
15) En un triángulo rectángulo ABC (B = 90°) se traza la altura sobre el lado AC, formándose así los triángulos BDA y BCD, ¿son semejantes los triángulos ABC y BDA?

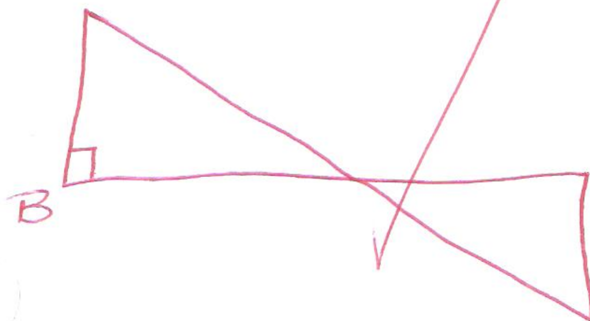




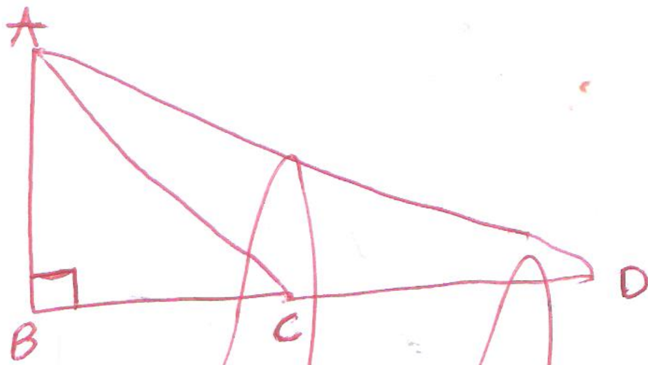



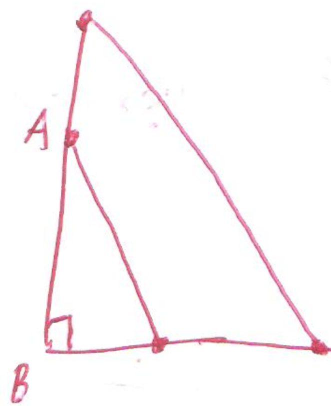




31

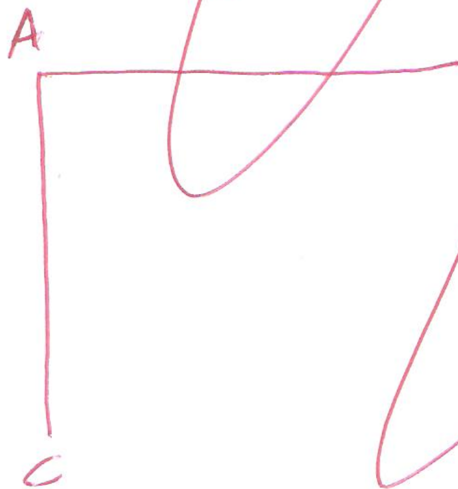


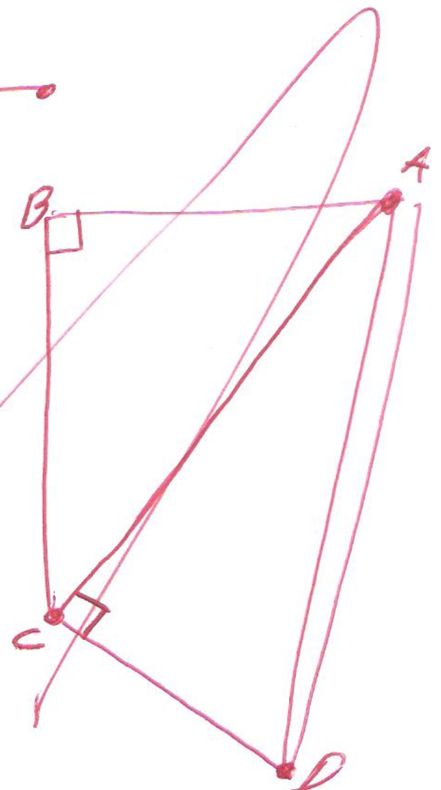




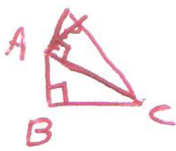




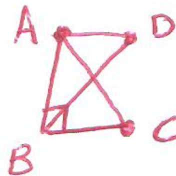




⑮ ??? ㉜



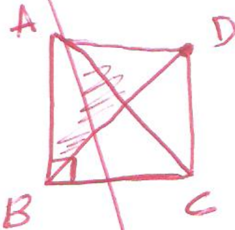


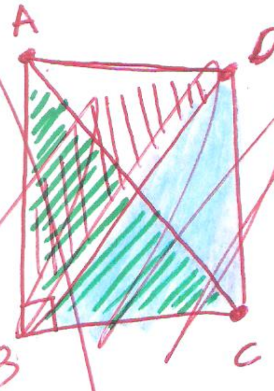




BDA

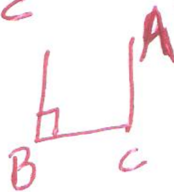
¿$\overline{AC}$ es la altura del otro triángulo?

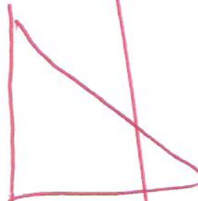


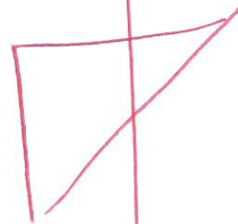


Δ ABC
Δ BDA
Δ BCD

Son semejantes ABC y BDA



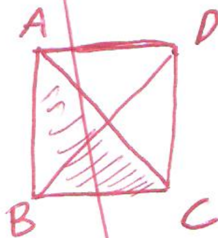


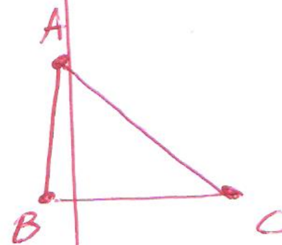


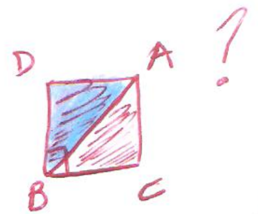
Sí

Δ No entiendo cuando dice: se traza la altura

□ ABCD







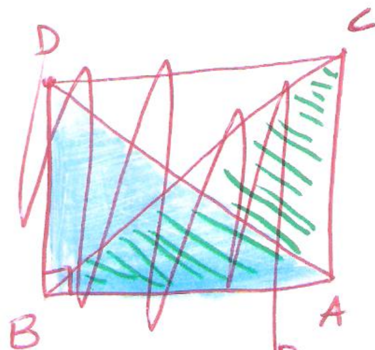
?

¿es semejante Δ ABC a Δ BDA?

B

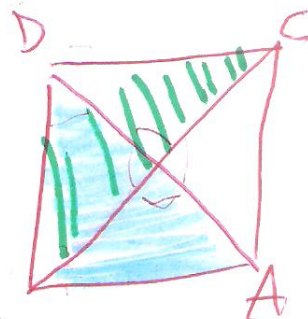
(33)

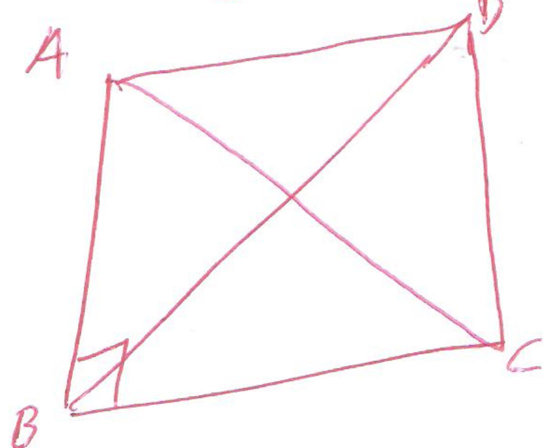
(15)



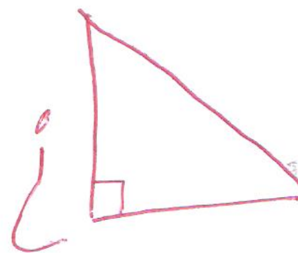
Esto?

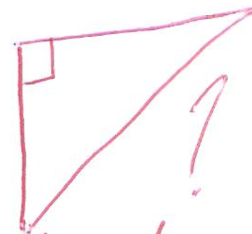
¿BDA ≅ BCD?



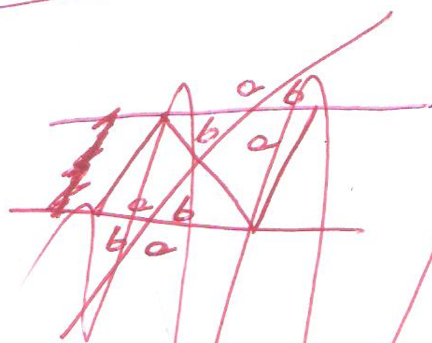


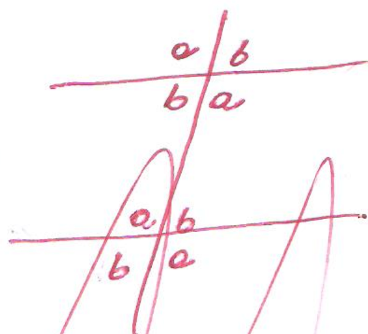
¿No.

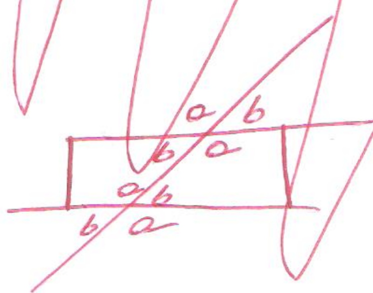


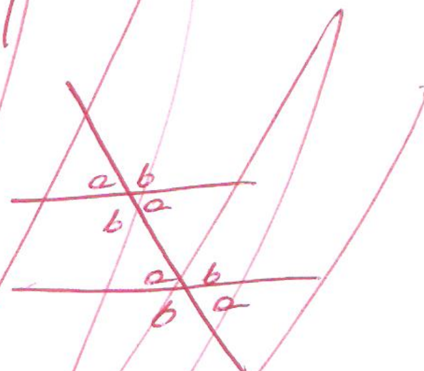


Son congruentes; sí

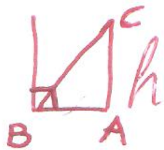


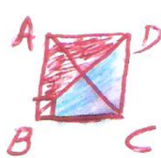




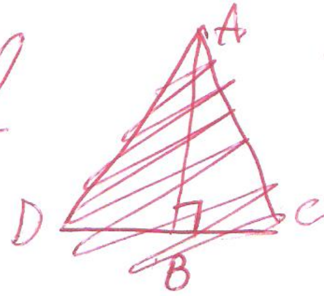








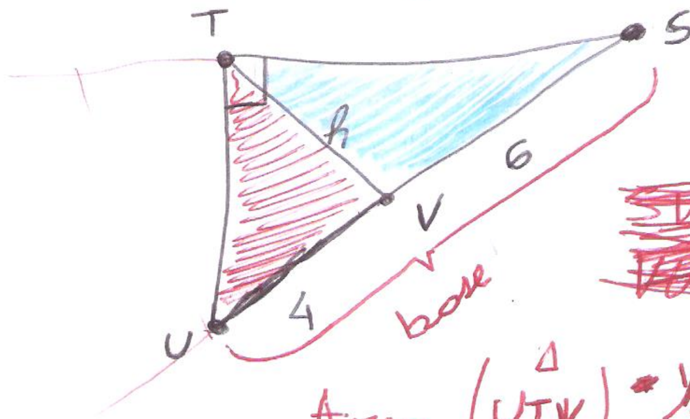


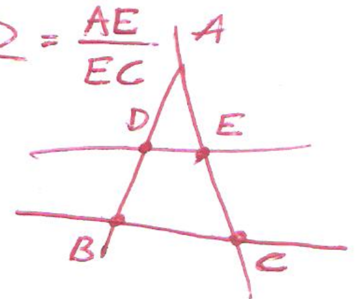


Teoremas:

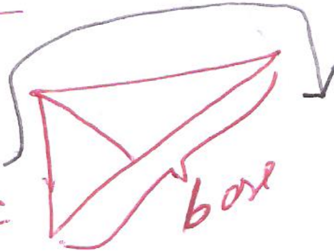
Respecto al triángulo UTS.

a) Y considerando la altura h, ¿los triángulos que se determinan son semejantes?



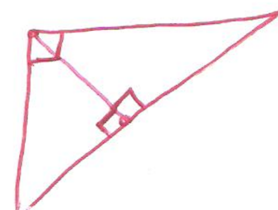


$$\frac{\text{Area}(\overset{\Delta}{UTV})}{\text{Area}(\overset{\Delta}{VTS})} = \frac{\frac{1}{2}\cdot 4\cdot h}{\frac{1}{2}\cdot 6\cdot h} =$$

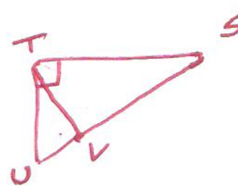


$$= \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$





A - A - A
A . L . A
L.L.L.

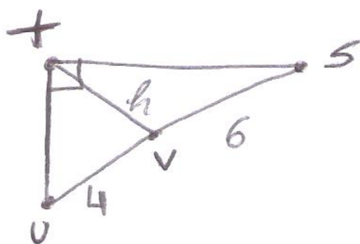


Tienen un lado igual que es la altura.

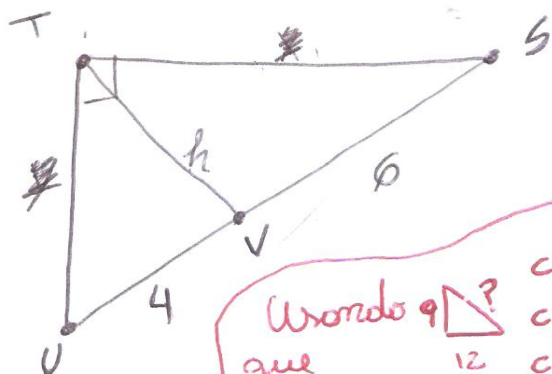


(35)

(17)



Determinar el valor de h, y de los lados TS y TU.



$h = \sqrt{40}$ $\overline{TU} = \sqrt{24}$

$\overline{TS} = \sqrt{76}$

$(y^2+4^2)(y^2+4^2)$

$y^4 + 16y^2 + 16y^2 + 16 \cdot 16$

Usando que [triángulo 9, 12, ?]

$c^2 = a^2 + b^2$

$c = \sqrt{9^2+12^2}$

$c = \sqrt{81+144}$

$c = \sqrt{225}$

$c = 15$

$x = 6^2 + h^2$

$x^2 + y^2 = 10^2 \Rightarrow (6^2+h^2)^2 + y^2 = 10^2 \Rightarrow$ ⊛

$y^2 + 4^2 = h^2$

⊛ $\Rightarrow (6^2 + (y^2+4^2))^2 + y^2 = 10^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 36 + (y^4 + 16y^2 + 16y^2 + 4^2 \cdot 4^2) + y^2 = 100 \Rightarrow$

$\Rightarrow 36 + y^4 + 32y^2 + 256 + y^2 = 100$ $\Rightarrow$ $h^2+4^2=10^2$ ⊛ debería ser

$\Rightarrow y^2(y^2+32) = -192$

está mal

h^2

$\left\{\begin{array}{l} ① \overline{TU}^2 + \overline{TS}^2 = 10^2 \\ \overline{TS}^2 = h^2 + 6^2 \\ ③ \overline{TU}^2 + 4^2 = h^2 \end{array}\right.$ Mal

$\Rightarrow \overline{TS}^2 = (\overline{TU}^2 + 4^2) + 6^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \overline{TS}^2 = \overline{TU}^2 + 16 + 36 \Rightarrow \overline{TS}^2 = \overline{TU}^2 + 52$

$\Rightarrow (10^2 - TU^2) = \overline{TU}^2 + 52 \Rightarrow$

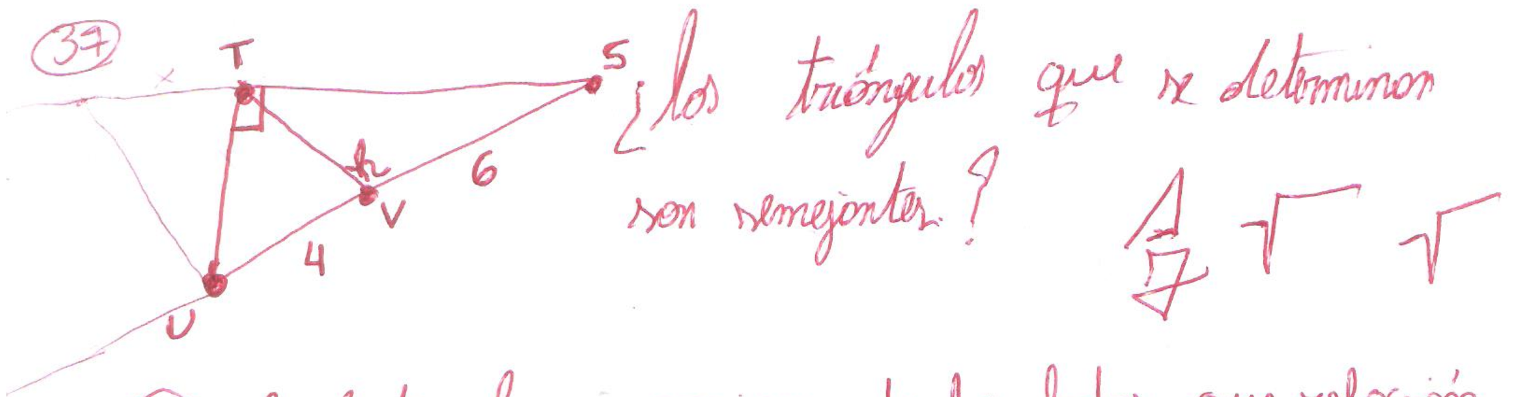
$\Rightarrow 10^2 = 2TU^2 + 52 \Rightarrow 48 = 2TU^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 24 = TU^2 \Rightarrow \overline{TU} = \sqrt{24}$

① $24 + \overline{TS}^2 = 10^2 \Rightarrow TS = \sqrt{76}$

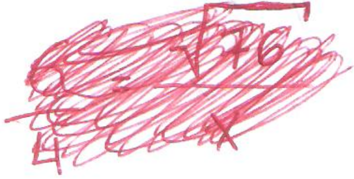
③ $24 + 16 = h^2 \Rightarrow 40 = h^2$

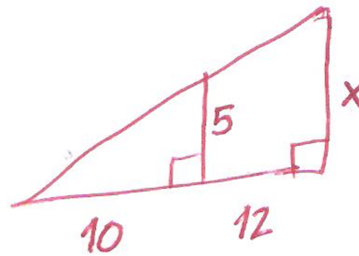
$\Rightarrow h = \sqrt{40}$

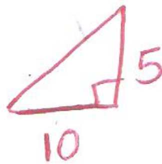


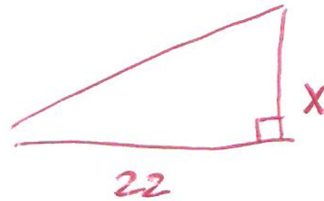
¿los triángulos que se determinan son semejantes?

(b) al plantear las proporciones de los lados, que relación observa, que se cumple en torno a la altura. Justifique

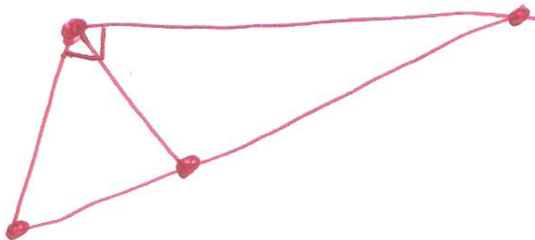


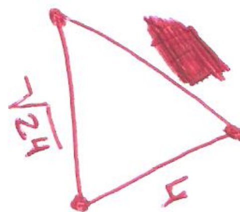


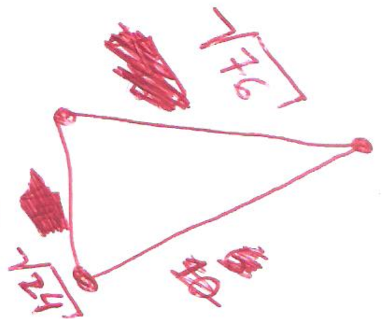


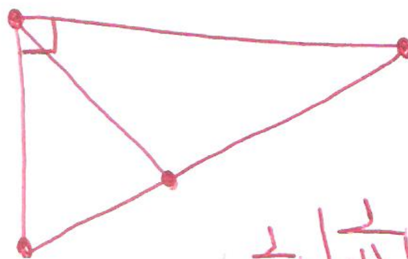


$$\frac{5}{10} = \frac{X}{22}$$



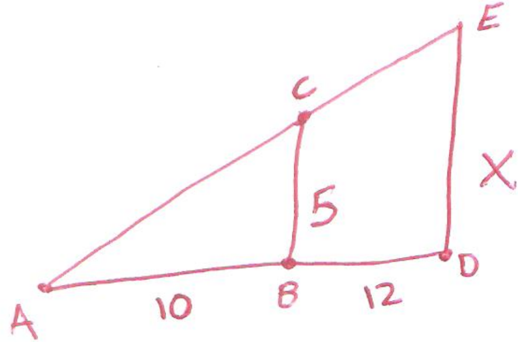


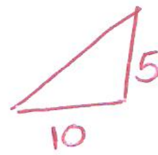


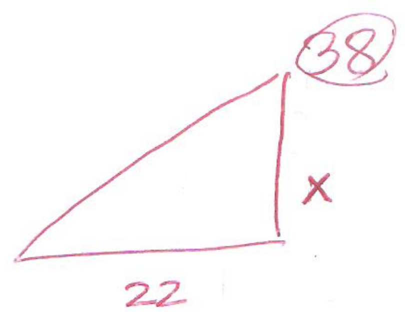


$$\frac{6}{\sqrt{76}} = \frac{4}{x} \Rightarrow 6x = 4\sqrt{76} \Rightarrow x = \frac{4\sqrt{76}}{6}$$

$$\frac{\sqrt{76}}{\sqrt{24}} = \frac{4}{\sqrt{24}}$$

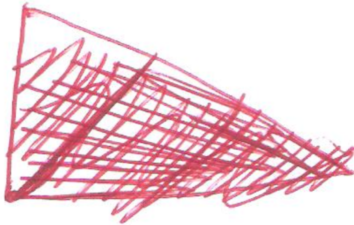


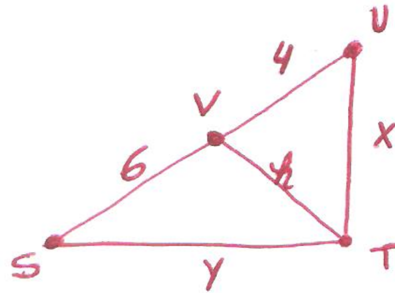




$$\frac{5}{10} = \frac{X}{22} \Rightarrow 5.22 = 10X \Rightarrow$$

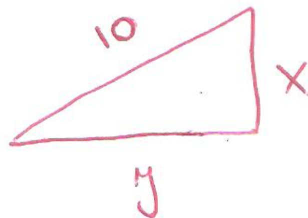
$$\Rightarrow \boxed{X = 11}$$



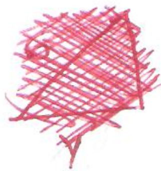


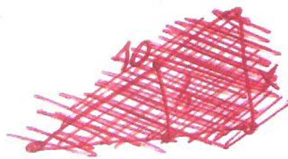
Proyección





$$\frac{X}{Y} =$$

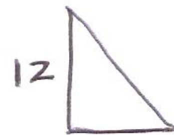


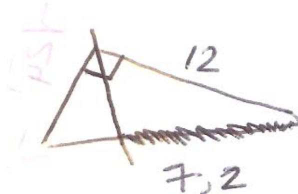


(18) Uno de los catetos de un triángulo rectángulo mide 12 cm. y su proyección sobre la hipotenusa mide 7,2 m. Calcula

a) el perímetro del triángulo

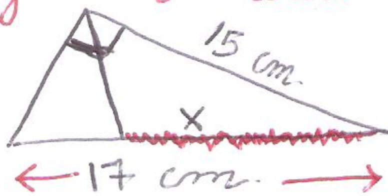
b) el valor de la mediana







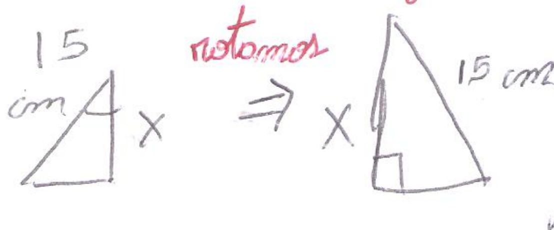
(39) proyección del cateto sobre la hipotenusa.



15 | 17

triángulo entero

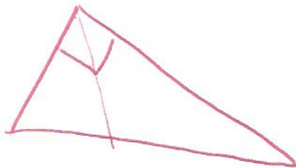
son semejantes



$$\frac{x}{15} = \frac{15}{17} \cdot 15$$

$$x = \frac{15^2}{17} \text{ cm}$$

$$x = \frac{225}{17} \text{ cm.}$$

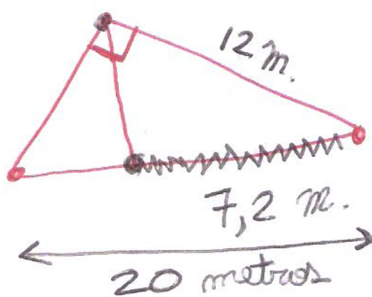


---

(18) Uno de los catetos de un triángulo mide 12 m. y su proyección sobre la hipotenusa mide 7,2 m.

Calcula: (a) el perímetro del triángulo. $\sqrt{16} + 20 + 12 = 48$

(b) el valor de la mediana



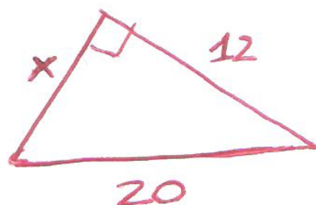


$$\frac{12}{x} = \frac{7,2}{12}$$

12 | 7,2 ⇒ 7,2 | 12

$$\Rightarrow 12^2 = 7,2x$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 20}$$



$$x^2 + 12^2 = 20^2$$

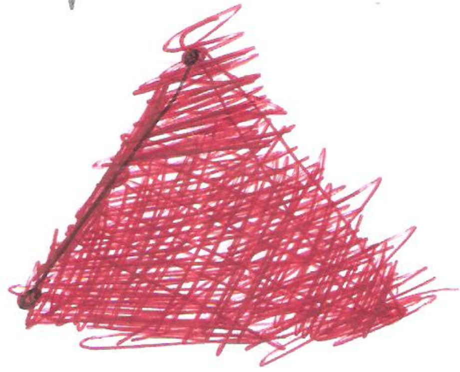
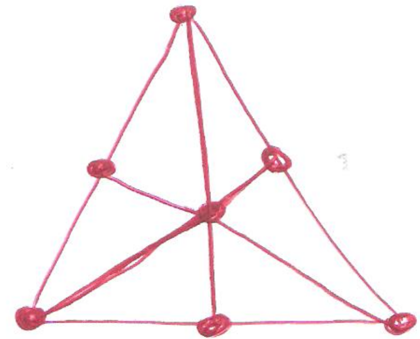
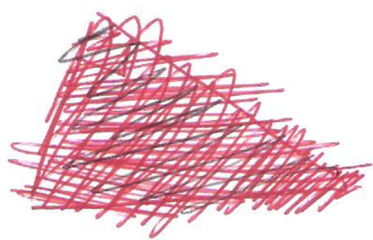
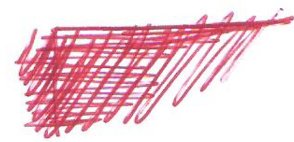
$$x^2 = 20^2 - 144$$

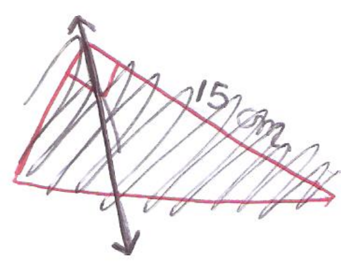
$$x^2 = 256$$

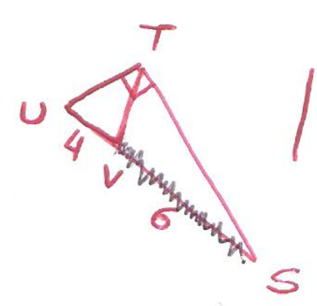
$$\boxed{x = \pm\sqrt{16}}$$

el valor de la mediana:

Es el segmento que une un vértice con el punto medio del lado opuesto.

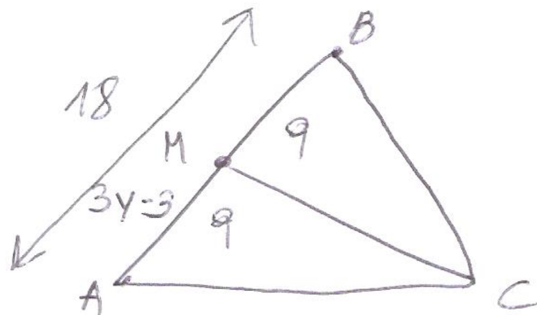



1

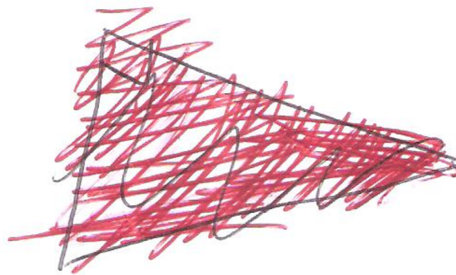
(18) calcular el valor de la mediana.

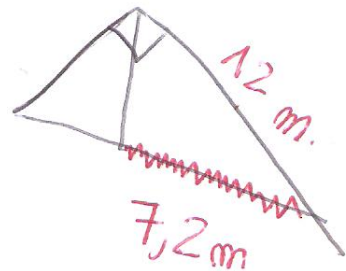
Si $\overline{CM}$ es mediana y $\overline{AB} = 18$ cm. Calcular el valor de "y".

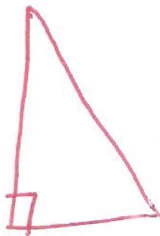


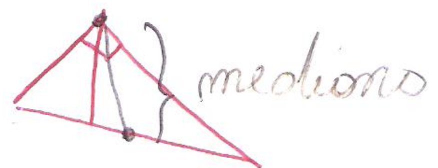
$3y - 3 = 9 \Rightarrow 3y = 12$

$\Rightarrow y = 4$



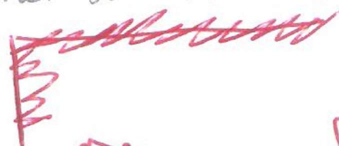


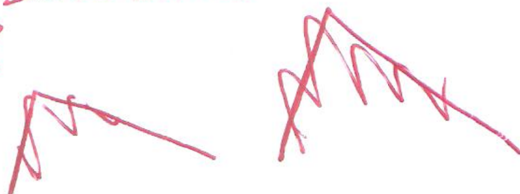




(18) calcular el valor de la mediana

Hallaremos la mediana sobre la hipotenusa

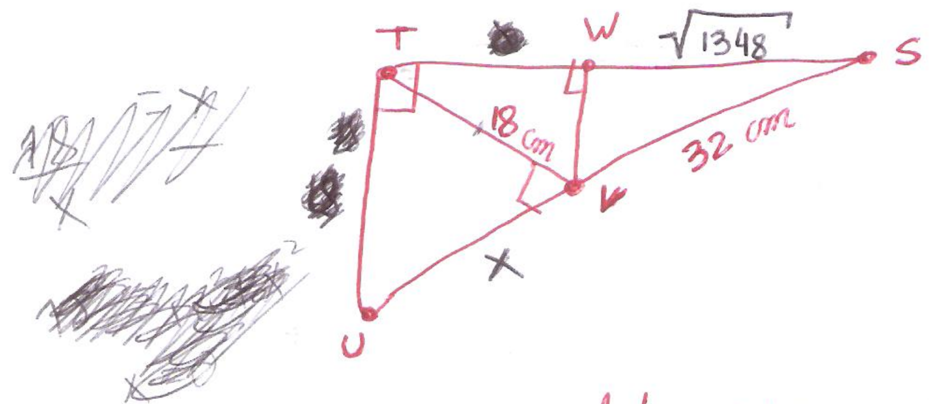






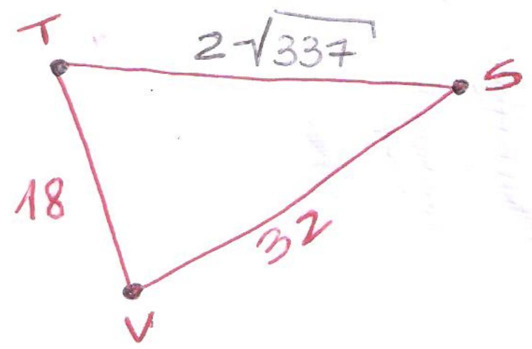
42

(19) En un triángulo UTS, rectángulo en T, se conoce que la altura (TV) sobre la hipotenusa es de 18cm y VS = 32 cm.



$$\frac{\overline{WS}}{\overline{TW}} = \frac{32}{\overline{UV}}$$

a) Calcula UV y luego obtén US.

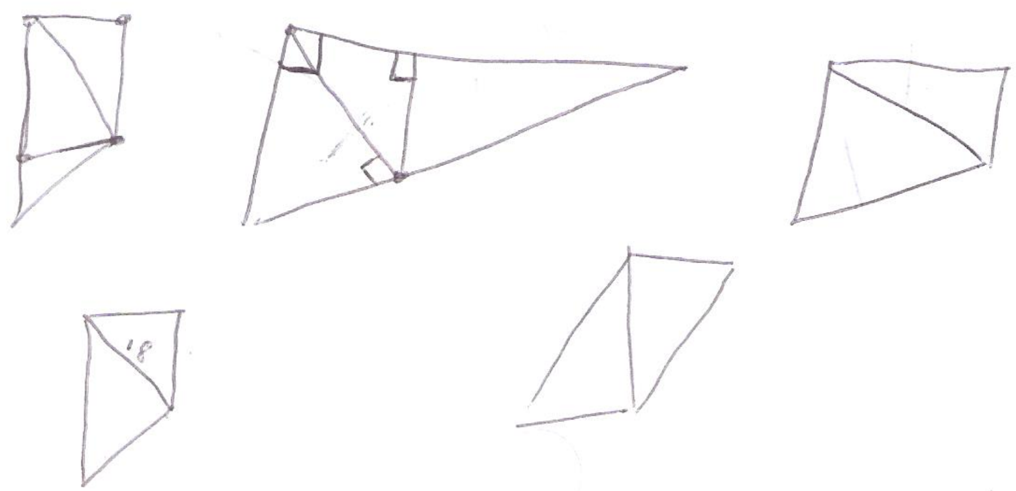


$18^2 + 32^2 = h^2$

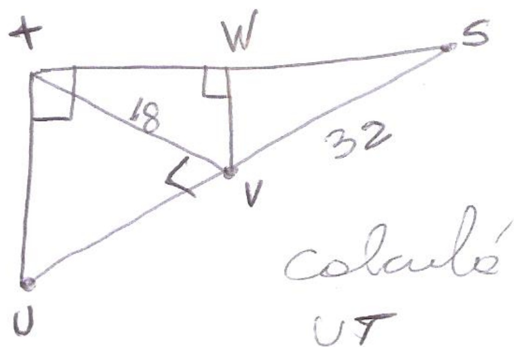
$h = 2\sqrt{337}$

$h^2 = 1348$

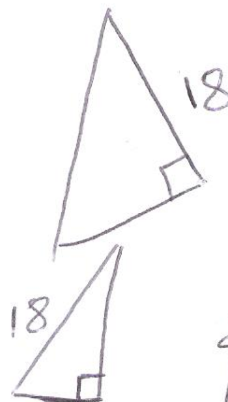
Como $\triangle$ UTV y el triángulo $\triangle$TVW son semejantes por lado ángulo, $\overline{TU} = 18$



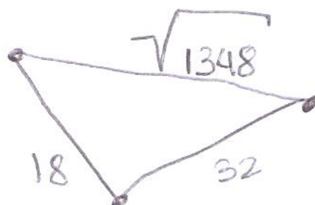
43)



calculé UT



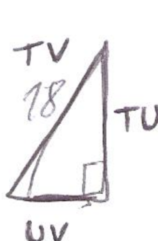


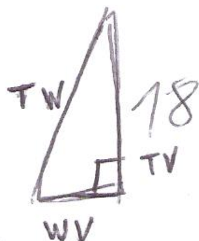






$\overline{TS} = \sqrt{1348}$





Por semejanza por tener mismo lado y ángulo

$\frac{18}{TU} = \frac{TW}{18}$ [illegible] $\Rightarrow 18^2 = TW \cdot TU$

$\Rightarrow \frac{324}{TW} = TU$

$\frac{18}{TU} = \frac{WV}{UV} \Rightarrow \frac{18}{\left(\frac{324}{TW}\right)} = \frac{WV}{UV}$

$\frac{\overline{TW} \cdot 18}{324} = \frac{WV}{UV}$

$\frac{TW}{18} = \frac{WV}{UV} \Rightarrow \frac{324 - \overline{WV}}{18} = \frac{\overline{WV}}{UV} \Rightarrow$ (*)

~~$UV^2 + 18^2 = TU^2 \Rightarrow$~~

$\frac{UV}{324} = \frac{WV}{TW \cdot 18}$

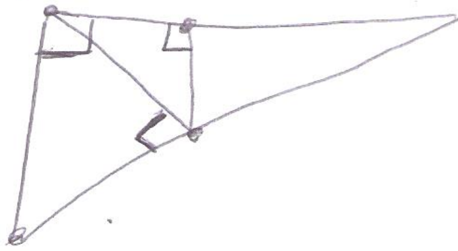
$UV = 324\left(\frac{WV}{TW \cdot 18}\right)$

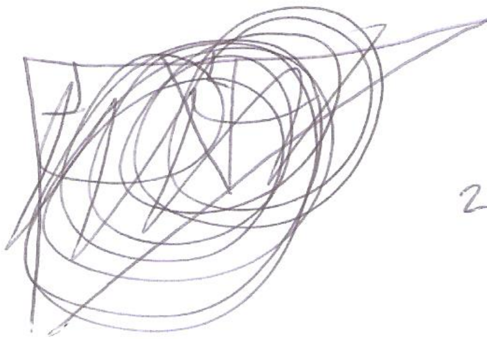
$18^2 = \overline{WV} + \overline{TW} \Rightarrow 324 - \overline{WV} = \overline{TW}$

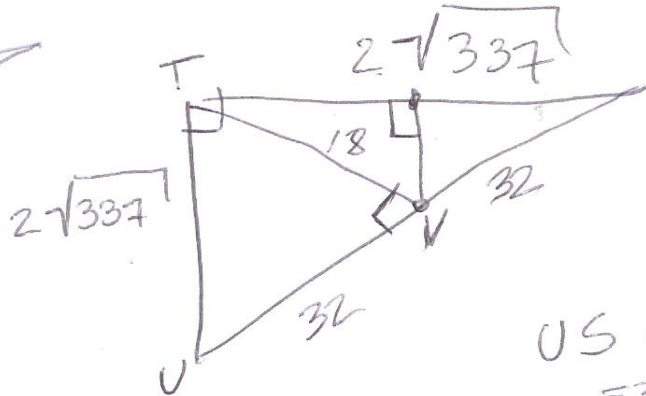
(*) $\frac{324 - \overline{WV}}{18} = \frac{\overline{WV}}{324\left(\frac{WV}{TW \cdot 18}\right)} \Rightarrow \frac{324 - \overline{WV}}{1} = \frac{18\,\overline{WV}}{324\left(\frac{WV}{324 - WV \cdot 18}\right)}$

$\Rightarrow$

12,925







US = 64
= 32 + 32

$\overline{x+1}$

hallar UV

~~1348~~

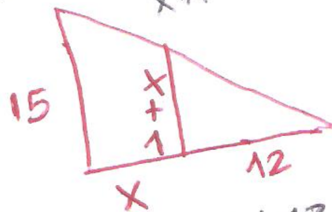
$$\frac{15}{x+12} = \frac{x+1}{12}$$

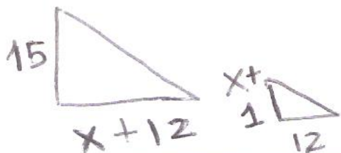
$$x^2 + x - 180 = 0$$

$$x^2 + x = 180$$

$$\frac{x+12}{15} = \frac{12}{x+1}$$

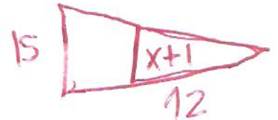
$$x(x+1) = 15 \cdot 12$$





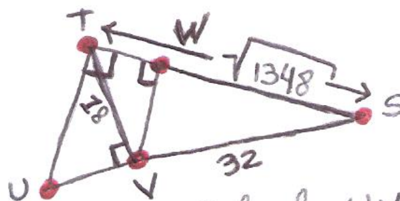
$$\frac{x+12}{15} = \frac{12}{x+1}$$

$$\frac{x}{12} = \frac{15}{x+1}$$



20

19.



$= \sqrt{1348}$

$\sqrt{18^2 + 32^2} =$



a) Calcule UV y luego US.

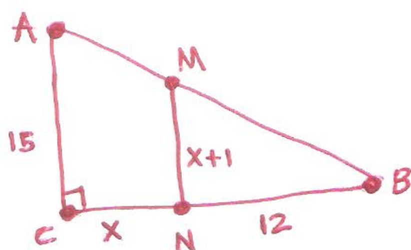


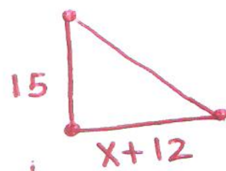


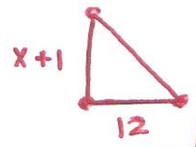




4b







¿Cuánto vale $\overline{MN}$?

Triángulos semejantes

Teorema de Tales: Acá tenemos dos triángulos rectángulos, los dos triángulos son semejantes sus lados guardan la misma proporción.

Es decir

$$\frac{15}{x+12} = \frac{x+1}{12} \Rightarrow 15.12 = (x+1)(x+12)$$

$$\Rightarrow 180 = x^2 + 12x + x + 12$$

$$\Rightarrow 180 = x^2 + 13x + 12$$

$$\Rightarrow 168 = x^2 + 13x$$

$$\Rightarrow x^2 + 13x - 168 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2a}$$

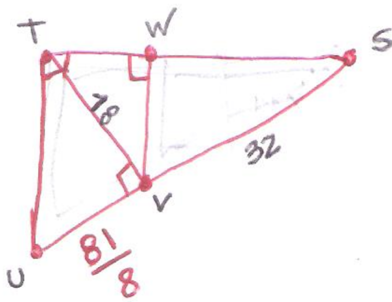
$$x = \frac{-13 \pm \sqrt{13^2 + 4.168}}{2.1}$$

$x_1 = 8$

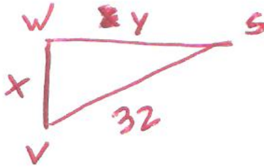
$x_2 = -21$

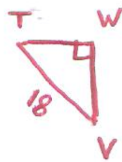
$\therefore \overline{MN} = x + 1 \Rightarrow \overline{MN} = 8 + 1 \Rightarrow \boxed{\overline{MN} = 9}$

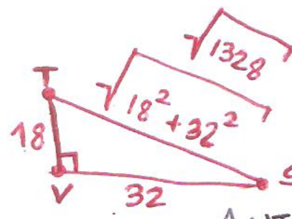
19.

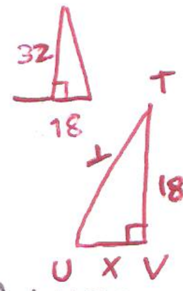


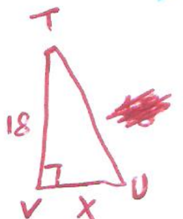
ⓒ Calculá UV y luego obtené US.



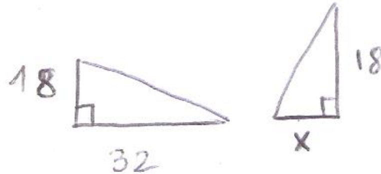








Suponiendo que $\Delta UTV \sim \Delta VTS$



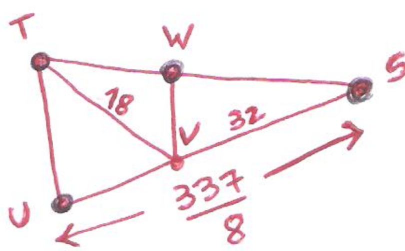
$$\frac{18}{32} = \frac{(UV)}{18} \Rightarrow \boxed{UV = \frac{81}{8}}$$

$$\therefore \boxed{UV = \frac{81}{8}}$$

$$\frac{18}{32} = \frac{x}{18}$$

$$US = 32 + \frac{81}{8} = \boxed{\frac{337}{8}}$$

b. Determinar las longitudes de los dos catetos.



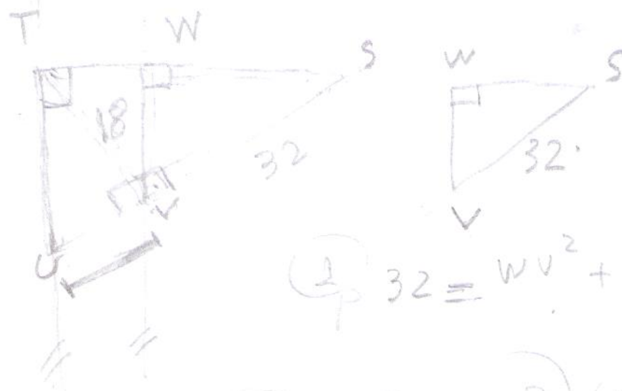
$$TU^2 = 18^2 + \left(\frac{81}{8}\right)^2$$

$$TU = \sqrt{\frac{27297}{64}}$$

$$TU = \frac{9\sqrt{337}}{8}$$

46 anexo

④ TM $\frac{TS}{TU} = \frac{WS}{WV}$



① P $32 = WV^2 + WS^2$

③ P $18^2 + UV^2 = TU^2$ (?)

② P $TS^2 + TU^2 = (UV + 32)^2$ (?)

$TS^2 + 18^2 + UV^2 = (UV + 32)^2$

⑤ P $18^2 + 32^2 = TS^2$

$18^2 + 32^2 + 18^2 + UV^2 = (UV + 32)^2$

$UV^2 + 32^2 - 2 . UV \times 32$

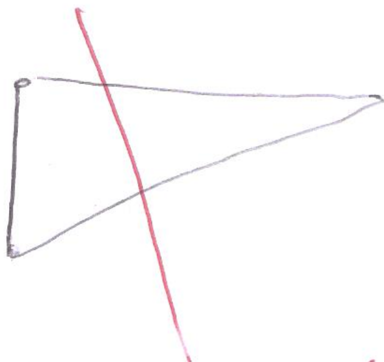
$2 . 18^2 + 32^2 + UV^2 = UV^2 + 32^2 - 2UV\,32$

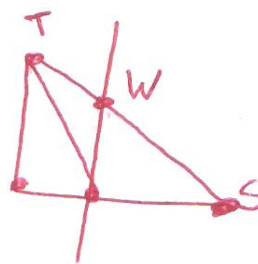
$2 . 18^2 = -2\,UV\,32$

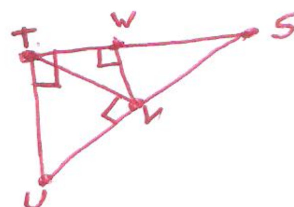
$UV = \frac{81}{8}$

$US = 32 + UV = 32 + \frac{18^2}{\frac{32}{8}} = \frac{81}{8} + 32 = \frac{81 + 256}{8} = \frac{337}{8}$

(47)



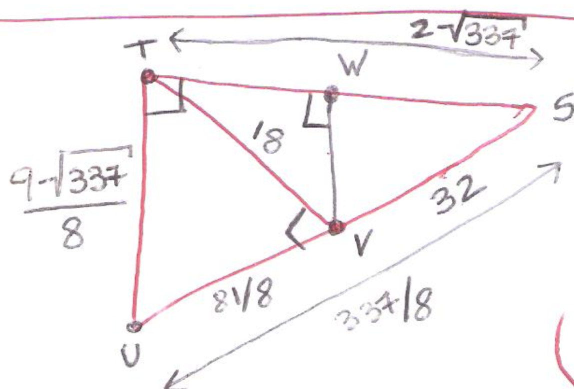


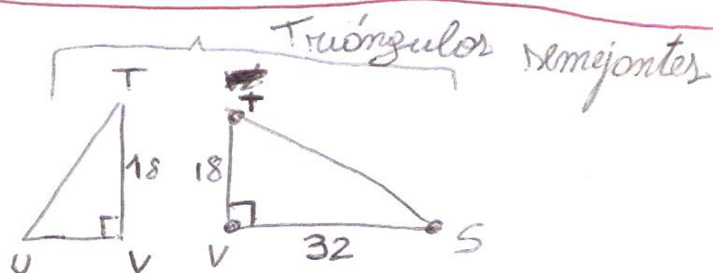


Una línea paralela a un lado de un triángulo.



$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$





Por Tales de Mileto:

$$\frac{18}{32} = \frac{UV}{18} \Rightarrow \frac{18 \cdot 18}{32} = UV$$

$$\Rightarrow \boxed{UV = \frac{81}{8}}$$

ⓐ $US = 32 + \frac{81}{8} = \frac{337}{8}$

ⓑ determinar las longitudes de los otros dos catetos

$$TU^2 = \left(\frac{81}{8}\right)^2 + 18^2 \Rightarrow TU^2 = \frac{27297}{64}$$

$$TS^2 = 32^2 + 18^2 \Rightarrow \boxed{TS = 2\sqrt{337}}$$

$$\Rightarrow \boxed{TU = \frac{9\sqrt{337}}{8}}$$

ⓒ calcular medidas TW y WV.

① $32^2 + WV^2 = \overline{WS}^2 \Rightarrow WV^2 = \overline{WS}^2 - 32^2$

② $TW^2 + WV^2 = 18^2 \Rightarrow TW^2 + (\overline{WS}^2 - 32^2) = 18^2 \Rightarrow$

$TW^2 + \overline{WS}^2 = 1348 \Rightarrow$

$32^2 + 18^2 = TS^2$

$1348 = TW^2 + WS^2$

$TW^2 + WS^2 = 1348 \Rightarrow WS^2 = 1348 - TW^2$

$TW + WS = 2\sqrt{337}$

$18^2 + 32^2 = (TW + WS)^2$

$(TW + WS)(TW + WS) = 2\sqrt{337}$

$\Rightarrow TW^2 + TW.WS + WS.TW + WS^2 = 2\sqrt{337}$

$\Rightarrow 1348 + TW.WS + WS.TW = 2\sqrt{337}$

$\Rightarrow 2TW.WS = 2\sqrt{337} - 1348$

$\Rightarrow TW.WS = \frac{2\sqrt{337} - 1348}{2}$

$\Rightarrow$

$TW = 2\sqrt{337} - WS$

$\Rightarrow WS^2 = 1348 - (2\sqrt{337} - WS)^2$

$\Rightarrow WS^2 = 1348 - (2\sqrt{337} - WS)(2\sqrt{337} - WS)$

$\Rightarrow WS^2 = 1348 - (1348 - 2\sqrt{337}\,WS - 2\sqrt{337}\,WS + WS^2)$

$\Rightarrow WS^2 = 1348 + (-1348 + 4\sqrt{337}\,WS - WS^2)$

$\Rightarrow WS^2 = 1348 - 1348 + 4\sqrt{337}\,WS$

$\Rightarrow 2WS^2 = 4\sqrt{337}\,WS$

$\Rightarrow WS^2 = 2\sqrt{337}\,WS$

$WS^2 - 2\sqrt{337}\,WS = 0$

$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2a}$

$\frac{2\sqrt{337} \pm \sqrt{(2\sqrt{337})^2 - 4.0}}{2}$

$\frac{2\sqrt{337} \pm 2\sqrt{337}}{2}$

$\therefore WS = 2\sqrt{337}$

$x_1 = 2\sqrt{337} \quad x_2 = 0$

49

$\overline{TW} + \overline{WS} = 2\sqrt{337} \Rightarrow (\overline{TW} + \overline{WS})^2 = (2\sqrt{337})^2$

$18^2 + 32^2 = (\overline{TW} + \overline{WS})^2 \Rightarrow$

$\overline{TW} = 2\sqrt{337} - \overline{WS}$

$32^2 = \overline{WS}^2 + \overline{WV}^2$

$\Rightarrow 32^2 - \overline{WV}^2 = \overline{WS}^2$

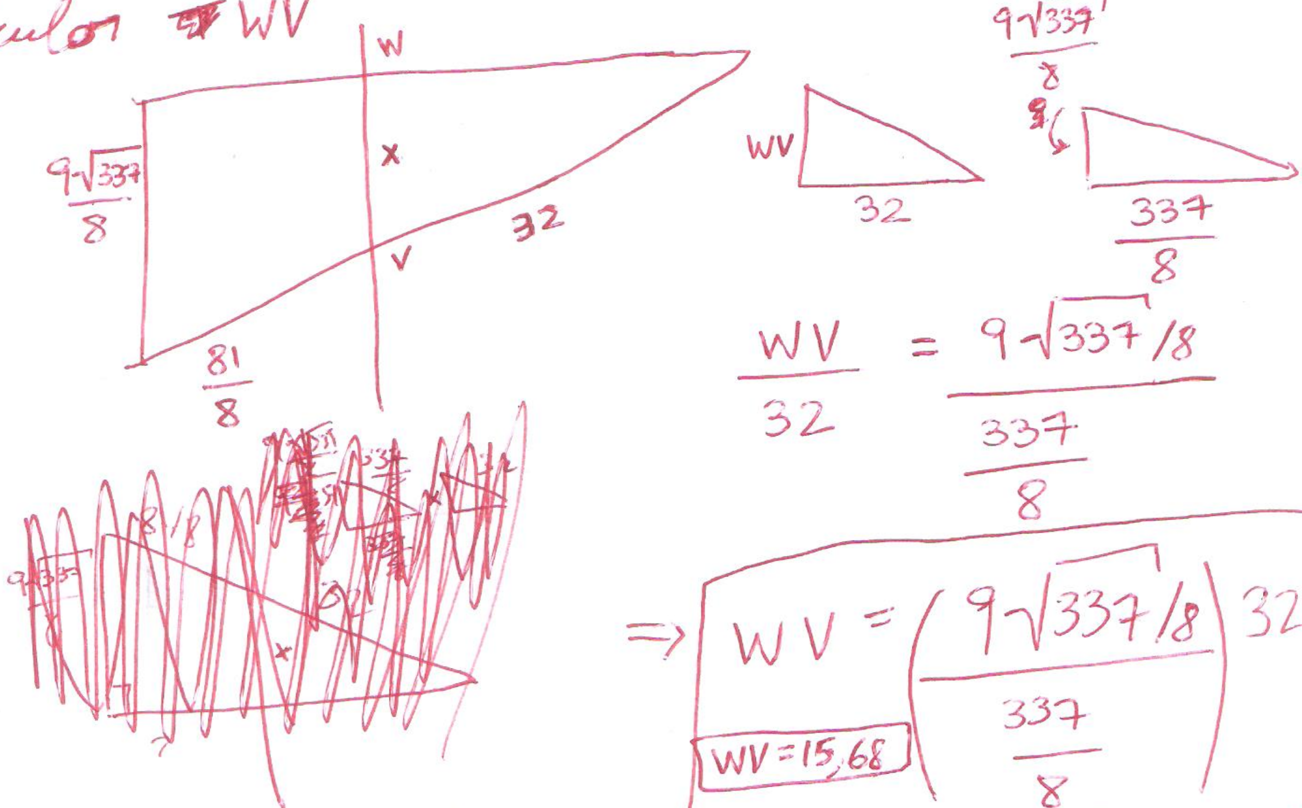


$\overline{WS} = 2\sqrt{337} - \overline{TW} \Rightarrow \overline{WS}^2 = (2\sqrt{337} - \overline{TW})^2$

$\Rightarrow 32^2 - \overline{WV}^2 = (2\sqrt{337} - \overline{TW})^2$

19.

① Calcular WV



$\frac{WV}{32} = \frac{9\sqrt{337}/8}{\frac{337}{8}}$

$\Rightarrow WV = \left(\frac{9\sqrt{337}/8}{\frac{337}{8}}\right) 32$

$WV = 15,68$

$\Rightarrow WV = 125,5068$

Calcular TW.

$$TW^2 + WV^2 = TV^2$$

$$TW^2 + \left(\frac{9\sqrt{337}/8}{\frac{337}{8}} \right) 32 = 18^2$$

$$\overline{TW} = 17{,}9931$$

En todo triángulo rectángulo la longitud de la mediana relativa a la hipotenusa es igual a la mitad de la longitud de la hipotenusa

a) Calcular la medida de la mediana

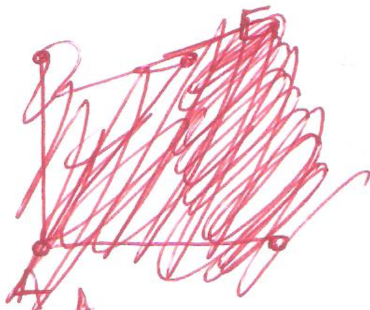
$$\text{Mediana} = \left(\frac{337}{8}\right) / 2 =$$

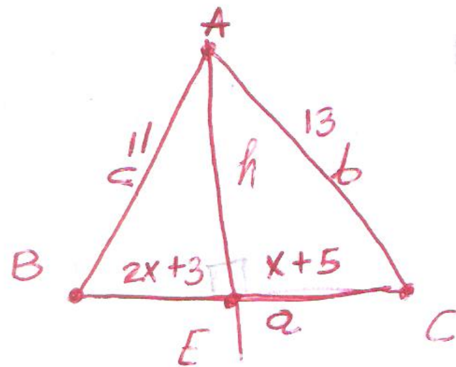
hipotenusa

21,0625

(me confundí por fracciones mixtas)

20. Sabiendo que AE es bisectriz del ángulo A, hallo el valor de los segmentos BE y EC y el lado BC, donde el cateto c = 11, b = 13 y las expresiones de los segmentos son BE = 2X+3 y EC = X+5



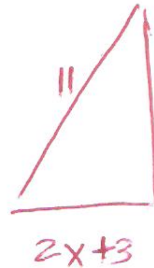


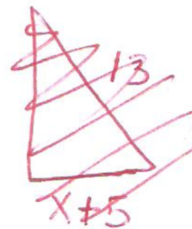
$13^2 =$













$\overline{BE} = \frac{77}{15}$

$EC = \frac{91}{15}$

$(3X^2+18)^2 + 11^2 = 13^2$

Por tales: $\frac{13}{X+5} = \frac{11}{2X+3} \Rightarrow 13(2X+3) = 11(X+5)$

$\Rightarrow 26X + 39 = 11X + 55$

$\Rightarrow 26X - 11X = 16 \Rightarrow 15X = 16$

$\Rightarrow X = \frac{16}{15}$

$X = 1,066$

$(3X+18)(3X+18) + 11^2 = 13^2$

$9X^2 + 54X + 54X + 324 = 169$

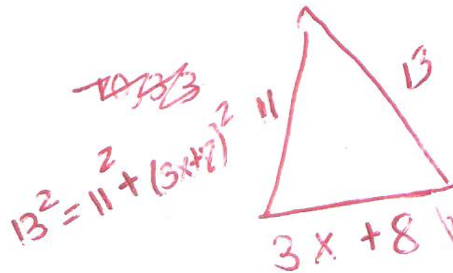
$\underset{a}{9X^2} + \underset{b}{108X} + \underset{c}{155} = 0$

$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$X_1 = -\frac{5}{3}$

$X_2 - \frac{31}{3}$

$13^2 = 11^2 + (3X+8)^2$



9|04 8|0 64

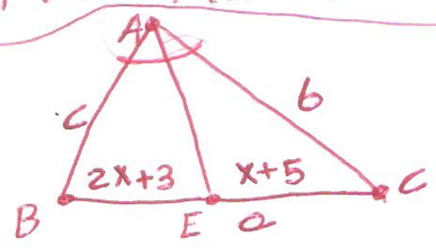
$9x^2 \times 48x \times 64$

$9x^2\ 24x\ \times 24\ 64$



$(x+1)(x+2)(x+3) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$

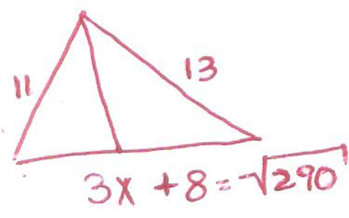
20



$c = 11$

$b = 13$

Mal porque no puedo usar pitágoras si el ángulo no es recto.



$3x + 8 = \sqrt{290}$

~~$13^2 = 11^2 + (3x+8)^2$~~

~~$13^2 = 121^2 + [9x^2 + 48x + 64]$~~

~~$169 = 9x^2 + 48x + 14705$~~

~~$0 = 9x^2 + 48x + 14536$~~

~~$\left(-48 \pm \sqrt{48^2 - 4 \cdot 9 \cdot 14536}\right) \frac{1}{2 \cdot 48} =$~~

~~$(3x+8)(3x+8)$~~

~~$= 9x^2 + 24x + 24x + 64$~~

~~$= 9x^2 + 48x + 64$~~

~~$\sqrt{b^2 - 4ac}$~~

$(3x+8)^2 = 11^2 + 13^2$

$[9x^2 + 48x + 64] = 290$

$9x^2 + 48x - 226 = 0$

$\sqrt{b^2 - 4ac}$

$\dfrac{-48 \pm \sqrt{48^2 - 4 \cdot 9 \cdot (-226)}}{2 \cdot 9}$

$x_1 = \dfrac{-8 + \sqrt{290}}{3}$

$x_2 = -\dfrac{8 + \sqrt{290}}{3}$

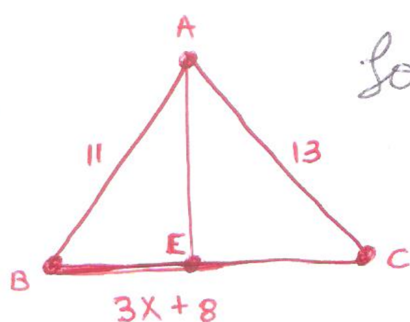
$\overline{BC} = 3\left(\dfrac{-8 + \sqrt{290}}{3}\right) + 8$

$\therefore \overline{BC} = \sqrt{290}$

No necesitaba hacer todo esto porque la única forma de que $11^2 + 13^2 = 290$ es que $3x + 8 = \sqrt{290}$

Lo hago de nuevo

(20)



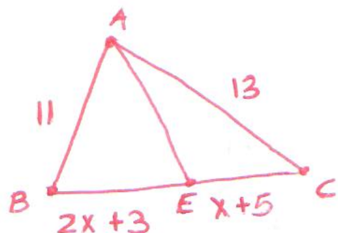
$$11^2 + 13^2 = (3x+8)^2$$

$$290 = (3x+8)^2$$

$$\Rightarrow 3x + 8 = \sqrt{290} \Rightarrow \boxed{x = \frac{-8+\sqrt{290}}{3}}$$

$$\boxed{BC = \sqrt{290}}$$

Mal
no podés aplicar pitágoras si no hay ángulo recto



$$EC = x + 5$$

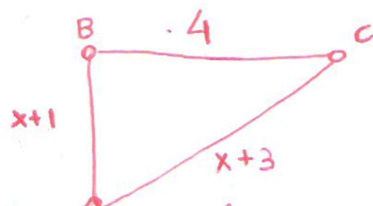
$$EC = \left(\frac{-8+\sqrt{290}}{3}\right) + 5$$

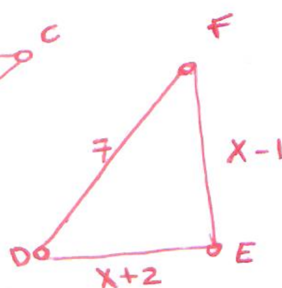
$$\boxed{EC = \frac{7+\sqrt{290}}{3}}$$

$$\overline{BE} = 2\left(\frac{-8+\sqrt{290}}{3}\right) + 3 \Rightarrow \boxed{\overline{BE} = \frac{-7+2\sqrt{290}}{3}}$$

---

(21) Hallar el valor de x y la longitud de cada lado de los lados de los triángulos rectángulos.





$$\frac{1}{2a} \cdot -b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}$$

$$\frac{1 \pm \sqrt{1 - 4.1.6}}{2.1}$$

Al ser semejantes se cumple q Tales de mileto

$$\frac{x+1}{4} = \frac{x-1}{x+2} \Rightarrow (x+1)(x+2) = 4(x-1) \Rightarrow$$

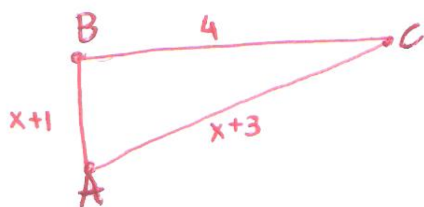
$$\Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 4x - 4 \Rightarrow$$

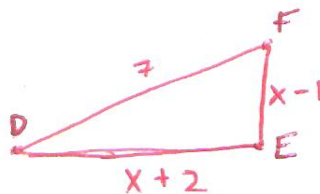
$$\Rightarrow x^2 - x + 6 = 0$$

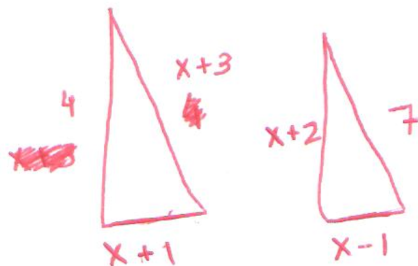
Mal

Tiene soluciones complejas por lo tanto no es correcto.

21.







$$\frac{4}{x+1} = \frac{x+2}{x-1}$$

$\Rightarrow 4(x-1) = (x+2)(x+1)$

$\Rightarrow 4x-4 = x^2+3x+2$

$\Rightarrow 0 = x^2-x+6$

$\sqrt{b^2-4ac} < 0$

$\times \quad \sqrt{-23}$

No son semejantes

$$\frac{4}{x+3} = \frac{x+2}{7}$$

$\Rightarrow 4 \cdot 7 = (x+2)(x+3)$

$\Rightarrow 28 = x^2+5x+6$

$0 = x^2+5x-22$

$$\frac{-5 \pm \sqrt{5^2-4 \cdot 1 \cdot (-22)}}{2 \cdot 1}$$

$x_1 = \frac{-5+\sqrt{113}}{2}$

$x_2 = \frac{-5-\sqrt{113}}{2}$

Mal porque no son semejantes

Otra forma:

$4^2 + (x+1)^2 = (x+3)^2$

$(x-1)(x-1)$

$x^2-x-x+1$

x^2-2x+1

$4^2 + [x^2+2x+1] = [x^2+6x+9]$

$4^2 + (-4)x - 8 = 0$

$-4x+8=0 \Rightarrow x = \frac{-8}{-4} \Rightarrow$ $x=2$

$\therefore \overline{BA} = 3$

$\overline{AC} = 5$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{1^2-4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1}$$

$(x-1)^2 + (x+2)^2 = 7$

$(x^2-2x+1) + [x^2+4x+4] = 7 \Rightarrow$

$2x^2+2x+5 = 7 \Rightarrow 2x^2+2x-2=0$

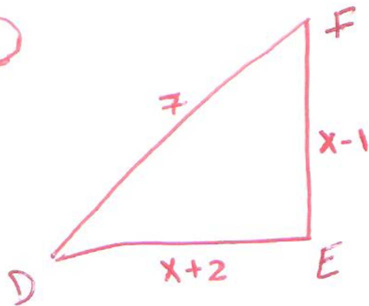
$\Rightarrow 2(x^2+x-1) = 0$

$$\frac{-2 \pm \sqrt{2^2-4 \cdot 2 \cdot (-2)}}{2 \cdot 2}$$

$x_1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

$x_2 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$

(21)



$(x-1)(x-1)$

$x^2-x-x+1$

$$(x-1)^2+(x+2)^2=7^2$$

$$[x^2-2x+1]+[x^2+4x+4]=7^2 \Rightarrow$$

$$2x^2+(-2x)+5=7^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x^2-2x-44=0$$

$$\frac{1}{2\cdot 2}\left(+2 \pm \sqrt{2^2-4\cdot 2\cdot (44)}\right)$$

~~$x_1=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$~~ — ~~$x_1 \cong 1,61$~~

~~$x_2=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$~~

x_2 No vale por ser negativo.

~~$\therefore \overline{FE}=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$~~

~~$\overline{DE}=\frac{5+\sqrt{5}}{2}$~~

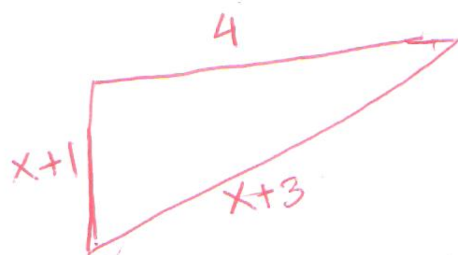
$$x_1=\frac{1+\sqrt{89}}{2}$$

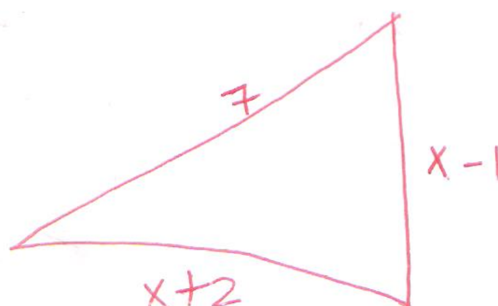
$$x_2=\frac{1-\sqrt{89}}{2}$$

$x_1 \cong 5,21$

No vale por no ser semejante $\left\{ \frac{x+1}{x-1}=\frac{4}{x+2}=\frac{x+3}{7} \right.$

~~(22) Se considera un triángulo especial donde la longitud de la hipotenusa es 16, calcula la longitud de sus lados. Poner de 30° y de 60°~~





$3X - X$

$$\frac{7}{x+3} = \frac{x-1}{x+2} \Rightarrow 7(X+2) = (X-1)(X+3)$$

$$\Rightarrow 7X + 14 = X^2 + 2X - 3$$

$$\Rightarrow 0 = X^2 - 5X - 17$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a} = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4.1.(-17)}}{2.1}$$

$$= (5 \pm \sqrt{25 + 68}) / 2$$

$$X_1 = (5 + \sqrt{93}) / 2$$

$$X_2 = (5 - \sqrt{93}) / 2$$

$$\frac{7}{x+2} = \frac{x+3}{4} \Rightarrow 4.7 = (x+3)(x+2) \Rightarrow$$

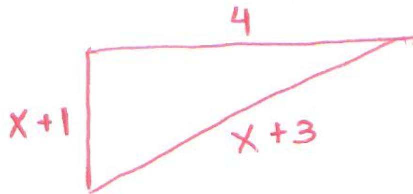
$$x^2 + 2x + 3x + 6$$

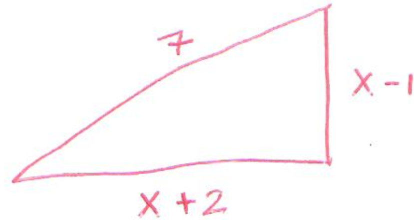
$$\Rightarrow 28 = x^2 + 5x + 6 \Rightarrow x^2 + 5x - 22 = 0$$

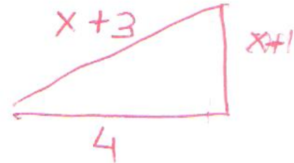
$$\Rightarrow (-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}) / 2.a \Rightarrow \left(\frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4.1.(-22)}}{2.1}\right)$$

$$X_1 = \frac{-5 + \sqrt{113}}{2}$$

$$X_2 = \frac{-5 + \sqrt{113}}{2}$$







$$\frac{x+1}{4} = \frac{x-1}{x+2} \Rightarrow (x+1)(x+2) = 4(x-1)$$

$$\Rightarrow x^2+3x+2 = 4x-4$$

$$\Rightarrow x^2 - x + 6 = 0$$

$$-(-1) \pm \sqrt{\underbrace{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}$$

es negativo, no tiene solución.

---

21 Apliqué pitágoras ya que los triángulos NO son semejantes [redacted] Intenté usar Tales de Mileto y me dió soluciones negativas.

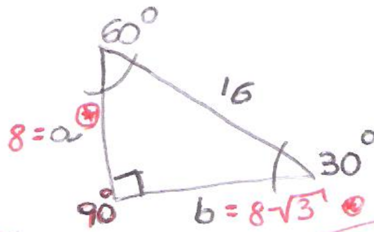
22 Se considera un triángulo especial donde la longitud de la hipotenusa es 16, calcula la longitud de sus lados.

Poner de 30° y de 60°.

$a^2+b^2 = 16^2$

Es un ejercicio de trigonometría



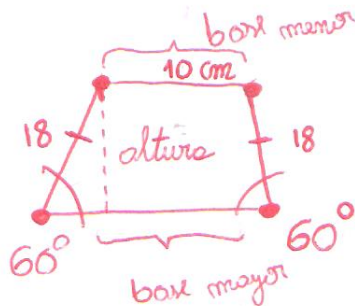


$\text{sen}\,\theta = \frac{c}{a}$; $\cos\theta = \frac{b}{a}$; $\text{tg}\,\theta = \frac{c}{b} = \frac{c/a}{b/a}$

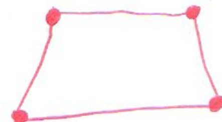
⊛ $\text{sen}\,30° = \frac{a}{16} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{a}{16} \Rightarrow \boxed{a = 8}$

⊛ $\cos 30° = \frac{b}{16} \Rightarrow 16 \cdot \sqrt{3}/2 = b \Rightarrow \boxed{b = 8\sqrt{3}}$

(23) Cada lado congruente de un trapecio isósceles tiene longitud 18. Si los ángulos de la base mayor miden 60° y la base menor mide 10 cm, calcula la altura y la longitud de la base mayor.



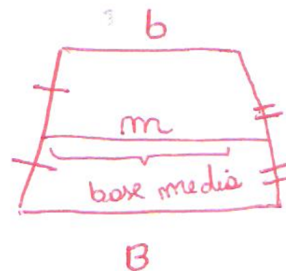




Área de un Trapecio $= \dfrac{B + b}{2} * h$ (B: base mayor, b: base menor, h: altura)

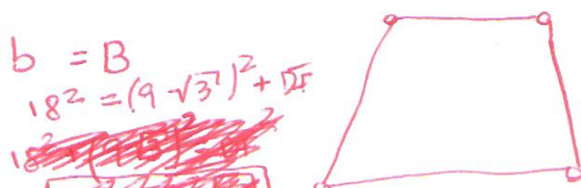
Trapecio

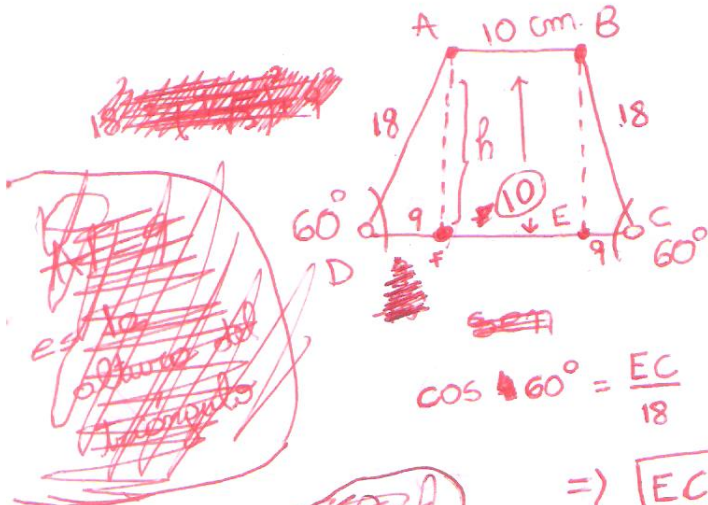
$m = \dfrac{b+B}{2}$



$\dfrac{A}{h} = \dfrac{B+b}{2} \Rightarrow 2\left(\dfrac{A}{h}\right) = B+b$

$\Rightarrow 2\left(\dfrac{A}{h}\right) - b = B \Rightarrow \dfrac{2A}{h} - b = B$





$\cos 60° = \dfrac{EC}{18} = 18 \cdot \cos 60° = EC$

$\Rightarrow \boxed{EC = 9}$

$18^2 = 9^2 + \overline{BE}^2$

$\overline{BE}^2 = 243$

ALTURA: $\overline{BE} = 9\sqrt{3}$

$\operatorname{tg} 60° = \dfrac{AF}{DF} \Rightarrow DF = \dfrac{AF}{\operatorname{tg} 60°} \Rightarrow DF = \dfrac{AF}{\sqrt{3}} = 9/\sqrt{3}$

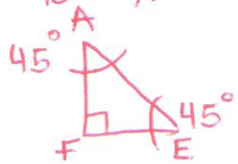
⚠ AF es igual a EC porque el triángulo tiene un ángulo de 45 grados

45° 45° — estos dos catetos son iguales

base mayor: $B = 10 + 9 + 9$

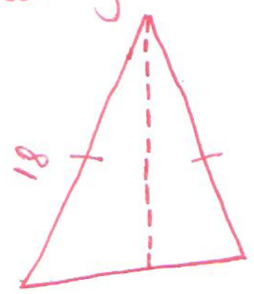
$\boxed{B = 28}$

Si tenés un triángulo en donde dos de sus ~~en~~ ángulos son 45° sus dos catetos son iguales

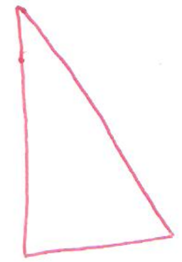


$\overline{AF} = \overline{FE}$

24) Calculá la longitud del lado de un triángulo isósceles, cuyo hipotenusa tiene una longitud 18. Calcular el valor de la altura y valor de la mediana.



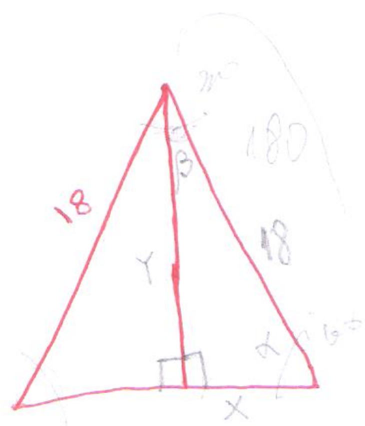




$x^2 + y^2 = 18^2$

$\beta + \alpha = 90$

$\operatorname{sen} \alpha = \frac{y}{18}$



$$\text{altura} = \frac{\text{área} * 2}{\text{base}}$$

~~Altura =~~

~~45°, a, 9, 18, altura, 45°, a~~

~~$\text{altura}^2 = (9\sqrt{2})^2 + 9^2$~~

~~$\text{altura} = 9\sqrt{3}$~~

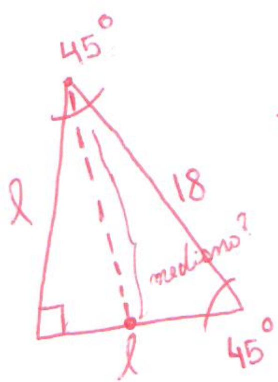
~~$18^2 = a^2 + a^2$~~

~~$18^2 = 2a^2$~~

~~$324 = 2a^2 \Rightarrow a = \sqrt{162}$~~

~~$a = 9\sqrt{2}$~~

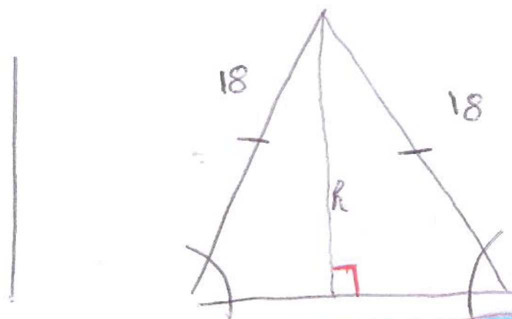
mediana =



$$18^2 = l^2 + l^2$$
$$\Rightarrow 18^2 = 2l^2$$
$$\Rightarrow 162 = l^2$$
$$\Rightarrow l = 9\sqrt{2}$$

$$\text{Altura} = l = 9\sqrt{2}$$

24) Calcula la longitud de un triángulo isósceles, cuyo hipotenusa tiene longitud 18. Calcular el valor de la altura y valor de la mediana. (60)

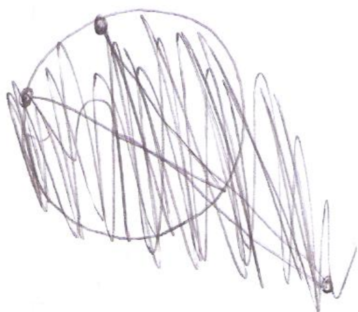


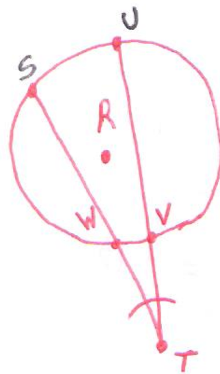
Trabajo Práctico

Número 4

Indicar verdadero - falso

a) La amplitud de un ángulo exterior es igual a la mitad del valor absoluto de la semidiferencia de las medidas de los arcos cortados.





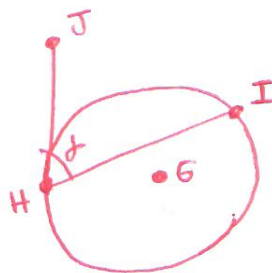
medida del $< \delta$ $= \dfrac{|\frown US - \frown VW|}{2}$

Verdadero//

(b) El ángulo excéntrico de una circunferencia es el determinado por dos rectas secantes, las que se cortan en un pto. interior de la circunferencia distinto del centro, y el cual es el vértice del ángulo. **Verdadero.**

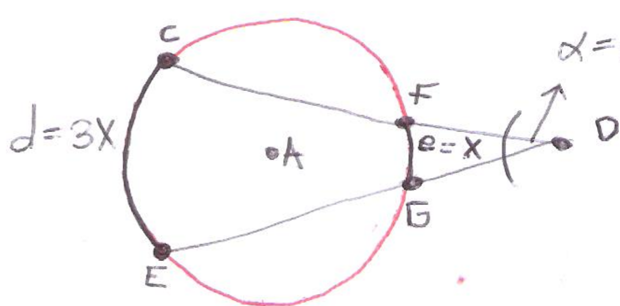
c) Un ángulo semiinscripto en un arco de circunferencia mide el doble del ángulo central correspondiente. **Falso.**





---

(2) Sabiendo que los lados de un ángulo exterior a una circunferencia forman un ángulo de 21°. ¿Cuáles son las medidas de los arcos sabiendo que uno de los arcos es el triple del otro?



$$21° = \frac{|\frown FG - \frown CE|}{2}$$

$$21° = \frac{|x - 3x|}{2}$$

$$21° = \frac{|-2x|}{2}$$

$$21° = 2x/2$$

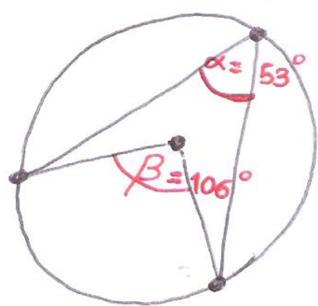
$$\boxed{21° = x}$$

$$d = 3x \Rightarrow d = 3 \cdot 21°$$

$$\Rightarrow \boxed{d = 63°}$$

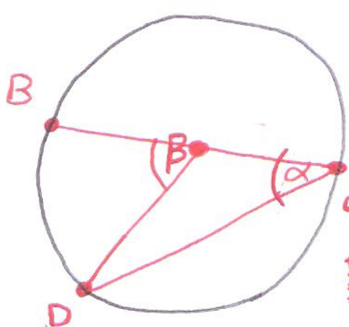
$$\boxed{e = 21°}$$

③ En la siguiente figura, si $\alpha = 53°$, el valor de β es:



$\beta = 106°$

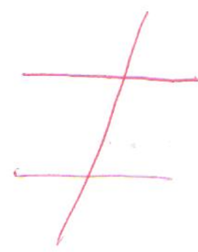
④



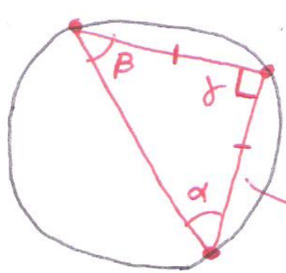
$\alpha = \frac{\beta}{2} \Rightarrow 34 \cdot 2 = \beta$

$\Rightarrow 68° = \beta$

$\alpha = 34°$



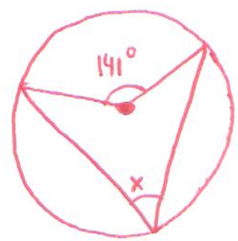
⑤ Indicar el valor del ángulo β.



$\beta = 45°$?

→ el triángulo está dibujado a la mitad de la circunferencia.

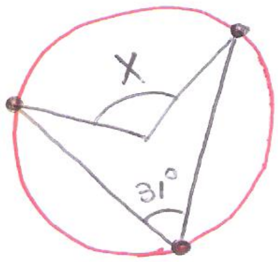
⑥ ¿Cuánto mide el ángulo cuyo vértice señalamos con X?



$x = \frac{141}{2}$

$X = 70,5$

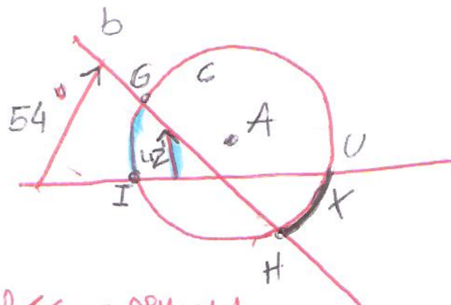
⑦ Halla el valor de "X" en la siguiente figura.

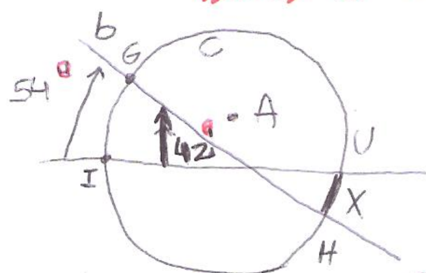


$X = 62°$

⑧ Un ángulo interior a una circunferencia mide 42° y uno de sus arcos 54° ¿Cuánto medirá el otro arco? **63**







$42° = \frac{\overline{GI} + \overline{UH}}{2}$

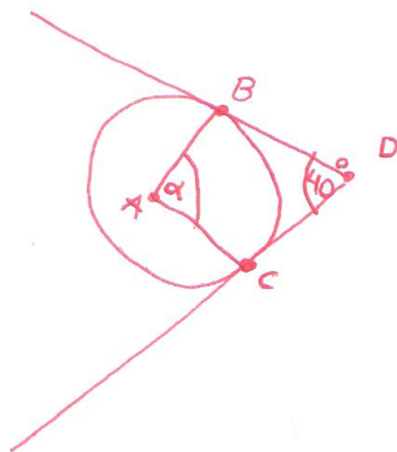
$42° = \frac{54° + \overline{UH}}{2}$

$2.42 - 54° = \overline{UH}$

$\boxed{30° = \overline{UH}}$

medida del $\sphericalangle E = \frac{\frown PM + \frown LN}{2}$

9 En la figura las semirrectas DB y DC son tangentes a la circunferencia. Determinar la medida del ángulo α.



$\alpha = 80° = 2.40°$

⑩ Responder "siempre" "a veces" o "nunca" según corresponda.

a.) Los ángulos inscriptos en un arco de circunferencia son congruentes con el central correspondiente. Nunca.

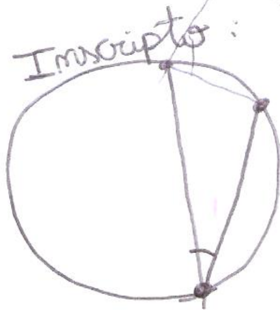
ⓑ Los ángulos inscriptos son menores que un ángulo llano. Siempre

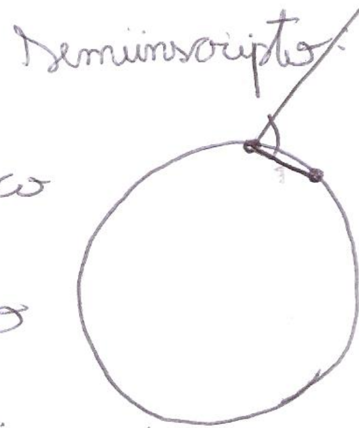
ⓒ Los ángulos semiinscriptos en una circunferencia son rectos. Nunca

ⓓ En un arco de circunferencia hay infinitos ángulos semiinscriptos. Siempre

e) En un arco de circunferencia hay infinitos ángulos inscriptos congruentes. Siempre.

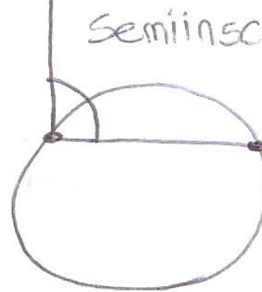
f) Los ángulos inscriptos y semiinscriptos en el ~~[illegible]~~ mismo arco de circunferencia son congruentes. ~~[illegible]~~ A veces ?





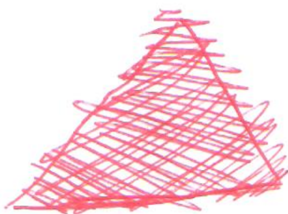
Mismo arco diferente ángulo

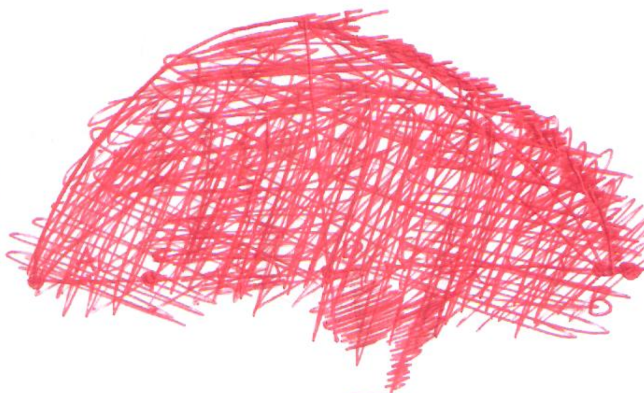


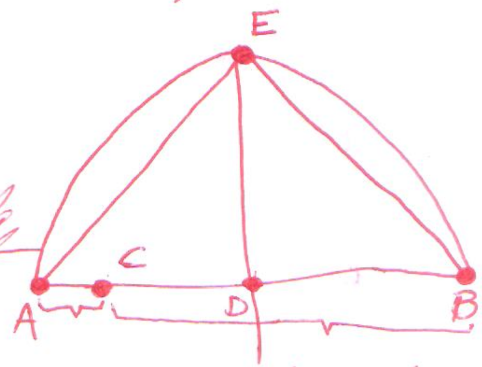


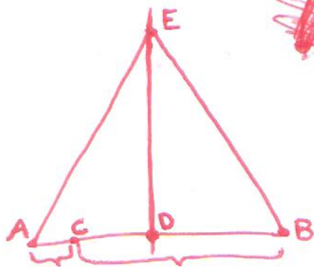
Segmento medio proporcional

11) Dados los $\overline{AC}$ y $\overline{CB}$ se halló el segmento medio proporcional ¿es correcta su construcción? ¿Por qué?









$\overline{AC} + \overline{CB} = \overline{AB}$

Pto. medio $\frac{\overline{AB}}{2} = D$

¿Que representa la mitad de la circunferencia? un arco capaz de 90°.

Ta mal la construcción, el teorema de la altura de Euclides dice que la altura se traza desde la unión del seg. AC con CB.

⑫ Hallar gráfica y analíticamente el segmento medio proporcional, sabiendo que: [65]

YOUTUBE: Hallar el seg. medio proporcional a otros dos.

a) $m = 3$ $n = 5$ b) $a = 5$ $b = 7$

c) $m = 6$ $n = 2$ d) $a = 3$ $b = 6$

El segmento medio proporcional (x) es la raíz cuadrada del producto de los segmentos proporcionales (a, b).

Definición: Cuando se desconocen los términos repetidos (medios o ~~ex~~ extremos) a éstos se les denomina medio proporcional.

a b

length
height

Hallar segmento proporcional de otros dos.

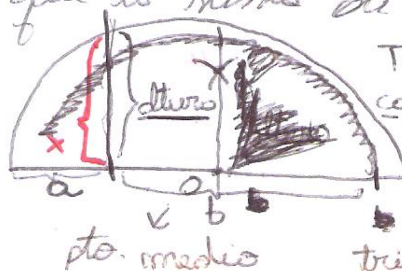
Nos basaremos en el teorema de la altura de Euclides

Se tiene que cumplir que $\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$ ~~$\frac{b}{x}$~~, donde x es el segmento que queremos hallar

En un triángulo rectángulo, la altura de la hipotenusa es la media proporcional de los dos segmentos ~~...~~ en los cuales divide ~~...~~ esa altura a la propia hipotenusa.

Dibujaremos el triángulo sabiendo que la suma de los dos segmentos será la hipotenusa.

Ahora hallamos el punto medio del segmento entero haciendo la mediatriz con compás



Trazamos el arco capaz de 90 grados para hallar la altura del triángulo

(12) Hallar gráfica y analíticamente el segmento medio proporcional, sabiendo que

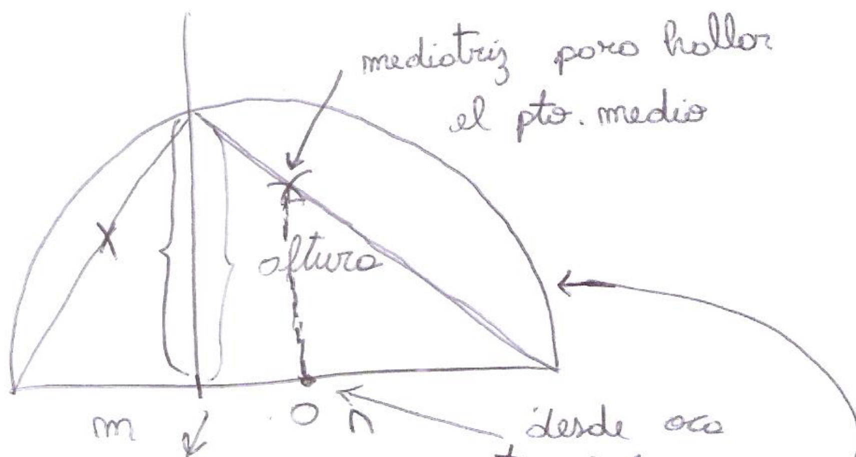
$$\frac{m}{x} = \frac{x}{n}$$, x es el segmento a hallar

a. m = 3
n = 5

n

m

Se usa Teorema de la Altura de Euclides



desde aca trazo el arco capaz de 90°

desde el pto. de unión de m y n trazamos una perpendicular

Aux.
celular carga [redacted] 73 %
11:13 AM

Polígonos en la circunferencia : inscripto y circunscripto

a) Si un cuadrilátero está inscripto en una circunferencia, los pares de ángulos opuestos son complementarios. Falso.

Los ángulos opuestos son SUPLEMENTARIOS.

Suplementario : si su suma forma un ángulo llano es decir 180°.

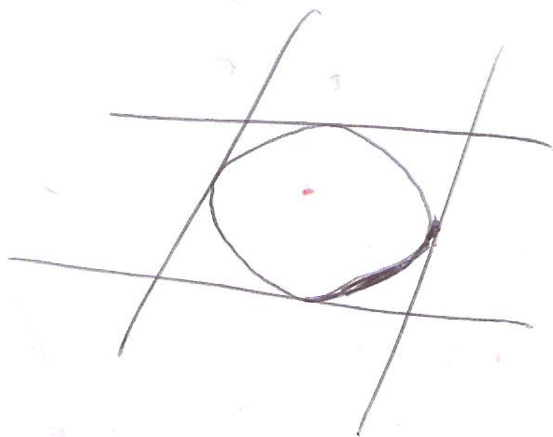
Complementario : suman 90°

~~(a) Si en un cuadrilátero ABCD está inscripto en una~~

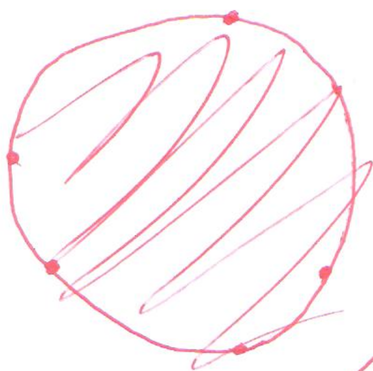
a

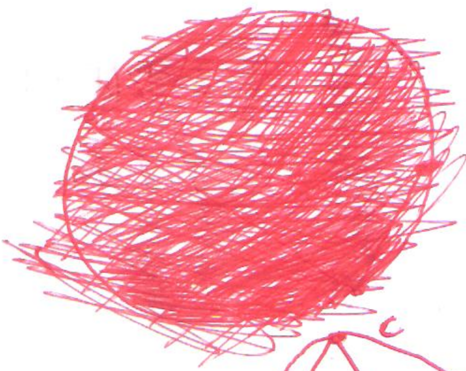
b) En un cuadrilátero circunscripto a una circunferencia, resulta ser que la suma de los lados opuestos son iguales

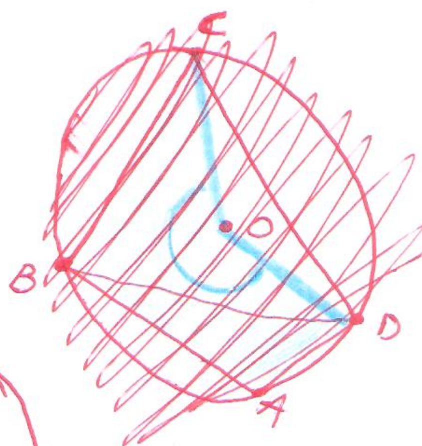
Verdadero (Ver Teoría)

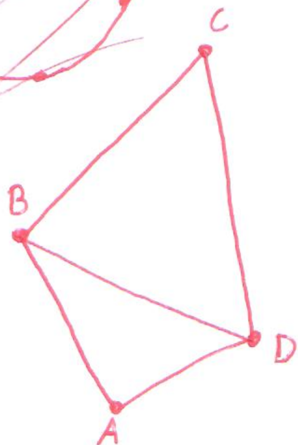


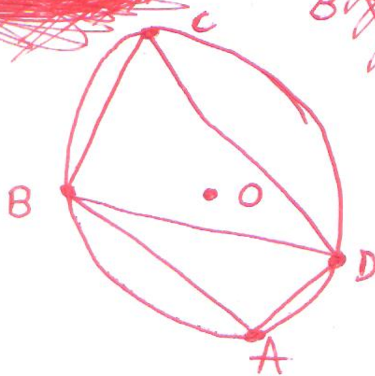
(14) En la figura el cuadrilátero ABCD está inscripto en una circunferencia de centro O. Si BCD mide 65° el valor de BAD es:



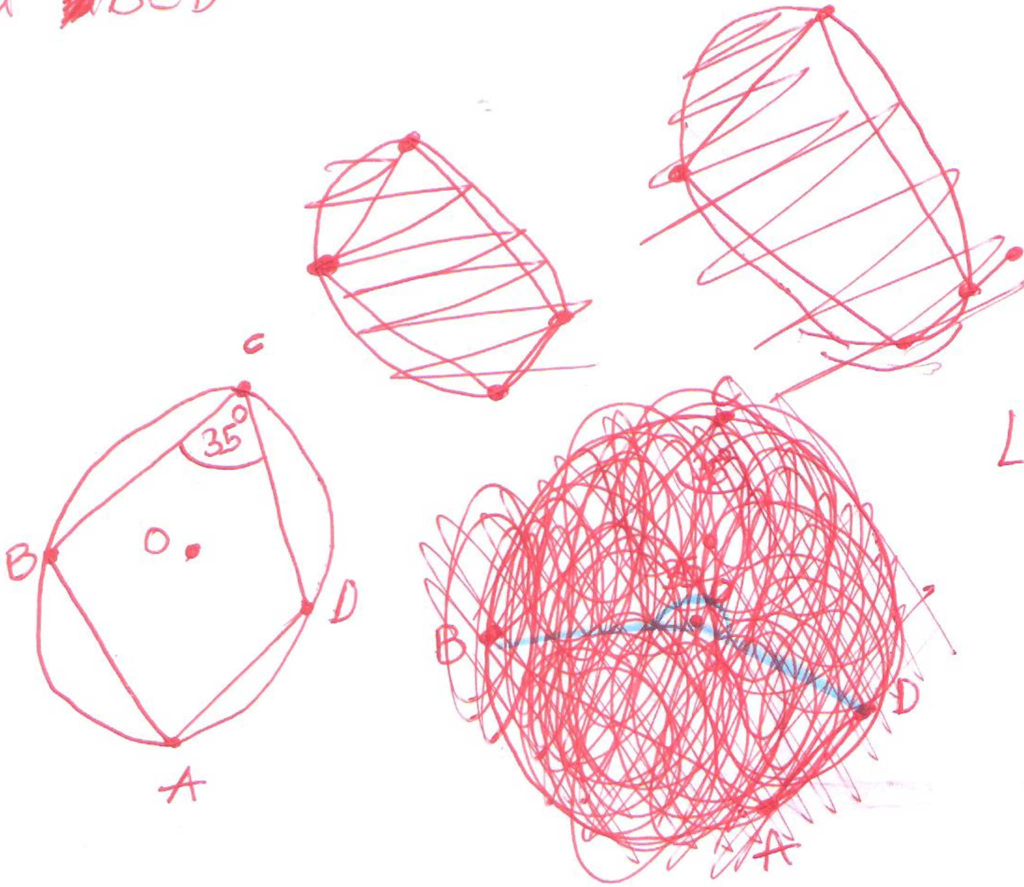








(14) En la figura el cuadrilátero ABCD está inscripto en una circunferencia de centro O. Si BCD mide 65° el valor de BAD es:



$\angle BCD = 65^\circ$

Los ángulos opuestos son suplementarios.

$35^\circ + \angle BAD = 180^\circ$

$\angle BAD = 145$

15) Se puede decir que los ángulos opuestos de un cuadrilátero inscripto en una circunferencia son:

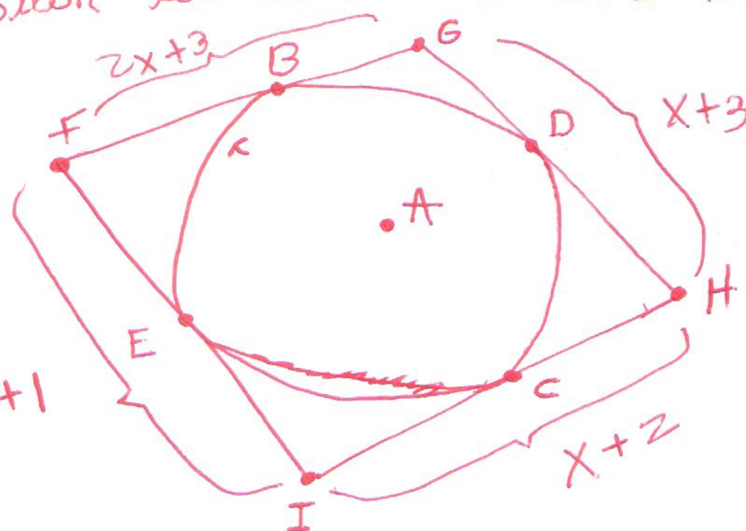
a) iguales ✗

b) complementarios ✗

c) suplementarios ✓

d) no se puede generalizar, depende de la figura cuestión. ✗

(16) En la figura el cuadrilátero FGHI es circunscripto, sabiendo que las expresiones de las longitudes de los lados son $FG = 2X+3$, $GH = X+3$, $HI = X+2$, $FI = 3X+1$, hallar los valores de los mismo.



$\overline{GH} = \overline{FI}$

$\Rightarrow X+3 = 3X+1$

$\Rightarrow 0 = 2X-2$

$\Rightarrow 2 = 2X \Rightarrow \boxed{X=1}$

$\boxed{\overline{GH} = 1+3 = 4}$

$\overline{FI} = 3.1+1$

$\boxed{\overline{FI} = 4}$

$\overline{FG} = \overline{HI} \Rightarrow$

$\Rightarrow 2X+3 = X+2$

$\Rightarrow X+1 = 0 \Rightarrow \boxed{X=-1}$

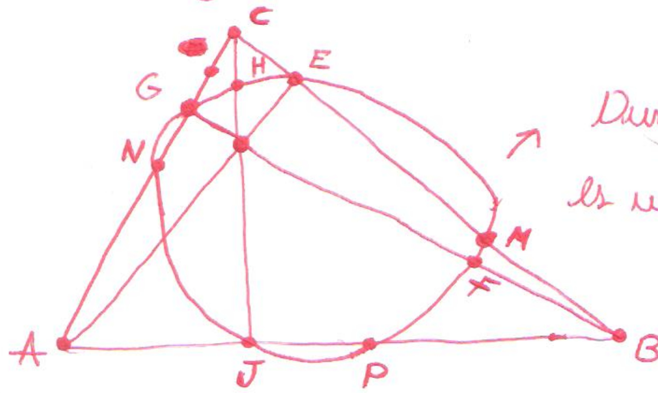
$\overline{FG} = 2.(-1)+3 = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\overline{FG} = 1}$

$\overline{HI} = X+2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \overline{HI} = -1+2 \Rightarrow \boxed{\overline{HI} = 1}$

La recta Euler es una línea que contiene al ortocentro, al circuncentro y al baricentro. Se llama así en honor al matemático suizo Euler, quién lo de-mostró en el siglo XVIII en el año 1765.



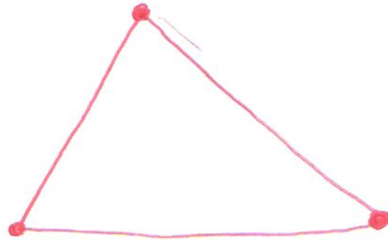
Aunque no lo parezca es una circunferencia

En geometría se conoce como circunferencia de 9 puntos a aquella que se puede construir sobre cualquier triángulo propuesto. Su nombre deriva del hecho que la circunferencia pasa por nueve puntos notables, seis de ellos sobre el mismo triángulo (salvo que el triángulo sea obtusángulo). Estos son:

- el punto medio de cada lado.
- los pies de las alturas.
- los ptos. medios de los segmentos determinados por el ortocentro y los vértices del triángulo.

(17) Dibujo un triángulo Escaleno. En el hallo: el ortocentro, el circuncentro, el baricentro y ~~F~~ trazé la recta de Euler. [71]

73%
11:12
2:24
100%



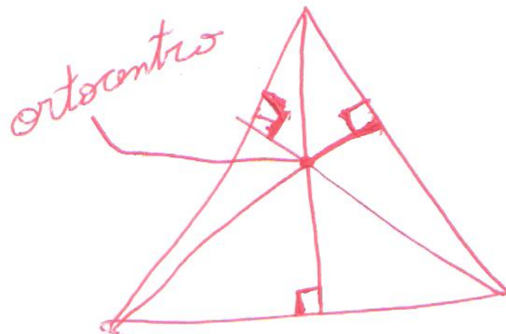
27% — 3.~~10~~ minutos

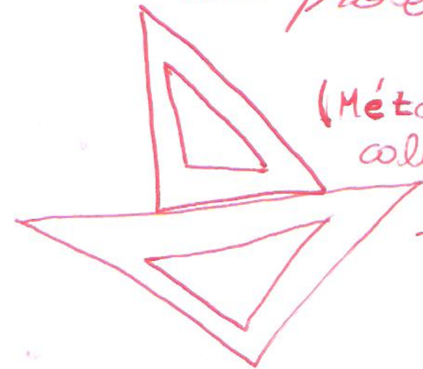
27% — 190 m.
100% — x = 703 m.

11,7 horas

1. Ortocentro (Alturas)
2. Circuncentro (Mediatrices)
3. Baricentro (Medianas)
4. Incentro (Bisectrices)

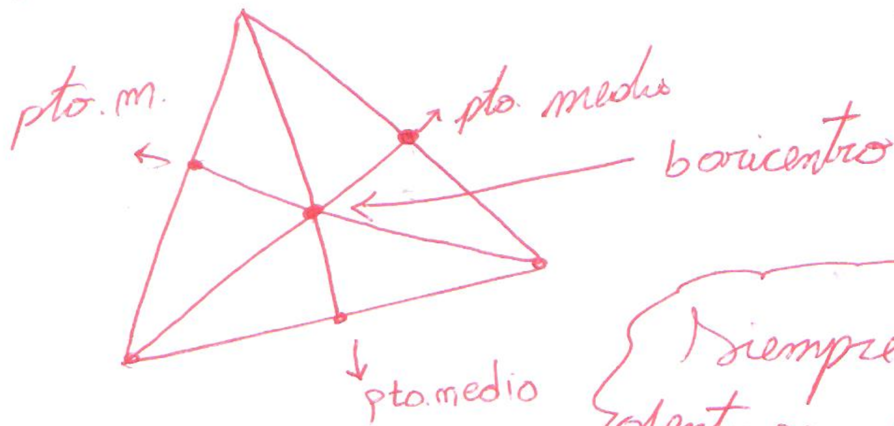
<u>Altura</u> de un triángulo: Recta que pasa por un vértice y, es perpendicular al lado opuesto o su prolongación.





(Método para calcular ángulo de 90º)

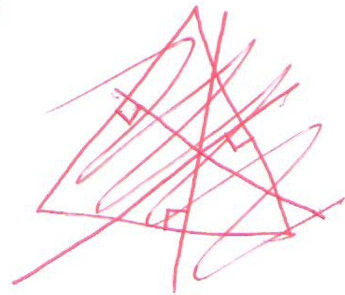
<u>Mediana</u>: Recta que pasa por un vértice y por el punto medio del lado opuesto.



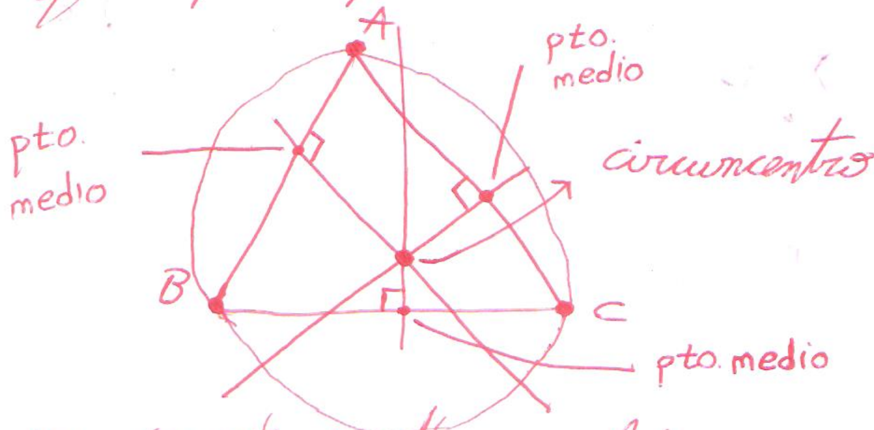
Siempre estará dentro del triángulo

<u>Circuncentro</u>: Pto. donde se encuentran las mediatrices





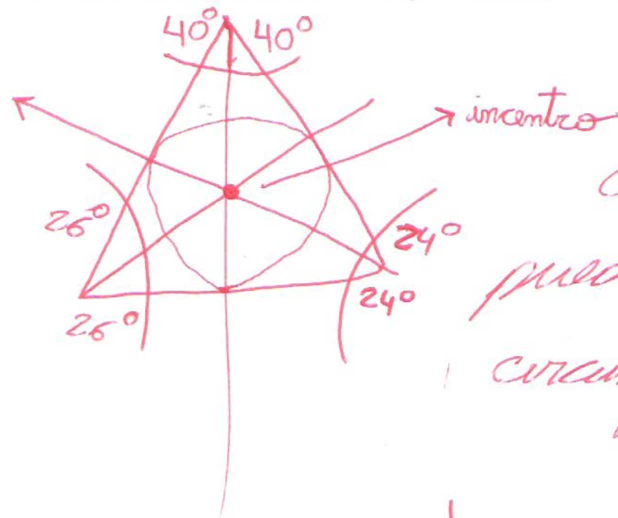
~~Med~~ <u>Mediatriz</u>: Recta perpendicular a un lado que pasa por su centro.



Con un compás podés verificar que la circunferencia pasa por todos los vértices

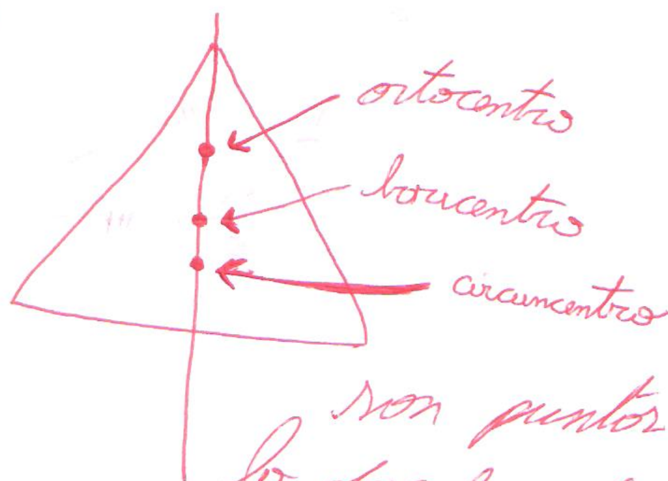
Incentro

Pto. donde se encuentran las Bisectrices de un triángulo.



con un compás puedo formar la circunferencia inscripta

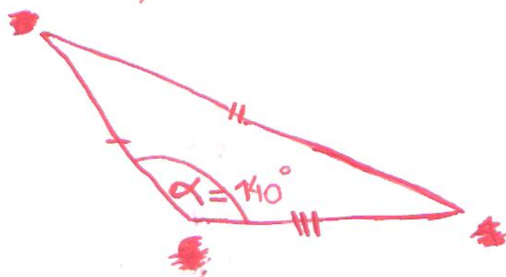
Recta Euler



son puntos colineales lo descubrió Euler, fue descubierto por Euler en el año de 1765.

En un triángulo rectángulo, el ortocentro va en el ángulo recto, y el circuncentro va en la hipotenusa, y el baricentro en el centro de gravedad.

(18) Construye un triángulo obtusángulo escaleno, sabiendo que $\alpha = 140°$. En el mismo halla la recta de Euler y la circunferencia de los nueve puntos.





HACER

Homotecia entre circunferencias: centros de homotecia

(19) Elegir la opción correcta: ???

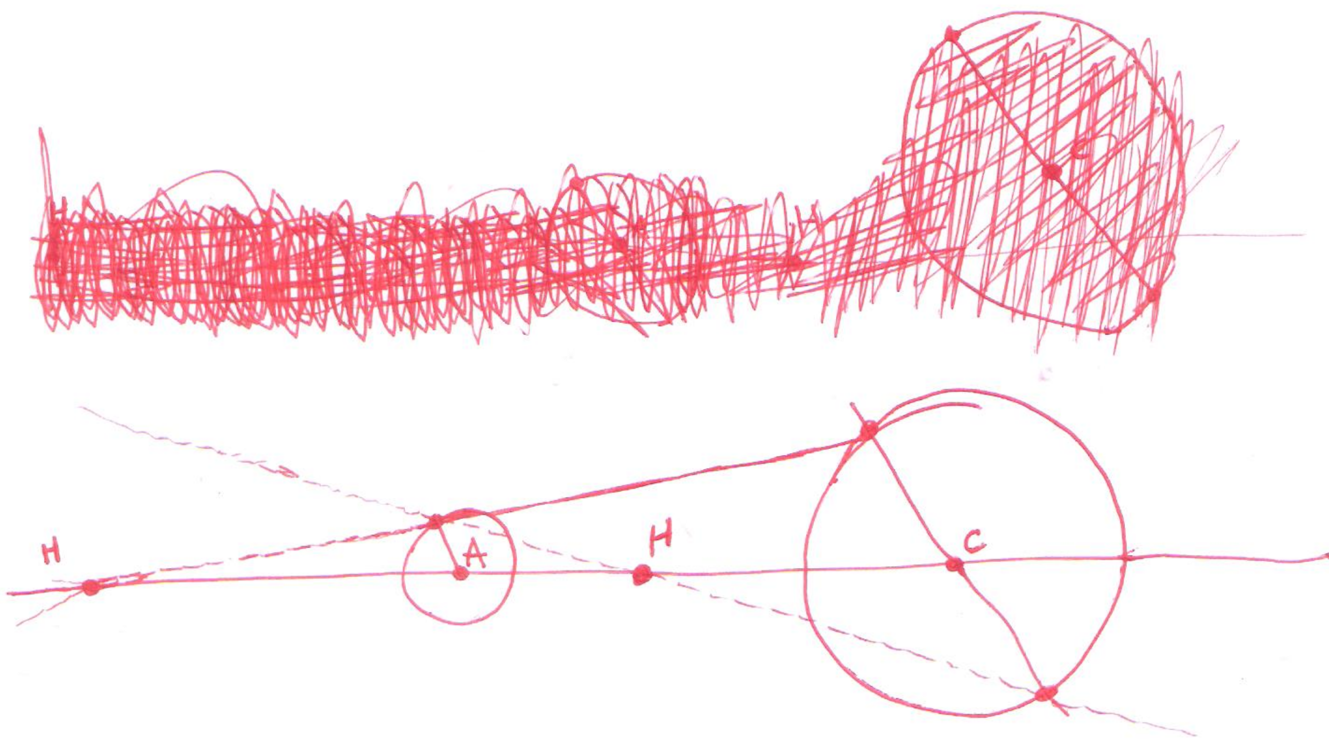
- Si la razón de homotecia es negativa, entonces la homotecia se denomina (directa / inversa)
- Si la razón de homotecia es mayor que cero, ents. la homotecia se denomina (inversa / directa)
- La composición de homotecias del mismo centro es otra homotecia del mismo centro cuya razón de homotecia: es

a) la suma de las razones. b) el prod. de los centros. c) ninguna de las anteriores (d) el producto de las razones.

La composición de homotecias del mismo centro
es otra homotecia del mismo centro cuya razón de homotecia es el producto de las razones.

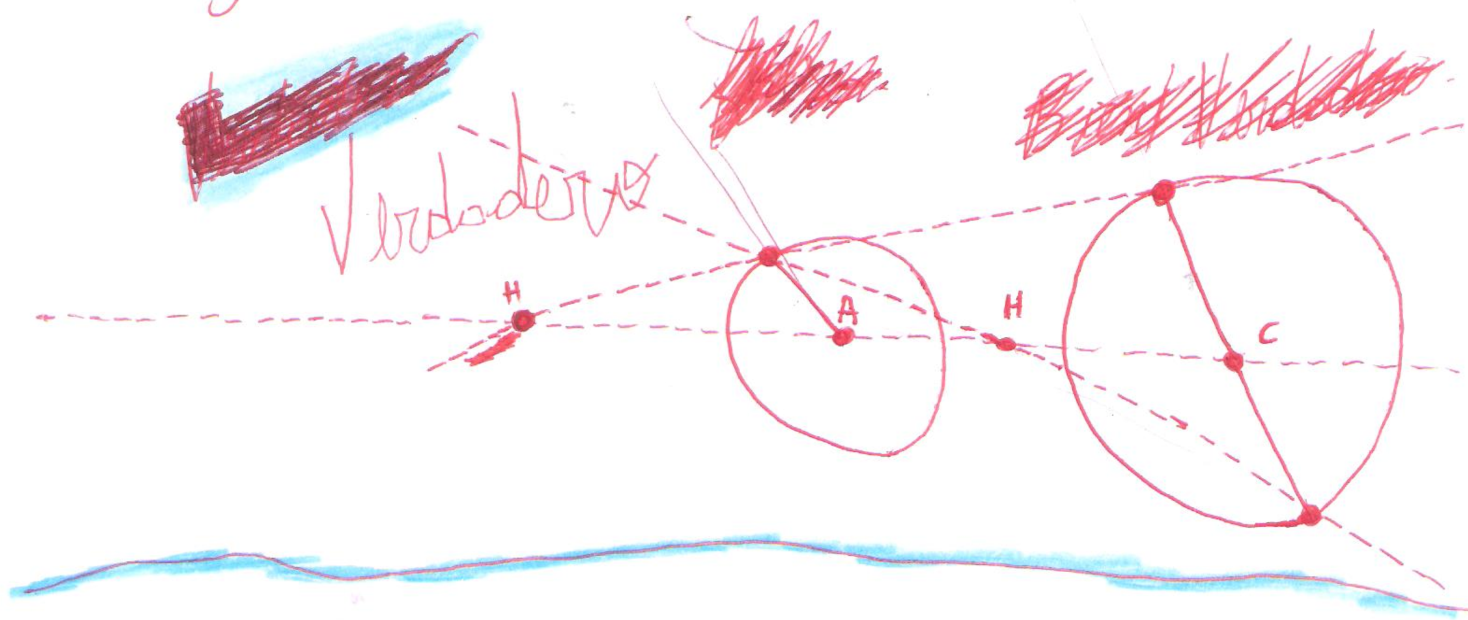
(20) Indicar verdadero - falso

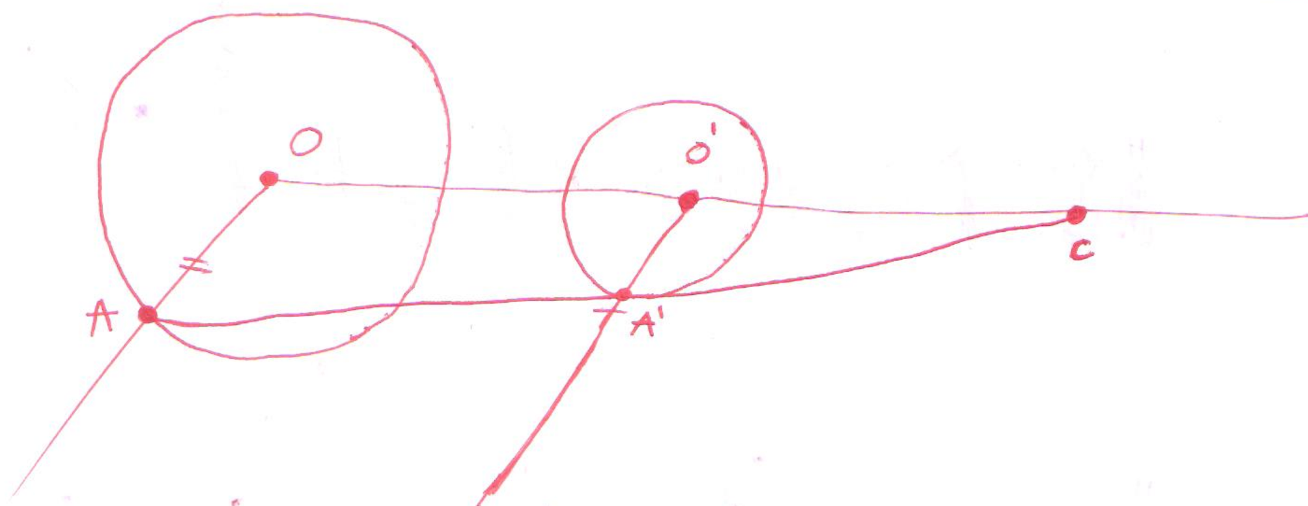
Los centros de homotecia de las dos circunferencias C(A, r) y C(C, r') están correctamente construidos.



(20) Indicar verdadero, falso

Los centros de homotecia de las dos circunferencias C(A, r) y C(C, r') están correctamente construidos





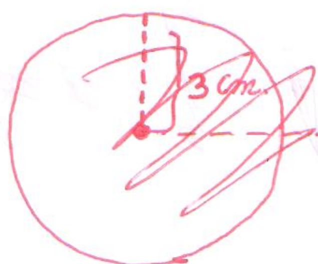
[21] Dados los siguientes circunferencias, hallar los centro y razones de homotecia.

a. C1(O1, 3 cm), C2(O2, 2 cm), d = 7cm.

(21)

C1(O1, 3 cm); C2(O2, 2 cm), d = 7 cm.







Mal

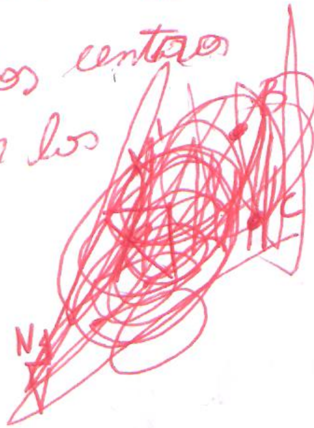
?

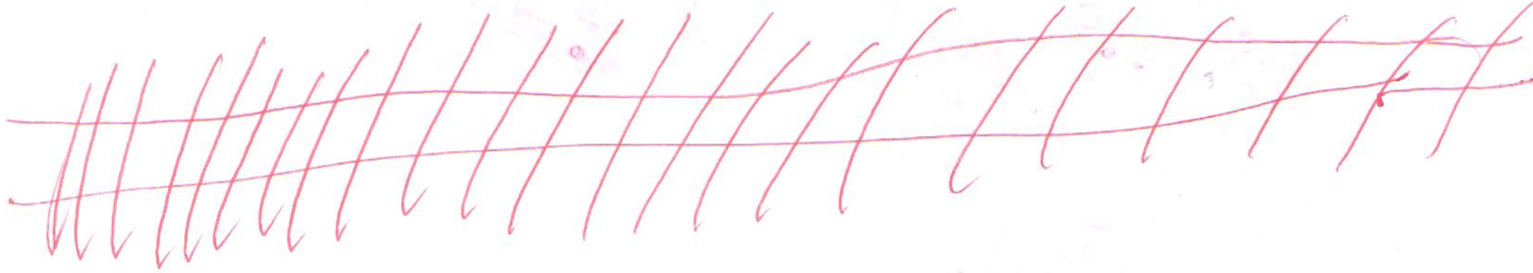
Si dos circunferencias no son concéntricas son [78]

homotéticas respecto de dos centros de homotecia

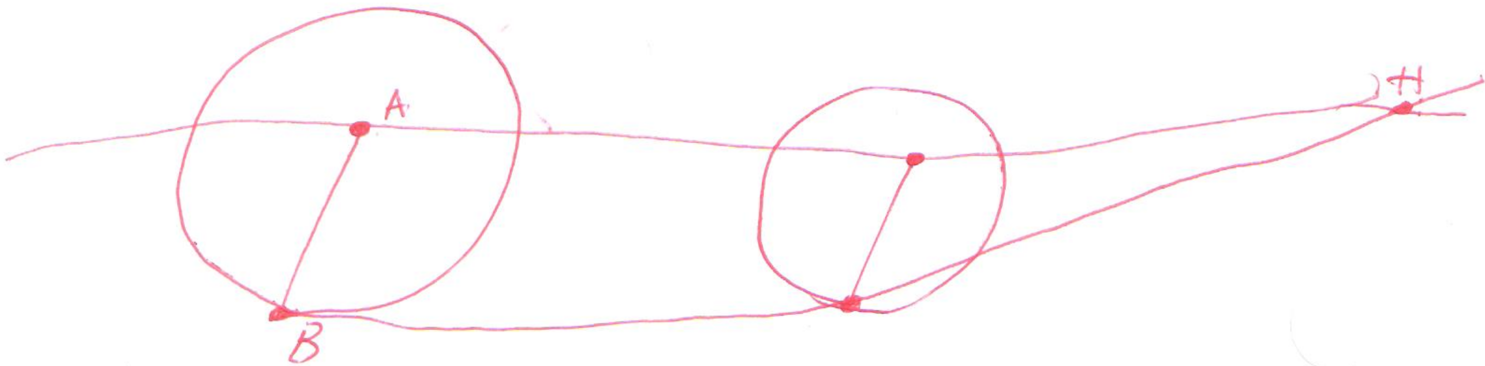
armónicamente separados por los centros de la

circunferencia.







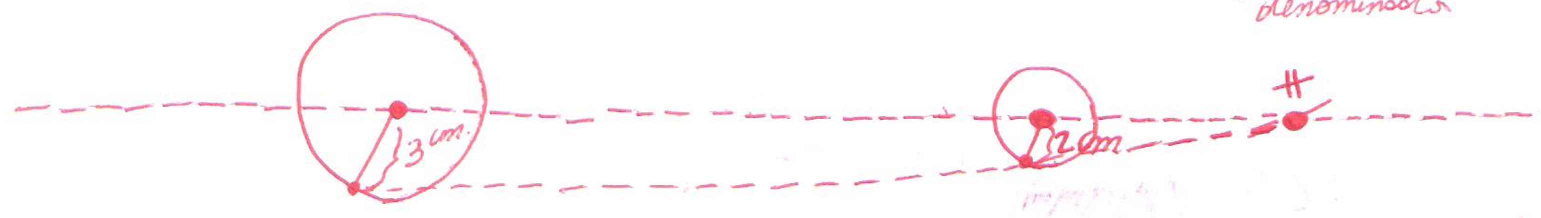


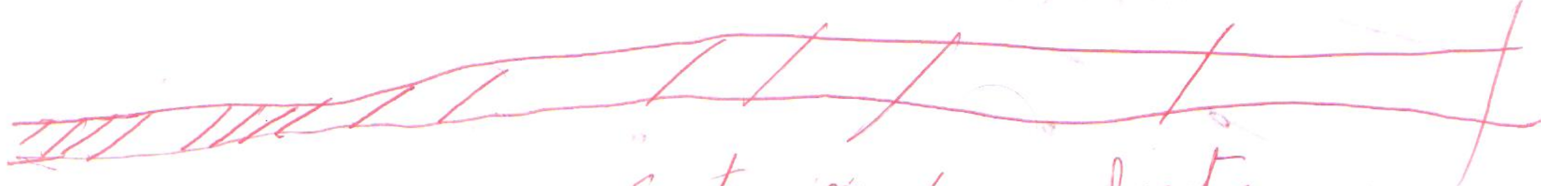
E1 Dados las sig. circunferencias, halla los centros y razones de homotecia.

a) C1 (O1, 3 cm), C2 (O2, 2 cm), d = 7 cm

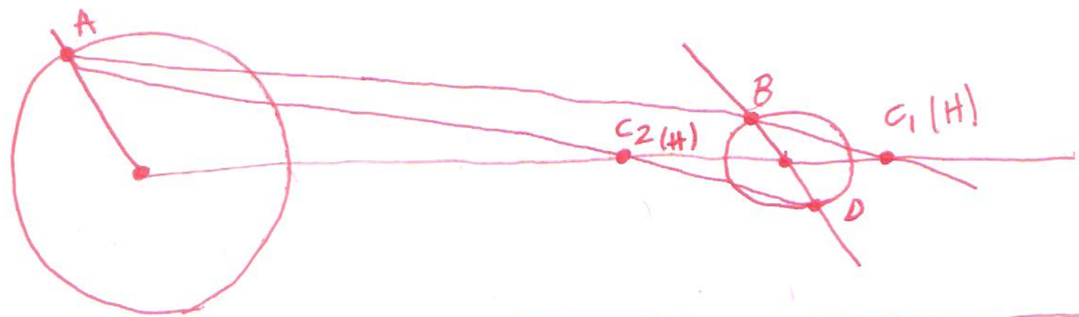
↗ numerador
- 5
2
↙ denominador

gubi



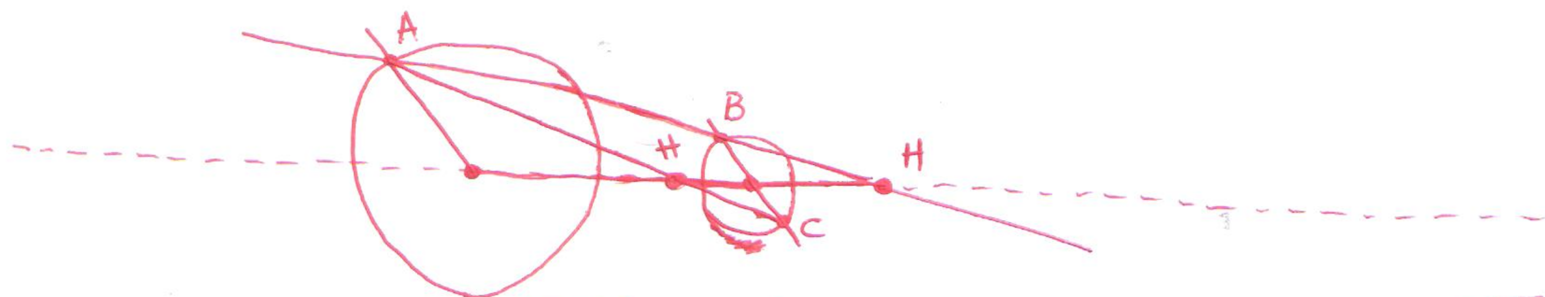


Construcción de una homotecia



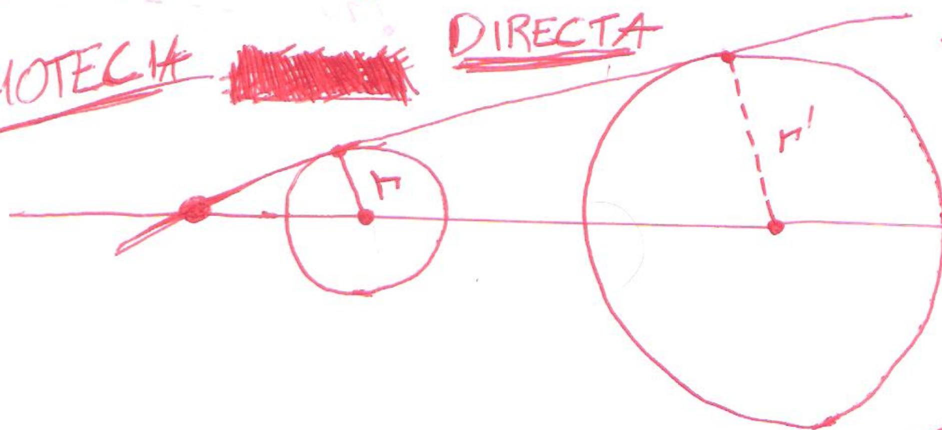
Dunning-Kruger
Snail
Varv
spewing
Sprinkled
polished
bore
swathes
carpal syndrome

$C_1(O_1, 3\ cm.)$, $C_2(O_2, 2\ cm.)$, $d = 7\ cm.$



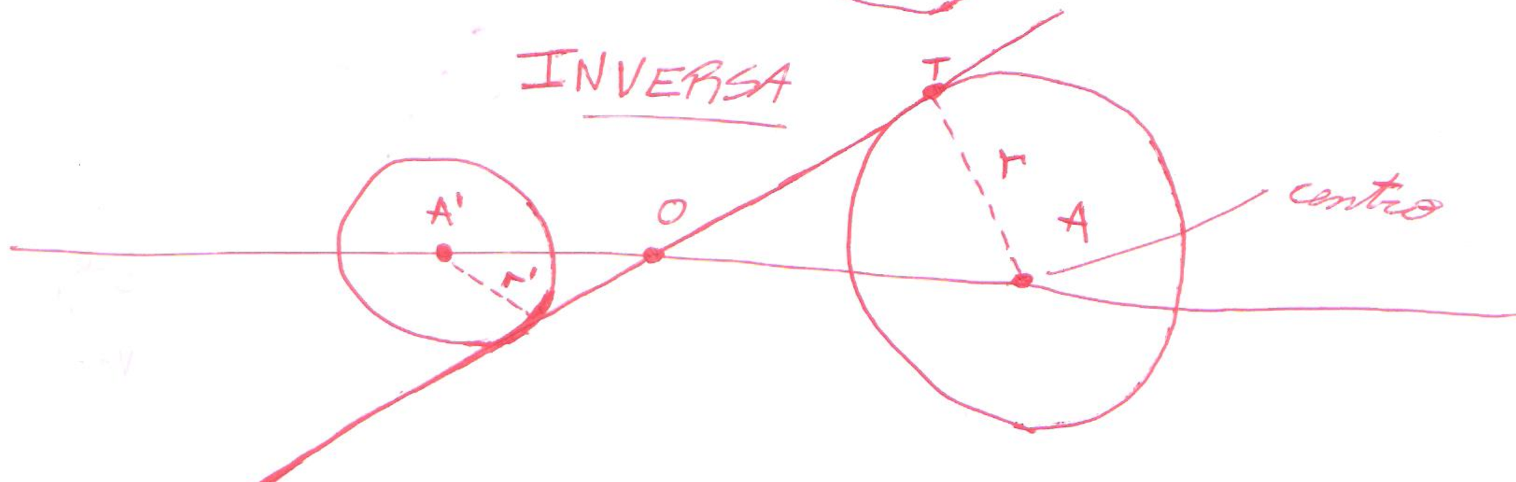


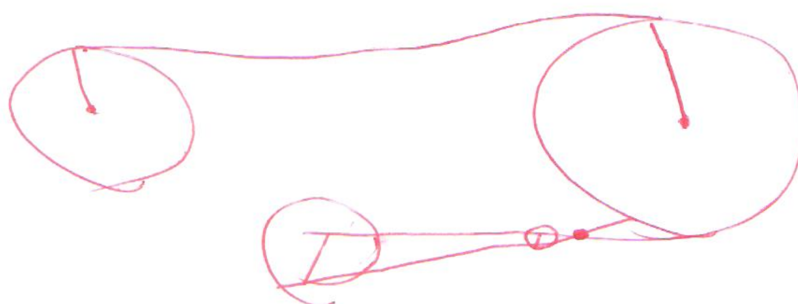
HOMOTECIA DIRECTA



← recta tangente si lo prolongamos se cortan con el centro de homotecia

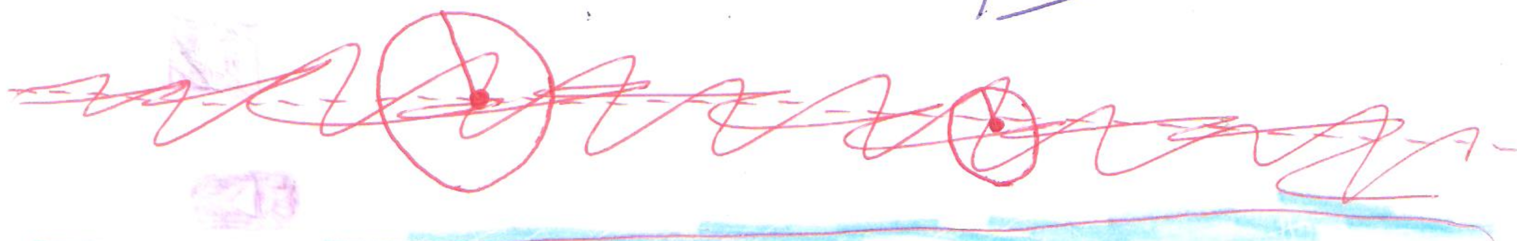
INVERSA





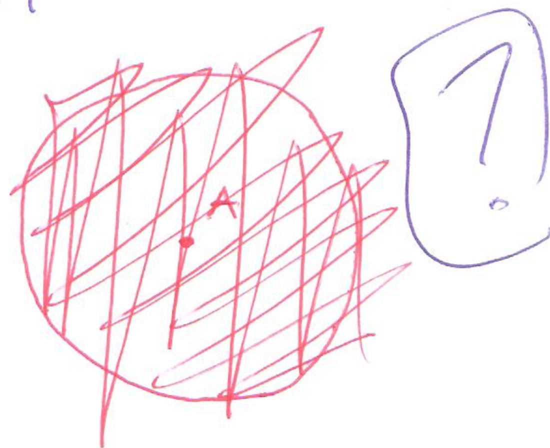
a) C1 (O1, 3 cm.) , C2 (O2, 2 cm.), d = 7 cm.

Mal

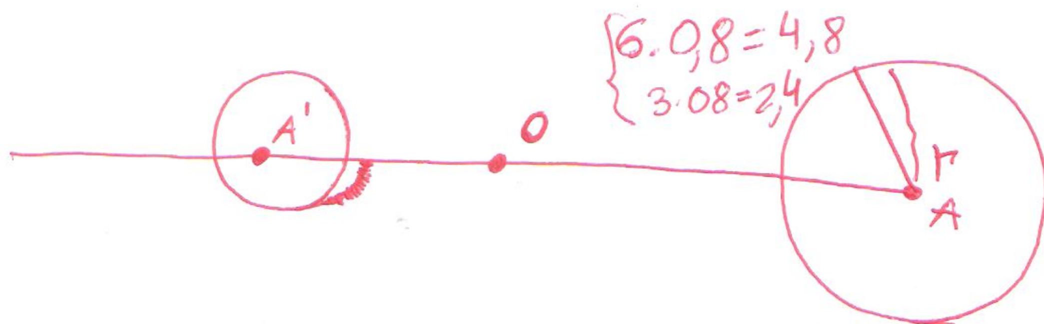


C1 (O1, 3 cm) , C2 (O2, 2 cm), d = 7 cm.

Mal



Homotecia inversa circunferencia



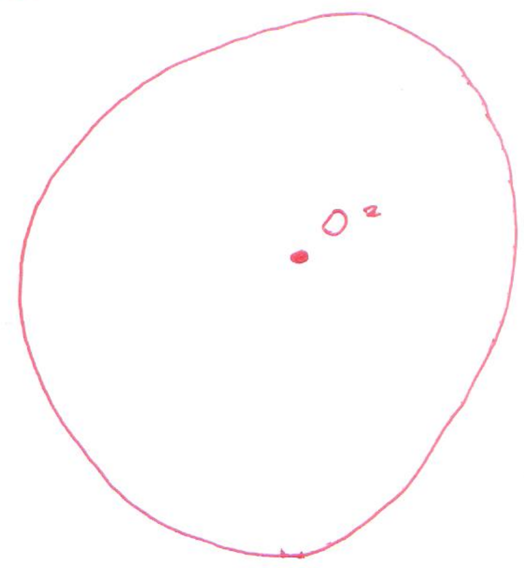


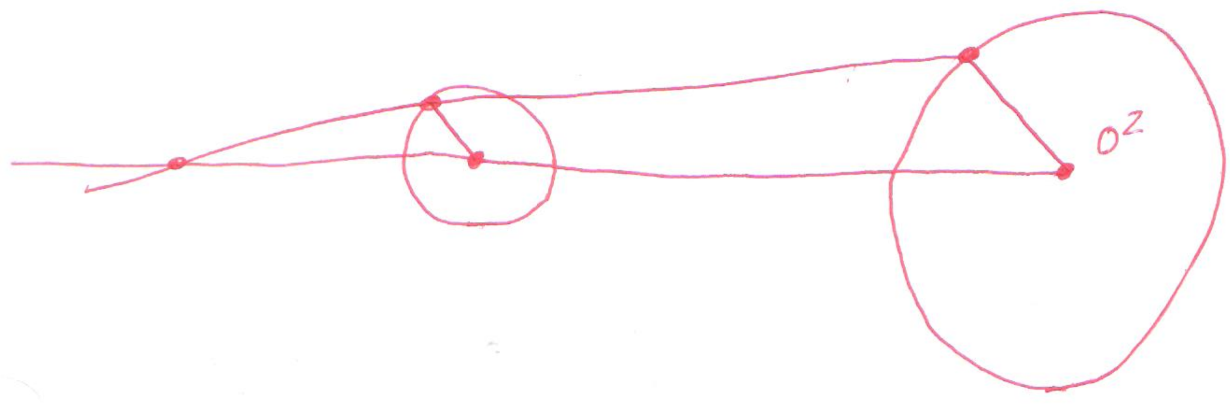


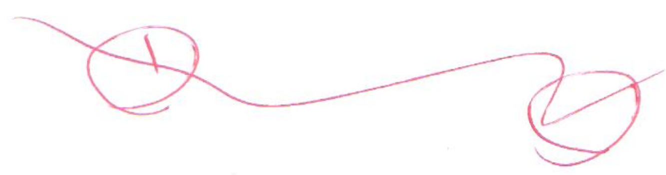


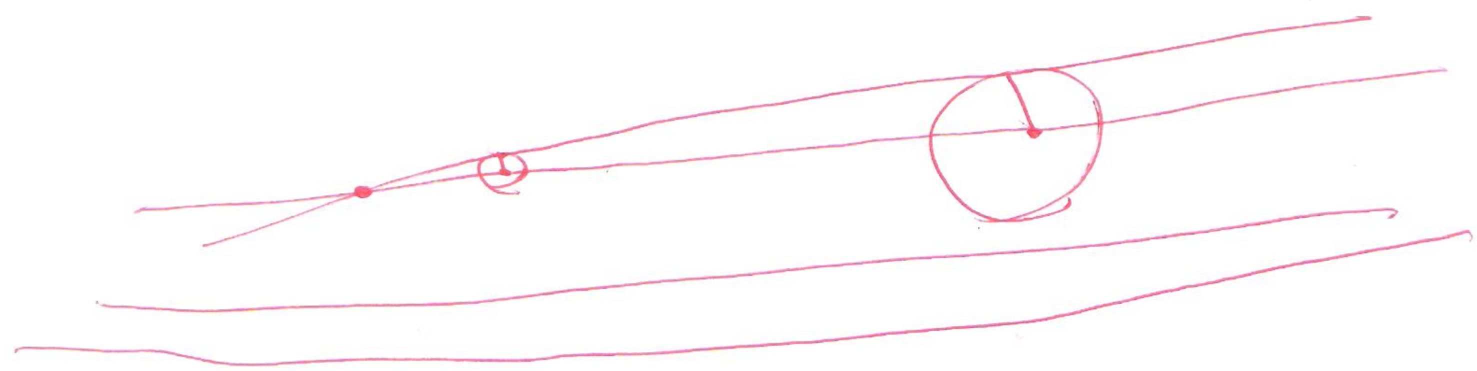


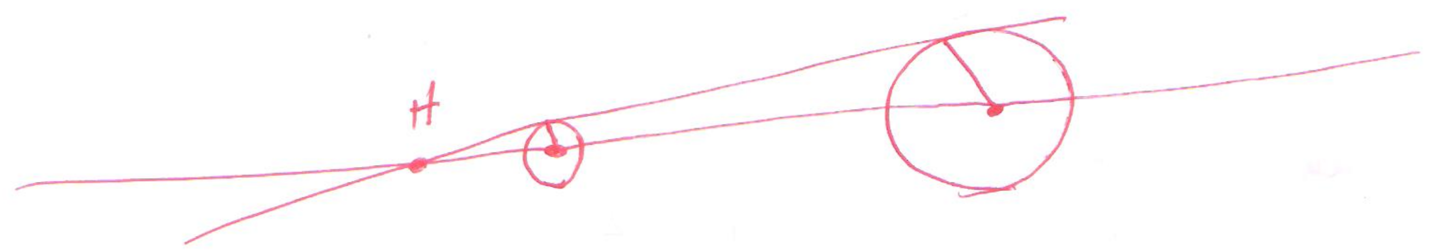





O2

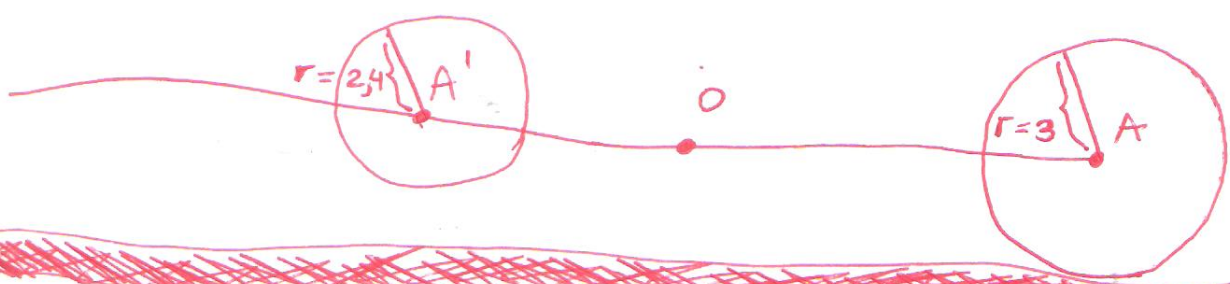


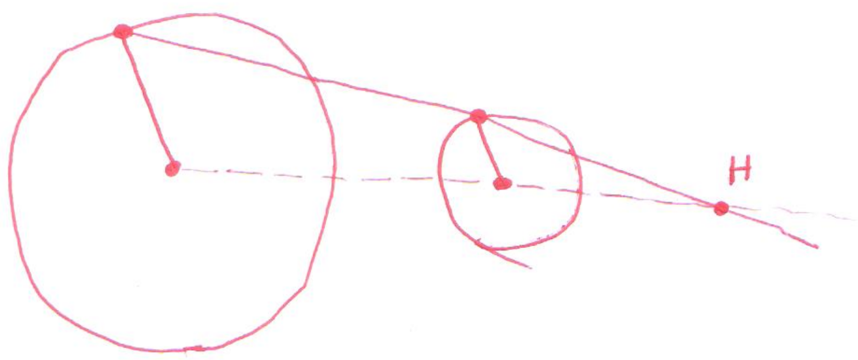


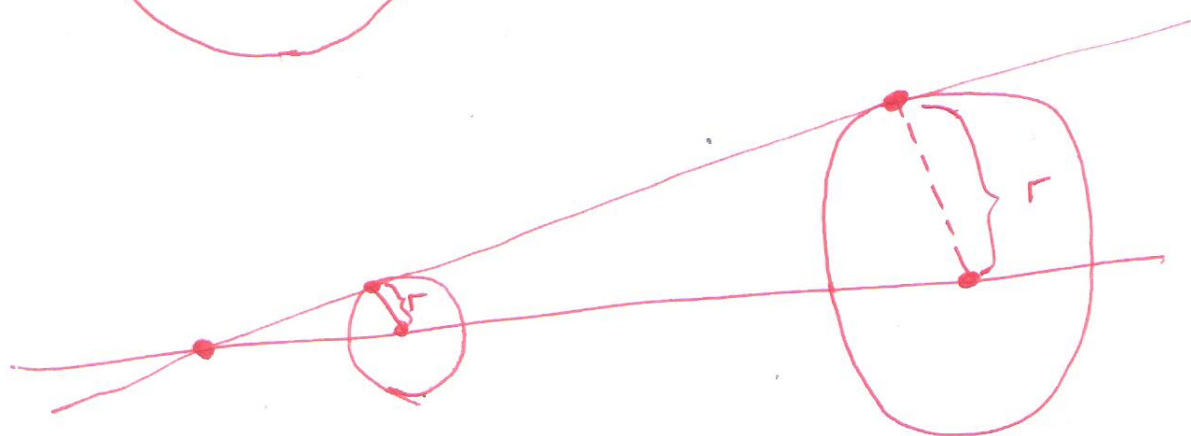

H

Homotecia inversa ~~to~~ circunferencia

K = -0,8 ; 6 . 0,8 = 4,8 ; 3 . 0,8 = 2,4

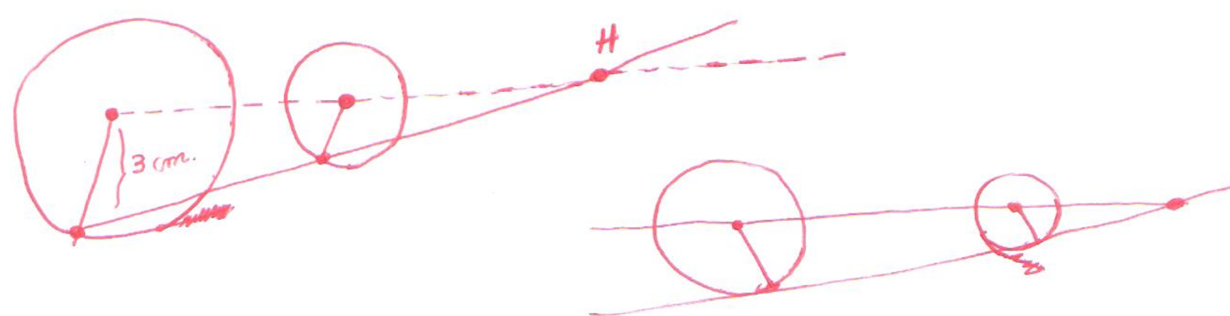






C1 (O1, 3 cm.) , C2 (O2, 2 cm.) , d = 7

Homotecia Directa.



Obtengo la razón de homotecia entre $\triangle ABC$ y $\triangle A'B'C'$. Además, calculó las dimensiones de los triángulos.

$\overline{CB} = 12/3 = 4$

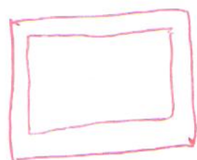
$5^2 = \left(\frac{12}{3}\right)^2 + \overline{CA} \Rightarrow 25 = 4^2 + \overline{CA}$

$\overline{CA} = 9$

$5 \cdot 3 = 15$
$x \cdot 3 = 12$
$x = \frac{12}{3}$

O, A, B, C, 5, A', B', C', 15, 12

$$K = \frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = \frac{OC'}{OC}$$



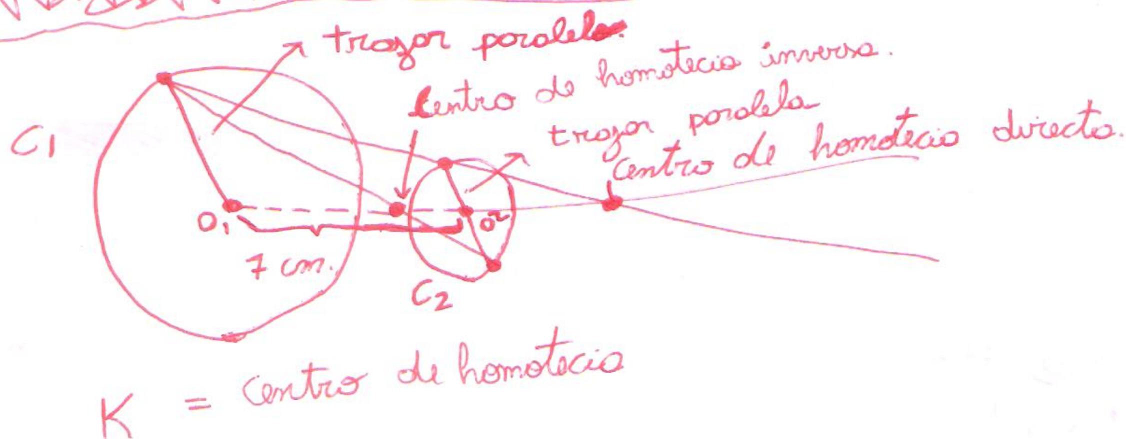
$K = 15/5$

razón de homotecia → $K = 3$

21. Dados las siguientes circunferencias, halla los centros y razones de homotecia. C1 (O1, 3 cm.), C2 (O2, 2 cm.), d = 7 cm.



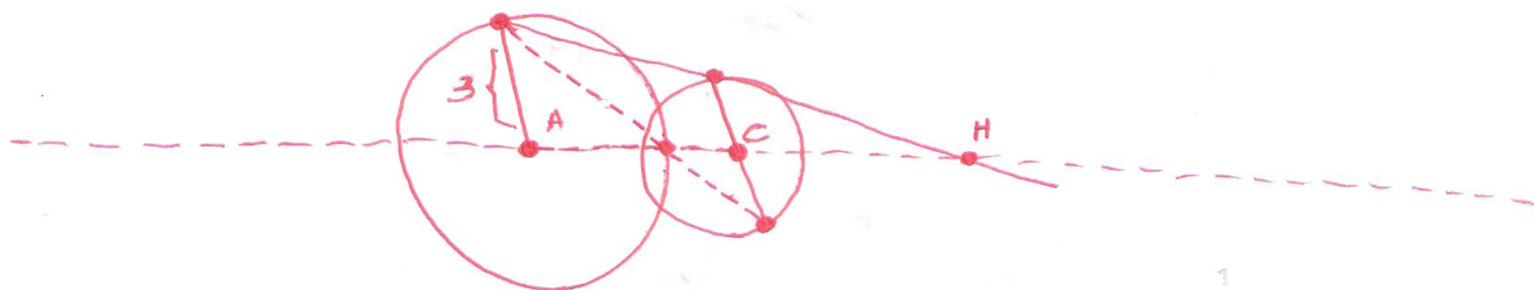




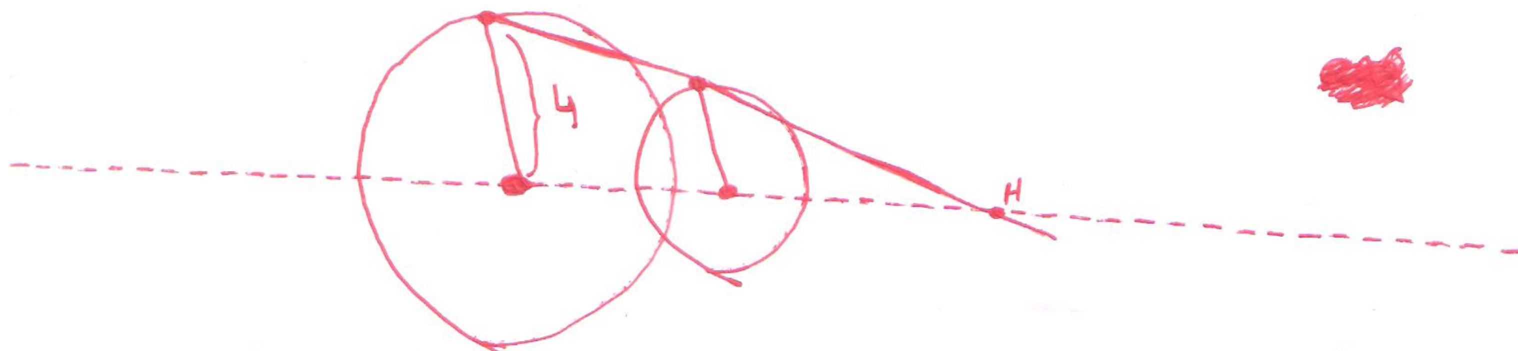
K = centro de homotecia

(21)

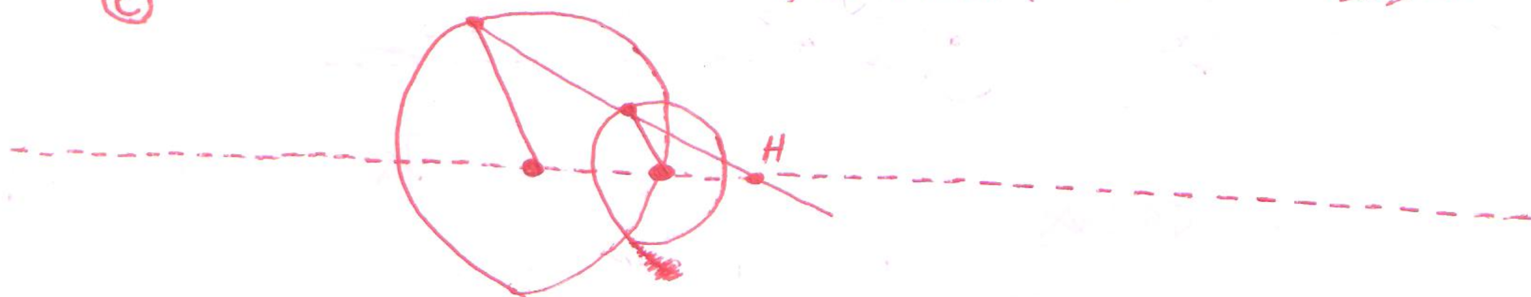
(a) C1 (01, 3 cm), C2 (02, 2 cm.), d = 7 cm.



(b) C1 (01, 4 cm.), C2 (02, 2 cm.), d = 3 cm



(c) C1 (01, 5 cm), C2 (02, 2 cm.), d = 1 cm.

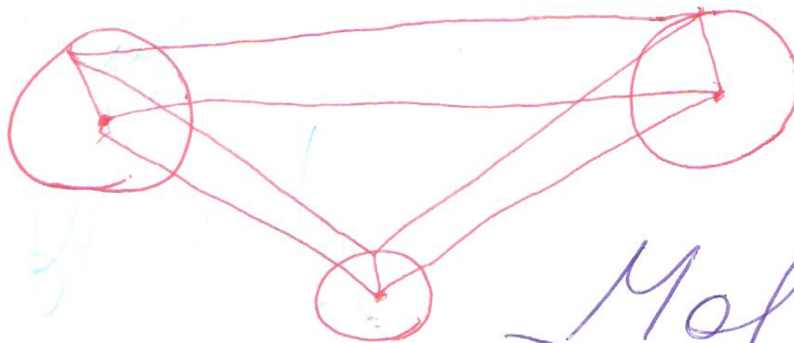


(22) Construye: (a) Tres circunferencias cuyos centros son NO colineales, y sus radios de diferente longitud.

(b) Halla los centros de homotecia de razones positiva y negativa, dos a dos.

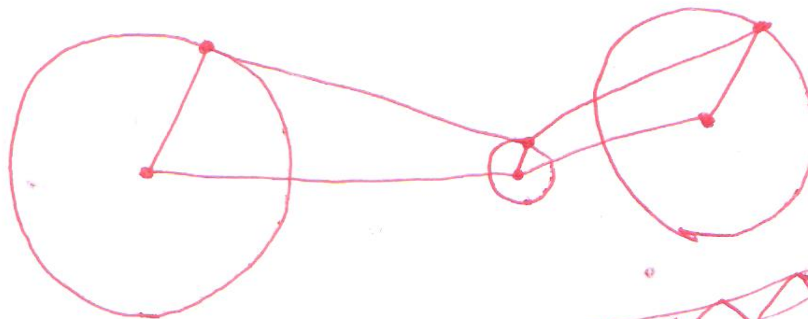
(c) Analiza cuál es la posición relativa de cada uno de los centros de razón positiva, respecto de los otros dos, y cuál respecto de los de razón negativa.

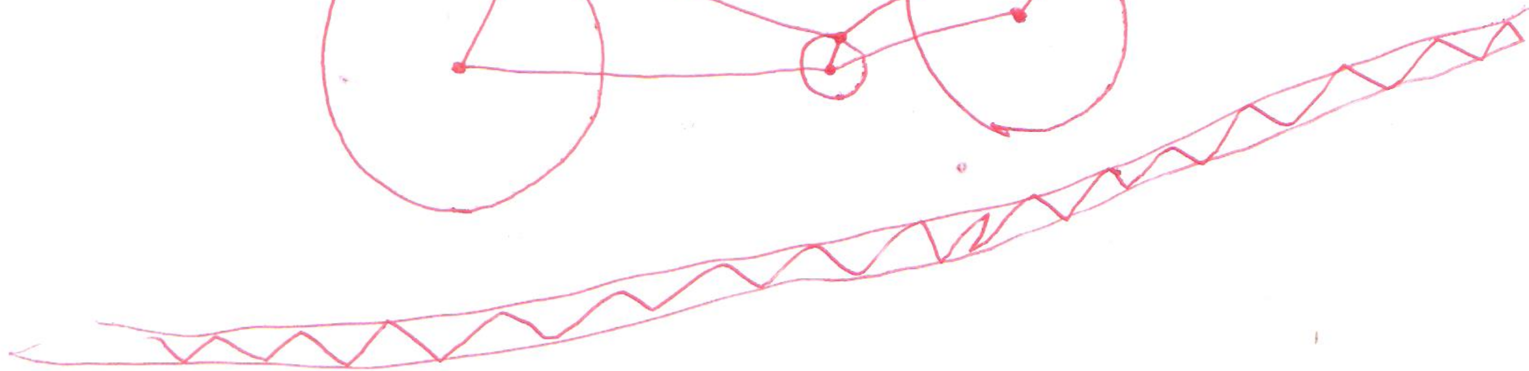
@



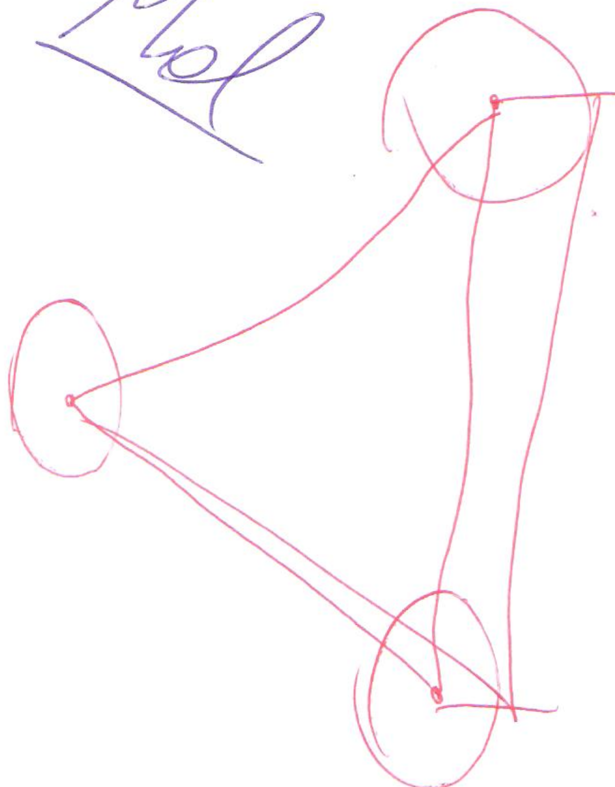


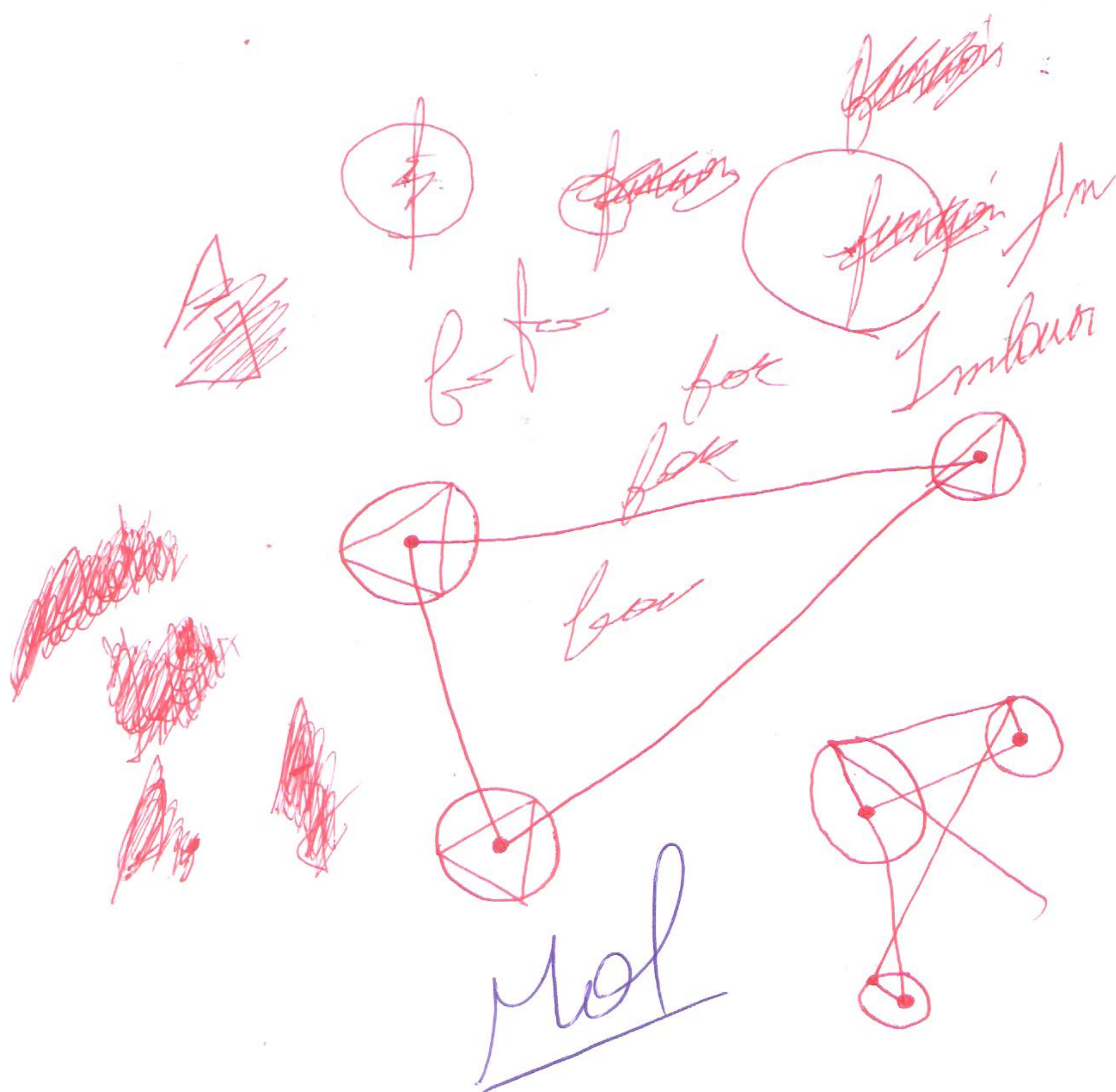
Mol



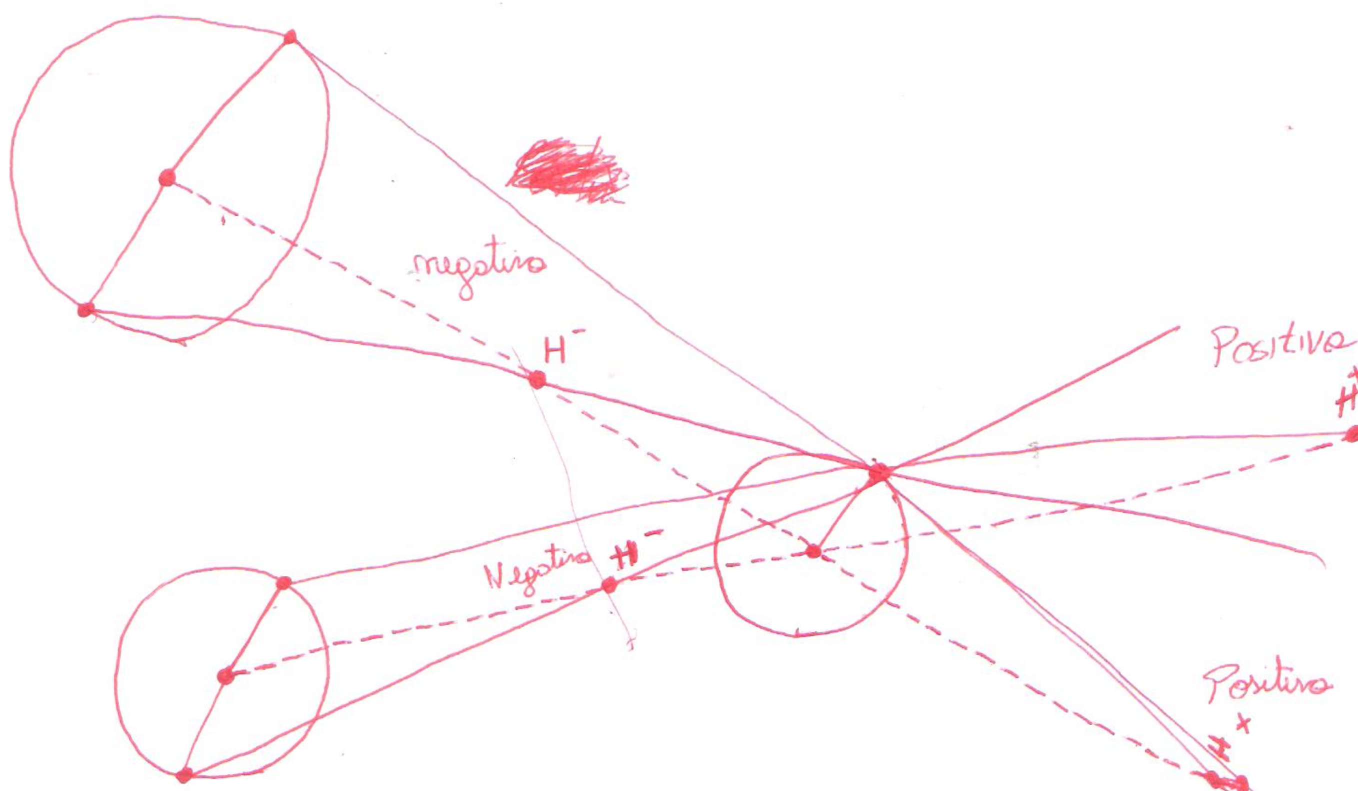


Mol





(22)



Analizá cuál es la posición relativa de cada uno de los centros de razón positiva, respecto de los otros dos, y cuál respecto de los de razón negativa.

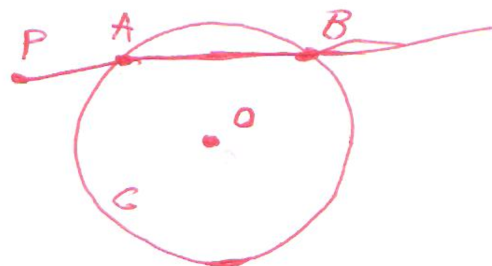


Potencia de un punto respecto de una circunferencia

(23) Indicar verdadero o falso.

Se llama potencia de un punto P respecto de una circunferencia C a la suma de los segmentos determinados por dicho punto y los de intersección de una

secante trazada por el punto P con la circunferencia A y B.



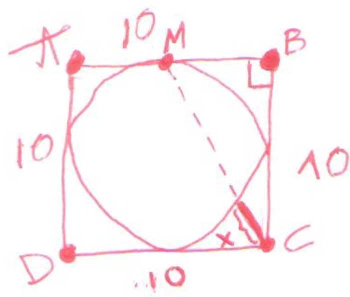
~~Se llama potencia de un punto P respecto de una circunferencia C a la suma de los segmentos determinados por dichos punto y los de intersección de una secante trazada por el punto P con la una circunferencia~~

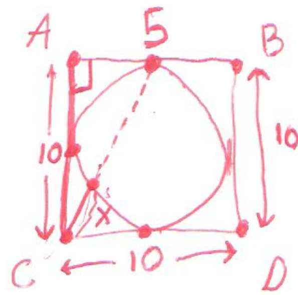


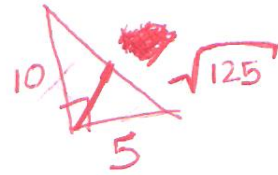
~~Se llama~~ POTENCIA DE UN PTO. RESPECTO A UNA CIRCUNFERENCIA

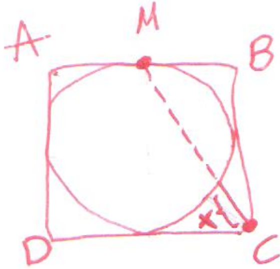
El producto constante (con su signo) de las distancias de un punto P a las dos intersecciones de toda secante que pasa por el a una circunferencia, se llama potencia del punto respecto de la circunferencia. $PA.PB = PC.PD = K$.

24 Un cuadrado ABCD de lado 10 tiene un círculo inscripto en él. Sea M el punto medio de AB. Encuentre la longitud de la parte del segmento MC que se encuentra fuera del círculo.



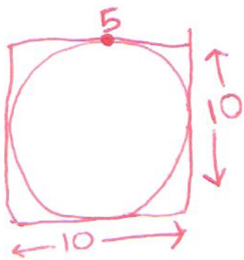






Propiedad de los cuadriláteros circunscriptibles:

"En todo cuadrilátero circunscripto a una circunferencia las sumas de los lados opuestos son iguales"

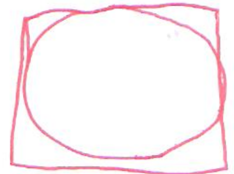




$$c^2 = 10^2 + 5^2$$

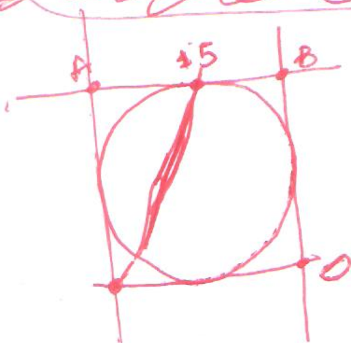
$$c = \sqrt{125}$$

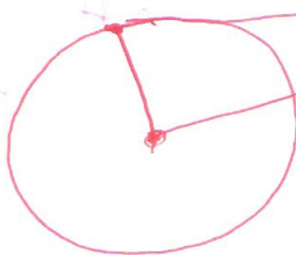
$$\boxed{c = 11{,}1803}$$



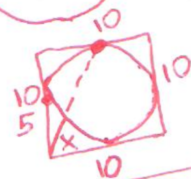


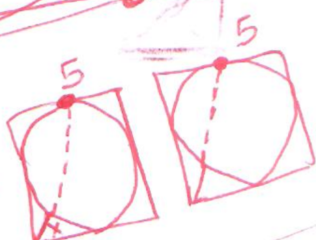




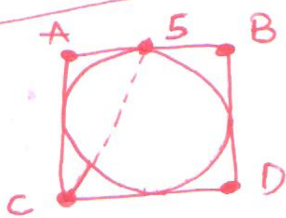


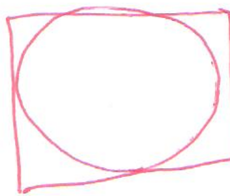


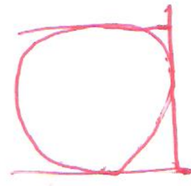


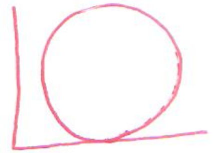


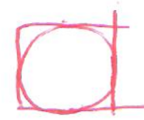
(24)



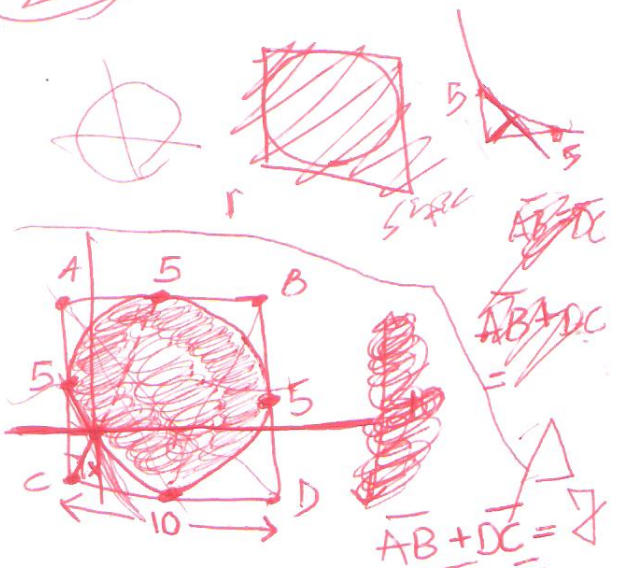






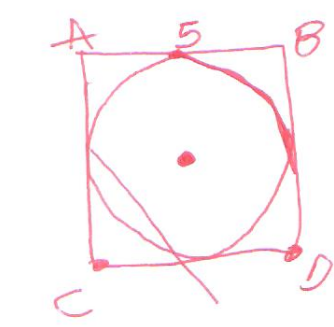


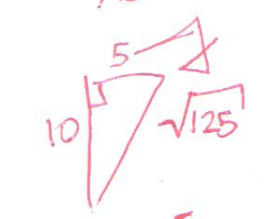
28

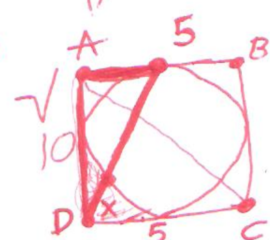


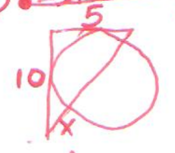
$\overline{AB} + \overline{DC} =$

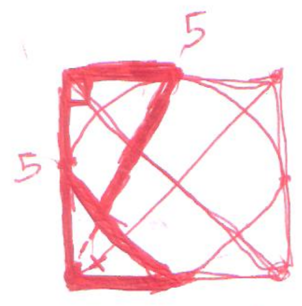
$\overline{AB} + \overline{DC}$



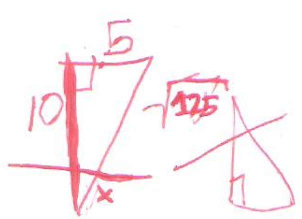








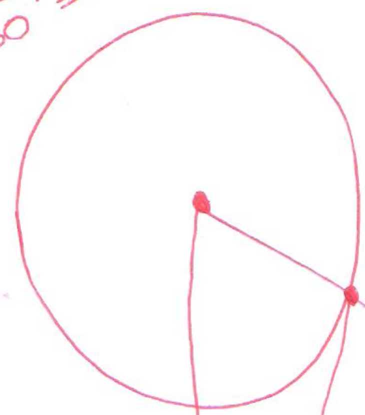
el segmento que contiene la circunferencia



$10^2 + 5^2 = 125$

$\sqrt{125}$

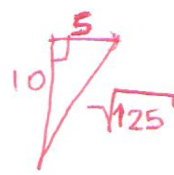
$\sqrt{50} =$



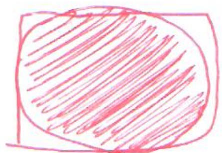


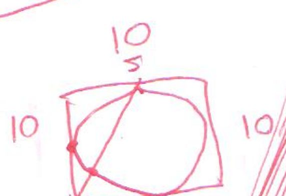
H

$5^2 + 10^2$

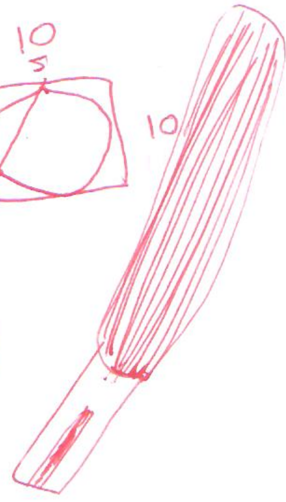








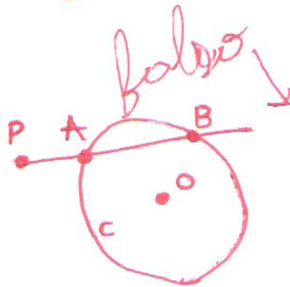




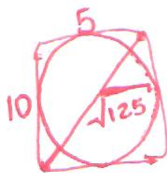
24 Un cuadrado ABCD de lado 10 tiene un circulo inscripto en él. Sea M el punto medio AB. Encuentre la longitud de la parte del segmento MC que se encuentra fuera del circulo

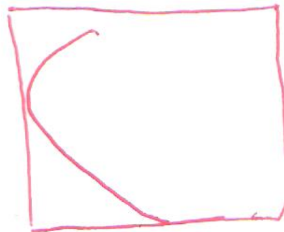


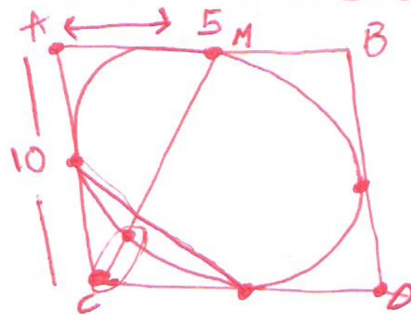
falso



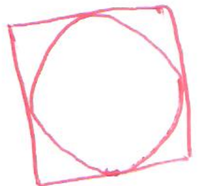
Sea P un punto llamado potencia respecto de una circunferencia C a la suma de los segmentos determinados por dicho punto y a los de intersección de una secante trazada por el pto. P con la circunferencia A y B.

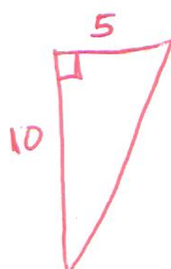


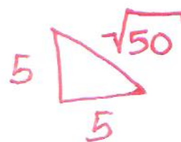


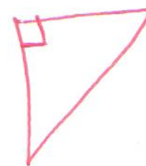


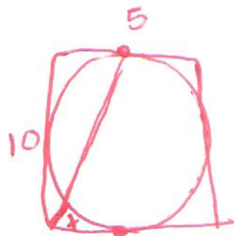




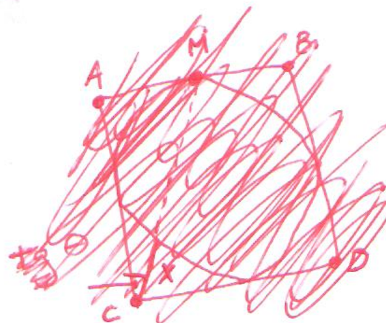


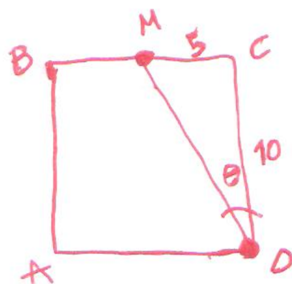












Se tiene un cuadrado ABCD, el punto M es punto medio del lado BC, hallar la tg Θ.

$AB = BC = CD = AD$

Como es un cuadrado las longitudes de los lados o aristas son idénticas.

Se conoce que el punto M se encuentra en la mitad del segmento BC, por lo que el segmento MC es la mitad del lado BC.

$MC = BC/2$

La función tangente del ángulo (Θ) que en este caso se denota:

$$tg\ \Theta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$$

Para el ángulo (Θ) las magnitudes de los catetos son:

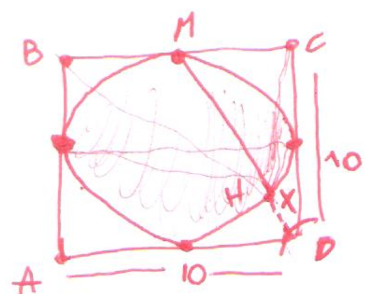
$CO = MC$

$CA = CD$

Pero $CD = BC$

$$tg\ \Theta = \frac{\frac{BC}{2}}{BC} \Rightarrow tg\ \Theta = \frac{BC}{2BC} = \frac{1}{2}$$

$$tg\ \Theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\Theta = 0{,}5}$$



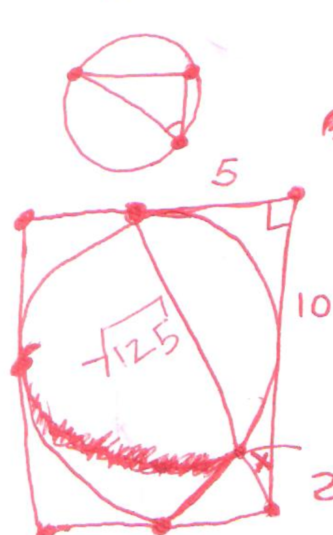
Quiero todos los puntos que pertenezcan a DH



~~HD = ∅~~

$\overline{MC} - \overline{HD}$, cómo calculo $\overline{HD}$?

~~$\Delta X \emptyset$~~ HD = ∩O□

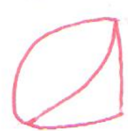


$\sqrt{125}$ -

$\overline{HD} = \nabla \cap O$

$tg\ \theta = \frac{5}{10} \Rightarrow tg\ \theta = \frac{1}{2}$

$\theta = 26{,}56°$

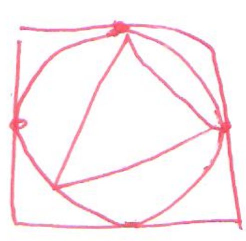




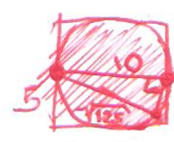
$\overline{MD} = \sqrt{125}$

$\overline{CD} = 10$

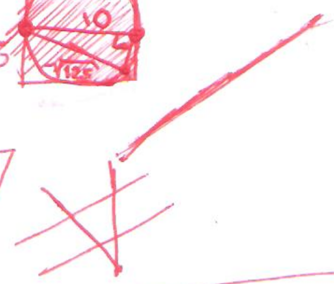
$\overline{MC} = 5$











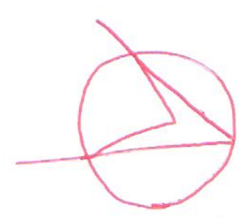


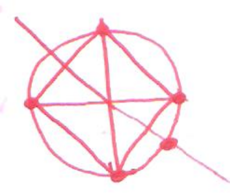
sen

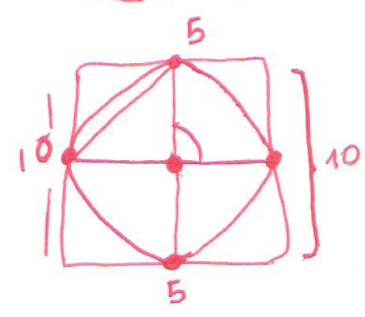




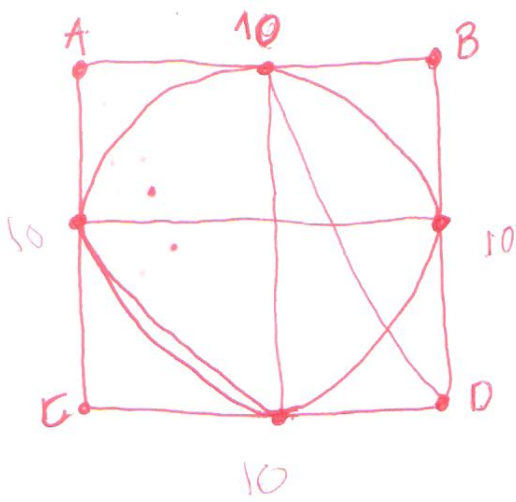


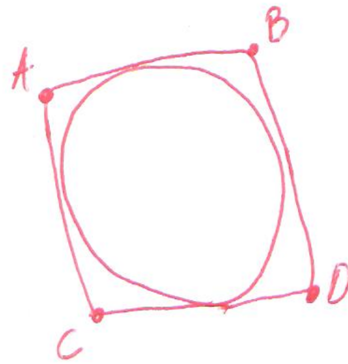




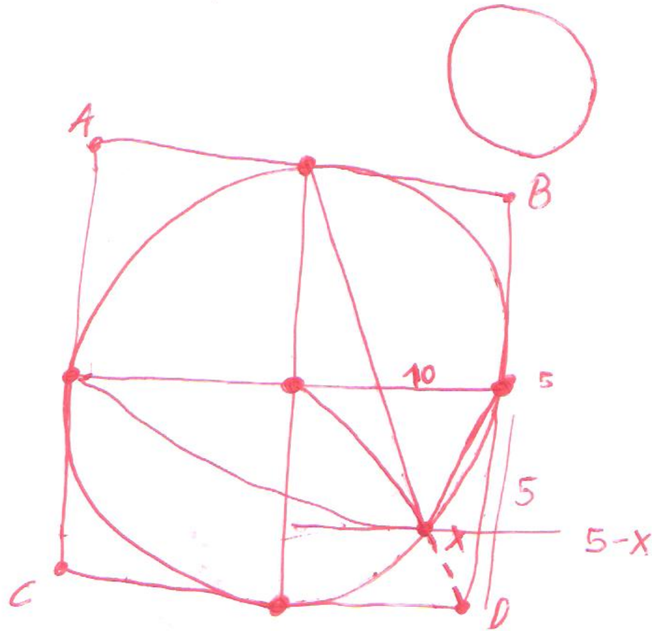




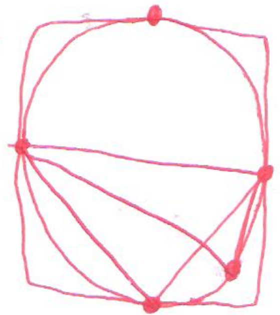

A
10
B
10
10
D
10

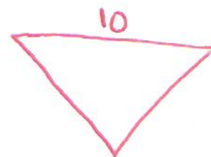

A
B
C
D

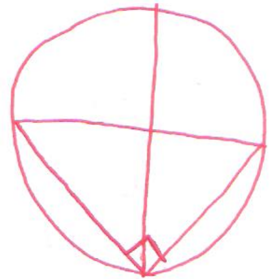


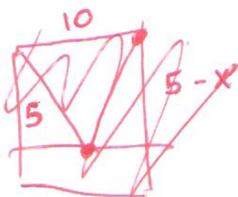

A
B
10
5
5
x
5-x
C
D

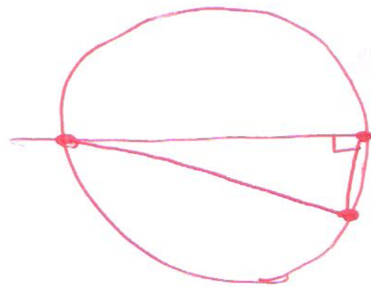


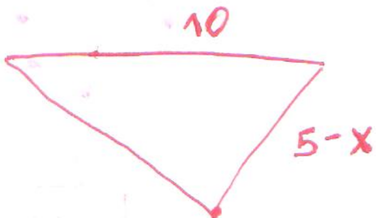



10

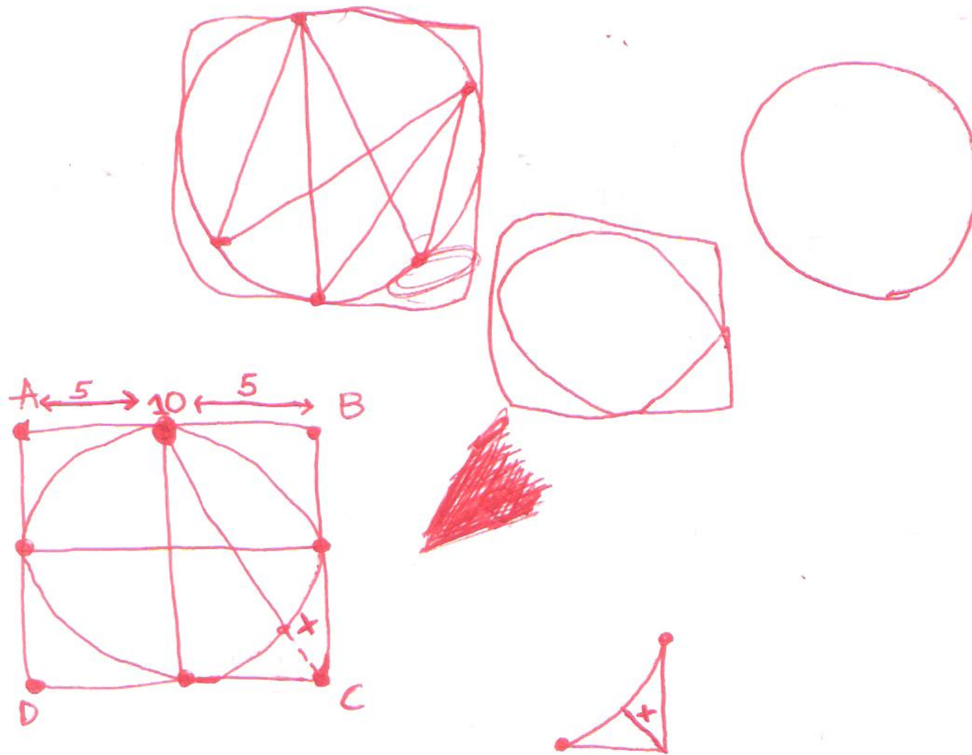



10
5-x
5

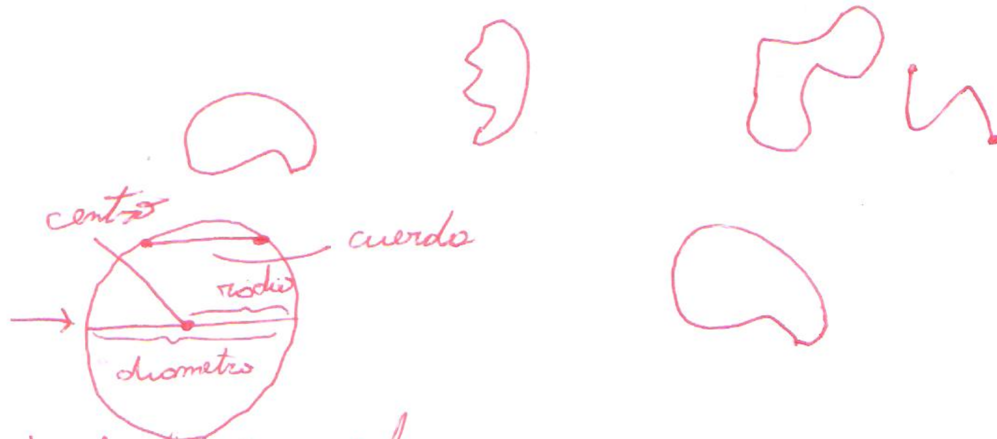



10
5-x

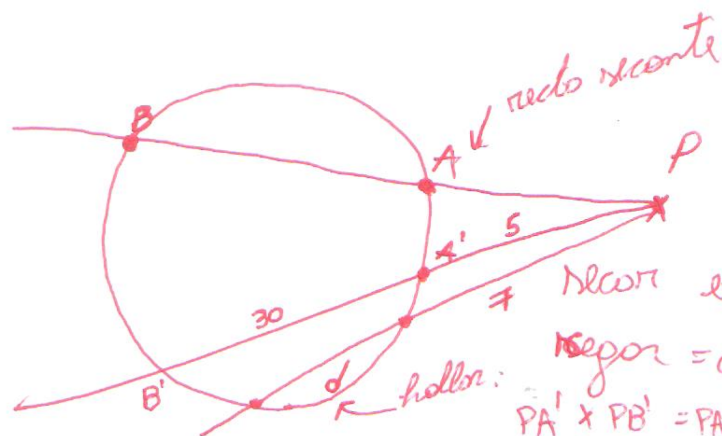
(24) Encuentre la longitud de la parte del seg. MC que se encuentra fuera del círculo. 97.

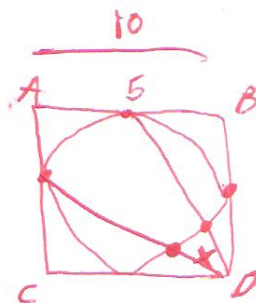


Necesitas buscar la potencia del vértice C



Todos los ptos. de la circunferencia siempre están a la misma distancia llamada centro





secar es cortar en latín

secar = cortar

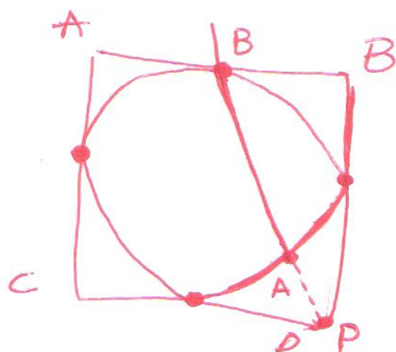
$PA' \times PB' = PA'' \times PB''$

$5 . 35 = 7 . (7 + x)$

$x = 18$ $d = 18$

La recta que salió del punto P ha cortado a la circunferencia en dos puntos.

$$\overline{PA} . \overline{PB} = PA' . PB' = K$$

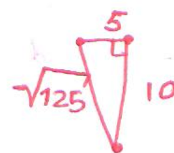


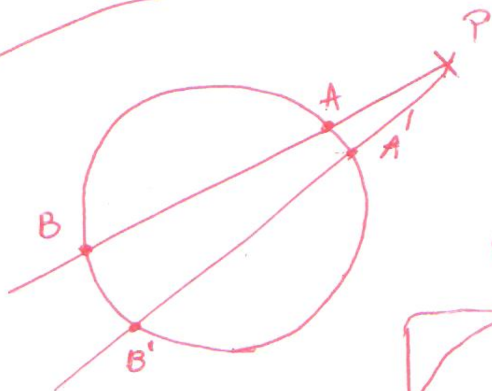
$\overline{PA} . \overline{PB} = 5 . 10$

$PA . \sqrt{125} = 50$

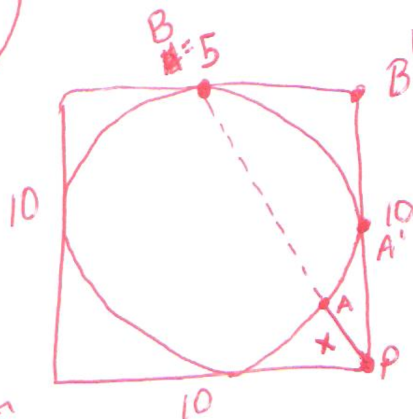
$PA = \dfrac{50}{\sqrt{125}}$

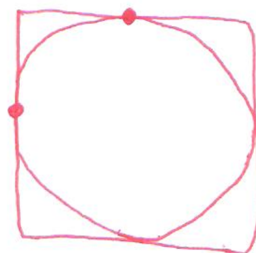
$\overline{PA} = 2\sqrt{5}$

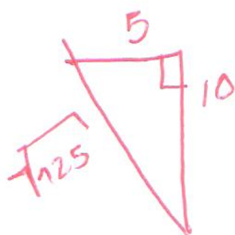




$PA . PB = PA' . PB'$





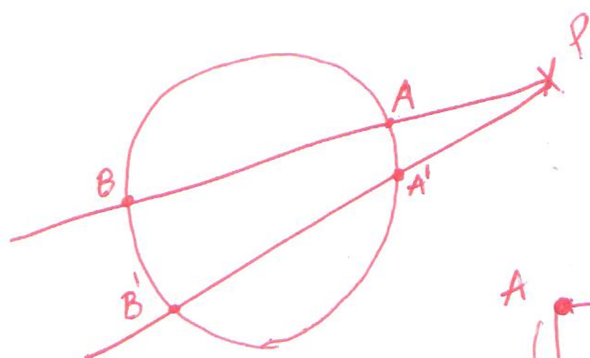




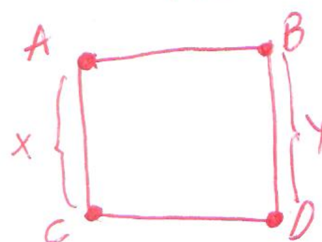
$PA . \sqrt{125} = 5 . 10$

$\overline{PA} = 50/\sqrt{125}$

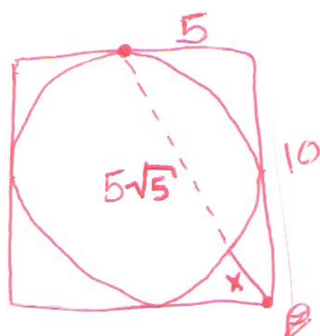
$\overline{PA} = 2\sqrt{5}$

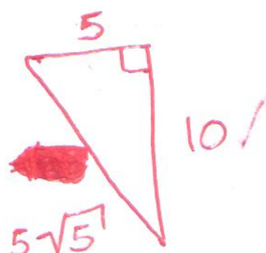


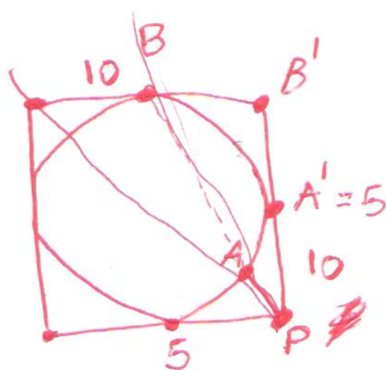
$$PA \cdot PB = PA' \cdot PB'$$

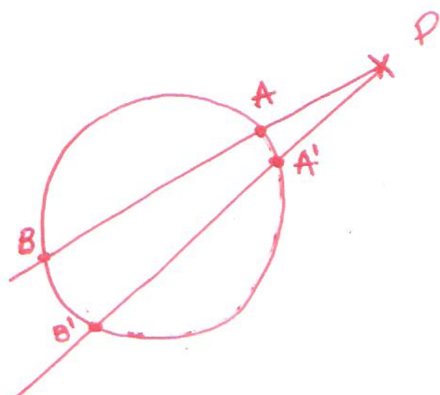


$$\overline{AC} + \overline{BD} = \overline{AC} + \overline{BD}$$





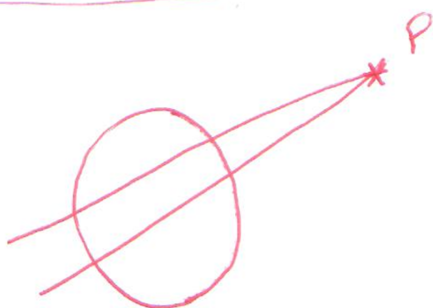




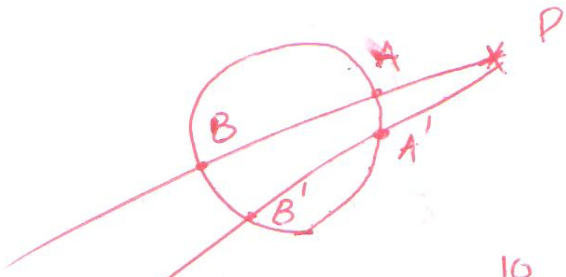
$$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = PA' \cdot PB'$$

$$\overline{PA} \cdot \sqrt{125} = 5 \cdot 10$$

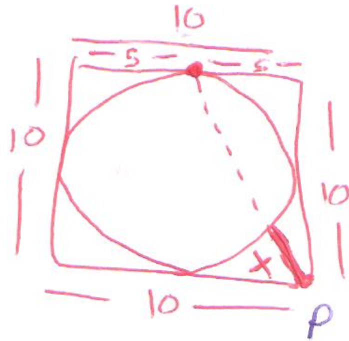
$$\overline{PA} = \frac{50}{\sqrt{125}}$$

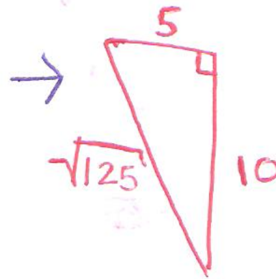


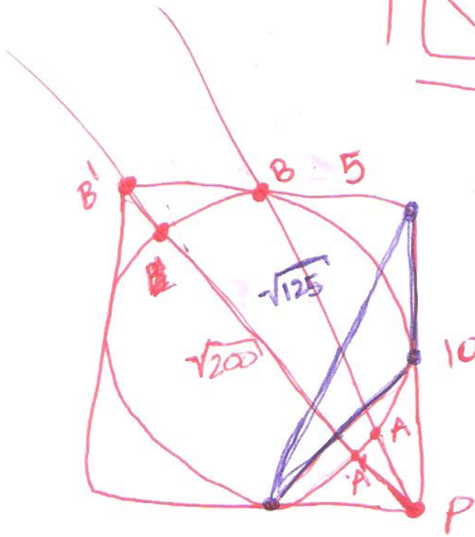


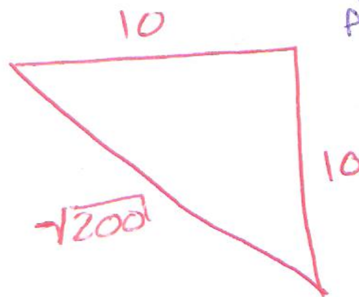


$\overline{PA}.\overline{PB} = \overline{PA'}.\overline{PB'}$

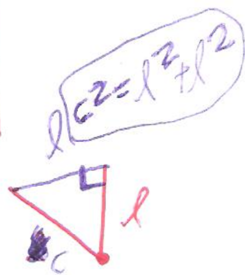












$\frac{\overline{PA}}{\overline{PA'}} = \frac{\sqrt{10}}{4}$

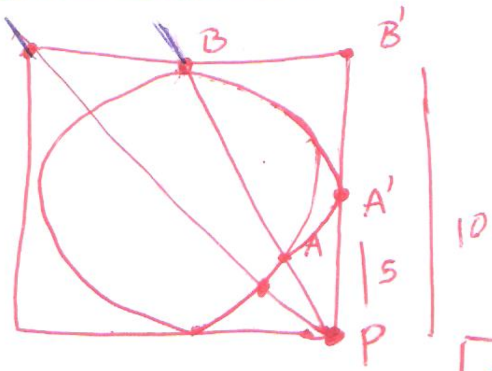
$\overline{PA}.\overline{PB} = \overline{PA'}.\overline{PB'}$

$\overline{PA}.\sqrt{125} = \overline{PA'}.\sqrt{200}$

$\Rightarrow \frac{\overline{PA}}{\overline{PA'}} = \frac{\sqrt{10}}{4}$

$\Rightarrow \overline{PA} = \overline{PA'}$

$\begin{cases} \overline{PA} = \frac{\sqrt{10}}{4} . \overline{PA'} \\ \sqrt{125} = \overline{PA} + \end{cases}$



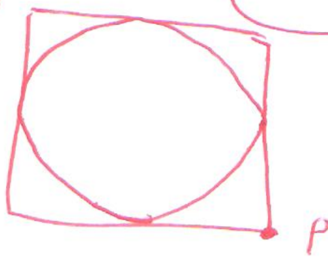
$\overline{PA}.\overline{PB} = \overline{PA'}.\overline{PB'}$

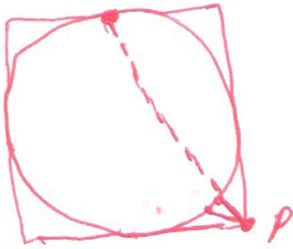
$\overline{PA}.\sqrt{125} = 5.10$

$\overline{PA} = \frac{50}{\sqrt{125}}$







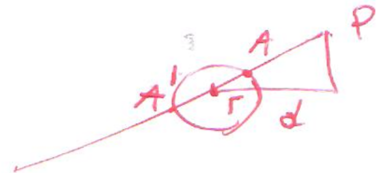


$p = PA \cdot PA'$

$\overline{PA} = d - r \qquad PA' = d + r$

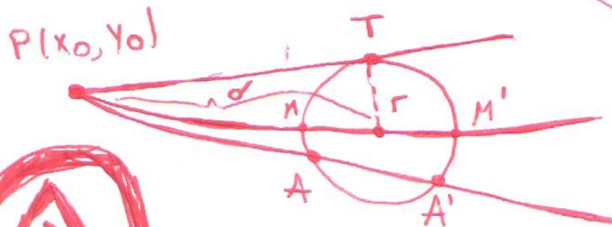
$P = \overline{PA} \cdot \overline{PA'} = (d - r) \cdot (d + r)$

$\Rightarrow d^2 - r^2$



$P(x_0, y_0)$

Potencia

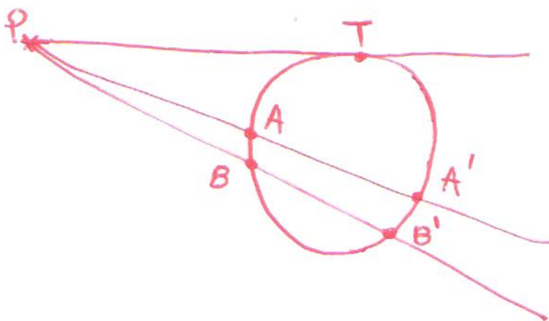


$d^2 = (x_0 - a)^2 + (y_0 - b)$

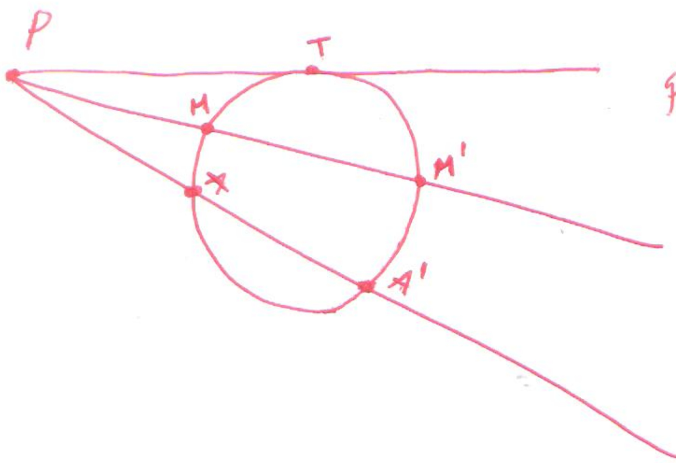


$P(p) = \overline{PA} \cdot \overline{PA'} = \overline{PM} \cdot \overline{PM'} = PT^2$

$PT^2 = d^2 - r^2 \Rightarrow P(p) = d^2 - r^2$

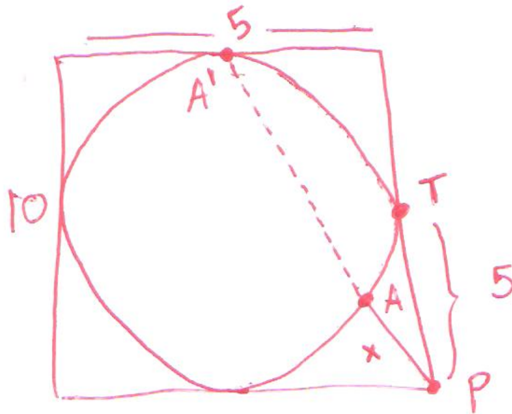


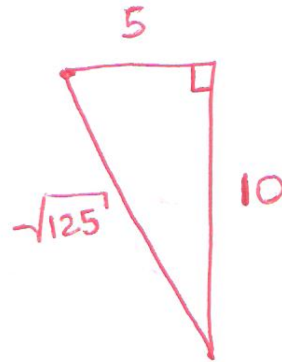
$PA \cdot PA' = PB \cdot PB' = PT^2$



$P(p) = PM \cdot PM' = PA \cdot PA' = PT^2$

(24)

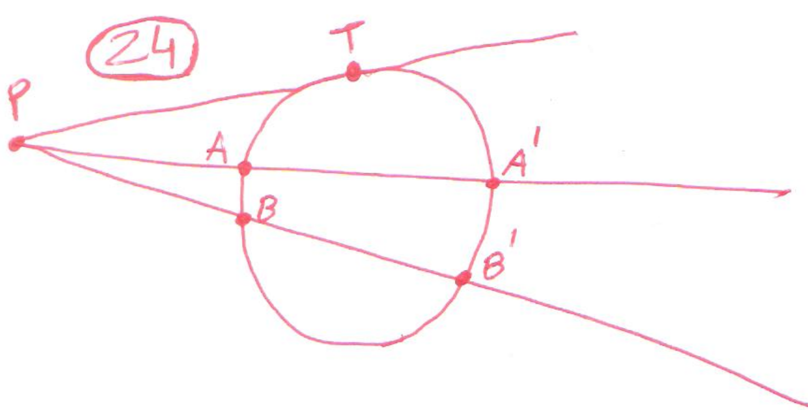




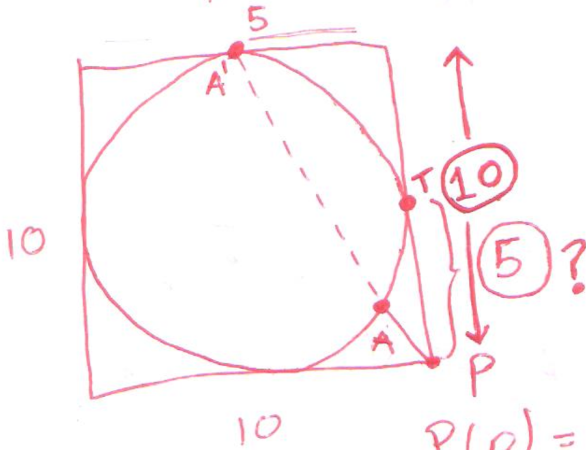
$P(p) = \overline{PA} \cdot \overline{PA'} = PT^2$

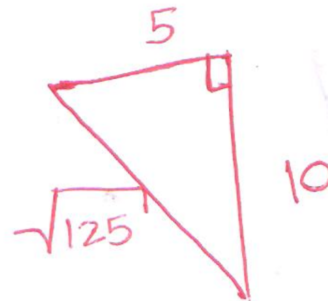
$\overline{PA} \cdot \sqrt{125} = 25$

$$\overline{PA} = \frac{25}{\sqrt{125}}$$



$$P(p) = \overline{PA}.\overline{PA'} = PB.PB' = PT^2$$



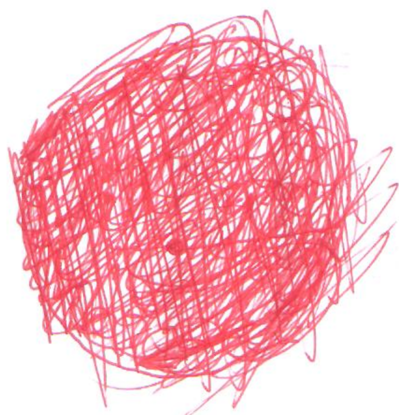


$$P(p) = \overline{PA}.\overline{PA'} = PT^2$$

$$\Rightarrow P(p) = \overline{PA}.\sqrt{125} = 5^2$$

$\Rightarrow$ [illegible] $\boxed{\overline{PA} = \dfrac{25}{\sqrt{125}}}$

(25) Determina el lugar geométrico de todos los puntos del plano que tiene respecto de una circunferencia de 2,8 cm. de radio, una potencia $K = 9\ cm^2$ y otra de $K = -9\ cm^2$



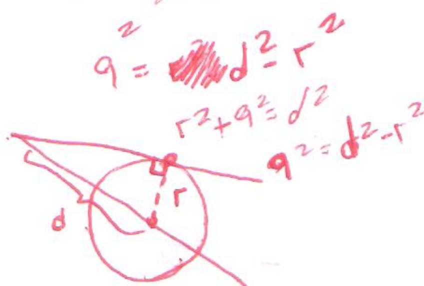




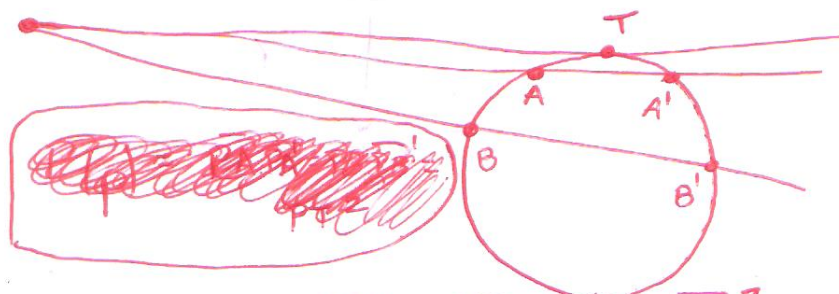
$9^2 = d^2 - r^2$

$r^2 + 9^2 = d^2$

$9^2 = d^2 - r^2$



$P(x_0, y_0)$



$P(p) = \overline{PA} \cdot \overline{PA'} = \overline{PB} \cdot \overline{PB'} = \overline{PT}^2$

~~$r^2 + d^2 =$~~

$9 = \overline{PA} \cdot \overline{PA'} = \overline{PB} \cdot \overline{PB'}$

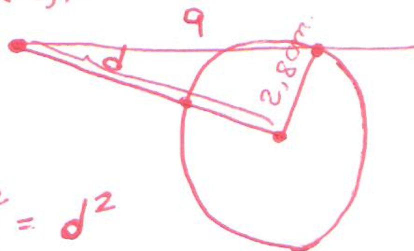
$9^2 = d^2 - r^2 \Rightarrow 9^2 = d^2 - (2{,}8cm)^2$

$\Rightarrow 9^2 = d^2 - \frac{196}{25}$

$\Rightarrow$

$\Rightarrow$

$P(x_0, y_0)$



$9^2 + (2{,}8)^2 = d^2$

$81 + \frac{196}{25} = d^2$

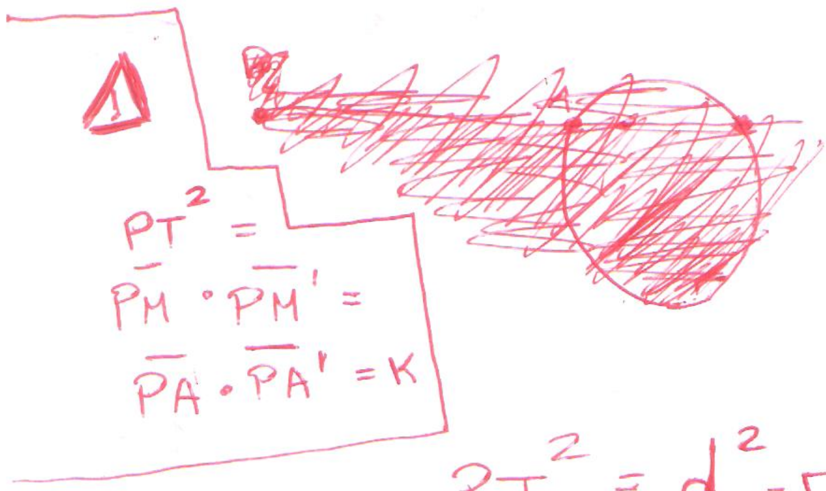
$\frac{2221}{25} = d^2 \Rightarrow d = 9{,}425$

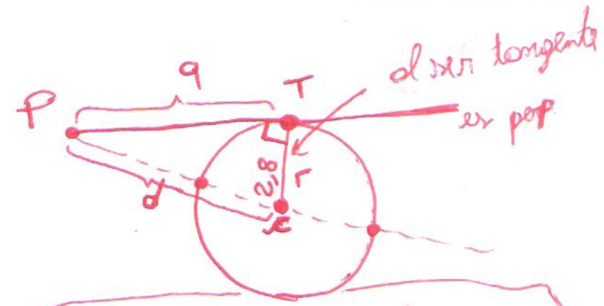
25 Determina el lugar geométrico de todos los puntos del plano que tiene una potencia $K = 9\ cm^2$ y otro de $K = -9\ cm^2$ respecto de una circunferencia de 2,8 cm. de radio.

Lugar geométrico: Todo los puntos que cumplen con cierto condición.

$\{ \forall x : x \in P(9) \}$ = lugar geométrico

ruido ventilador: rotor toca bujes





d = hipotenusa = distancia al centro de la circunferencia

$$PT^2 = d^2 - r^2 \Rightarrow 9^2 = d^2 - (+2,8\ cm)^2$$

$$\Rightarrow 81 = d^2 - \frac{196}{25}$$

$P(p) > 0 \rightarrow d > r \rightarrow$ pto exterior

$P(p) = 0 \rightarrow d = r \rightarrow$ pto pertenece a la circ.

$P(p) < 0 \rightarrow d < r \rightarrow$ pto. interior

$$\Rightarrow \frac{2221}{25} = d^2$$

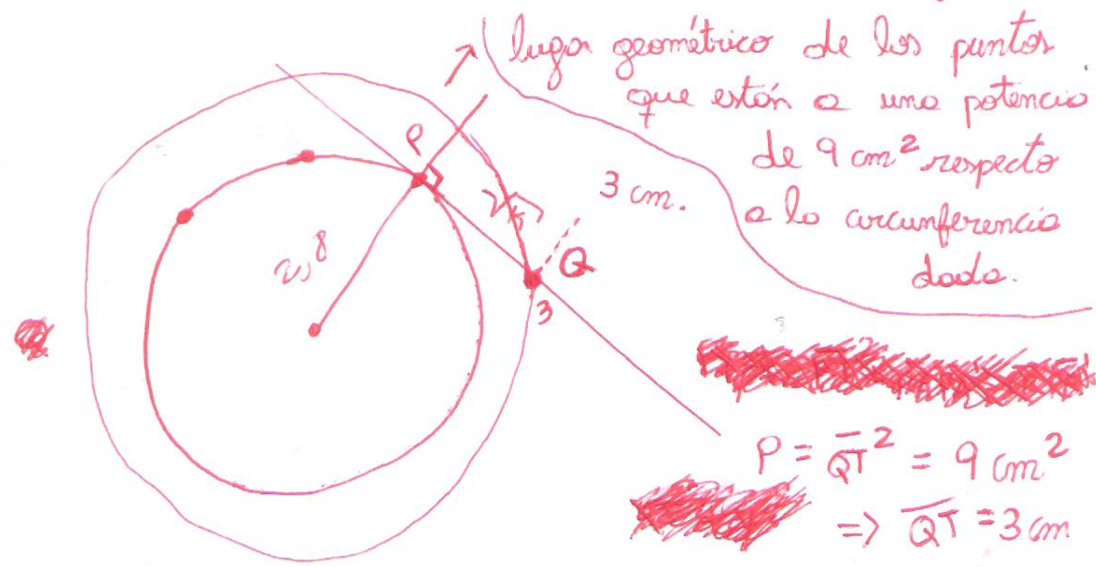
$$9 = PT^2 = \overline{PM} \cdot \overline{PM'} \cdot \overline{PA} \cdot \overline{PA'}$$

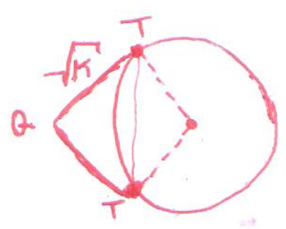
$$\Rightarrow d = 9,425497334$$

(25.) Determina el lugar geométrico de todos los puntos del plano que tiene respecto de una circunferencia de 2,8 cm. de radio, una potencia $K = 9\ cm^2$ y otra $K = -9\ cm^2$

$K = 9cm^2$

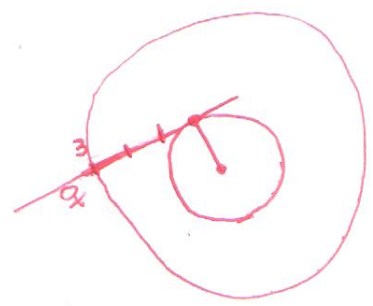
$\sqrt{K} = 3$





Estamos buscando el lugar geométrico de puntos como el pto. Q cuyo segmento tangente respecto a la circunferencia mide justo $\sqrt{K}$, la potencia será ese segmento elevado al cuadrado.

El lugar geométrico de los puntos semejantes a Q será la circunferencia con el mismo C que pase por Q.



P T A' B B'

$PT^2 = PA.PA' = PB.PB' = K$

$9 = PT^2$

$\Rightarrow \sqrt{9} = PT$

$\Rightarrow 3 = PT$

$\sqrt{-1} = i$

$PT^2 = -9cm^2 \Rightarrow PT = \sqrt{-9} \Rightarrow PT = \sqrt{9}\, i$

$\Rightarrow PT = \sqrt{+9.(-1)} \Rightarrow \boxed{PT = 3i}$

a) $|z-3|=1$

b) $|z+2+i|=4 \Rightarrow |z-(-2-i)|=4$

c) $|3z-2i|=6$

d)

e)

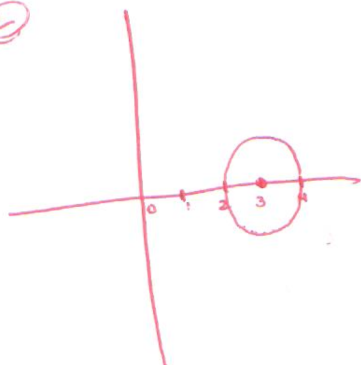
$|z-a|=r$

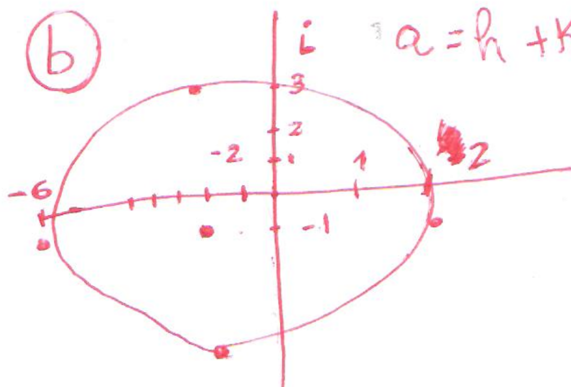
la distancia entre z_1 y z_2 es $|z_1-z_2|$

$-3+0y$

$z=x+iy$

$a=h+ki$





c) $|3z-2i|=6$

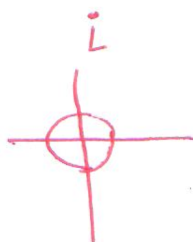
$\left|3\left(z-\frac{2}{3}i\right)\right|=6$

$|3|\cdot\left|z-\frac{2}{3}i\right|=6$

$\left|z-\frac{2}{3}i\right|=\frac{6}{3}$

$|z-2/3i|=2$

$|z|=2 \Rightarrow |z-0|=2$



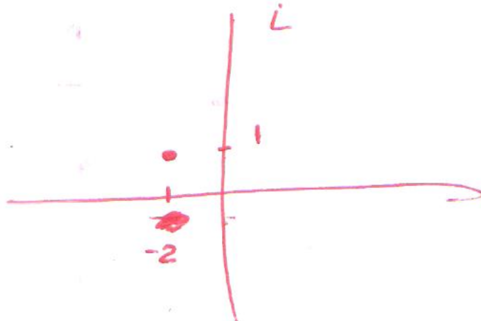
e) $|z-(1+i)|=-1$

el módulo de un número complejo siempre es un número real positivo. Por lo tanto, el conjunto es $\emptyset$.

$|z-(i-2)|=0$

x

imaginario $=y$



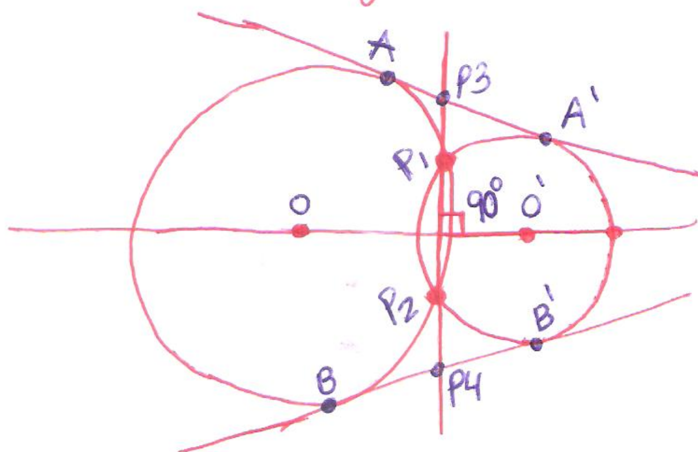
Eje radical. Centro radical de tres circunferencias

(26) Como resulta ser el eje radical de las circunferen-cias concéntricas $C(D, r_1)$ y $C(D, r_2)$? Realizar el gráfico y contestar:

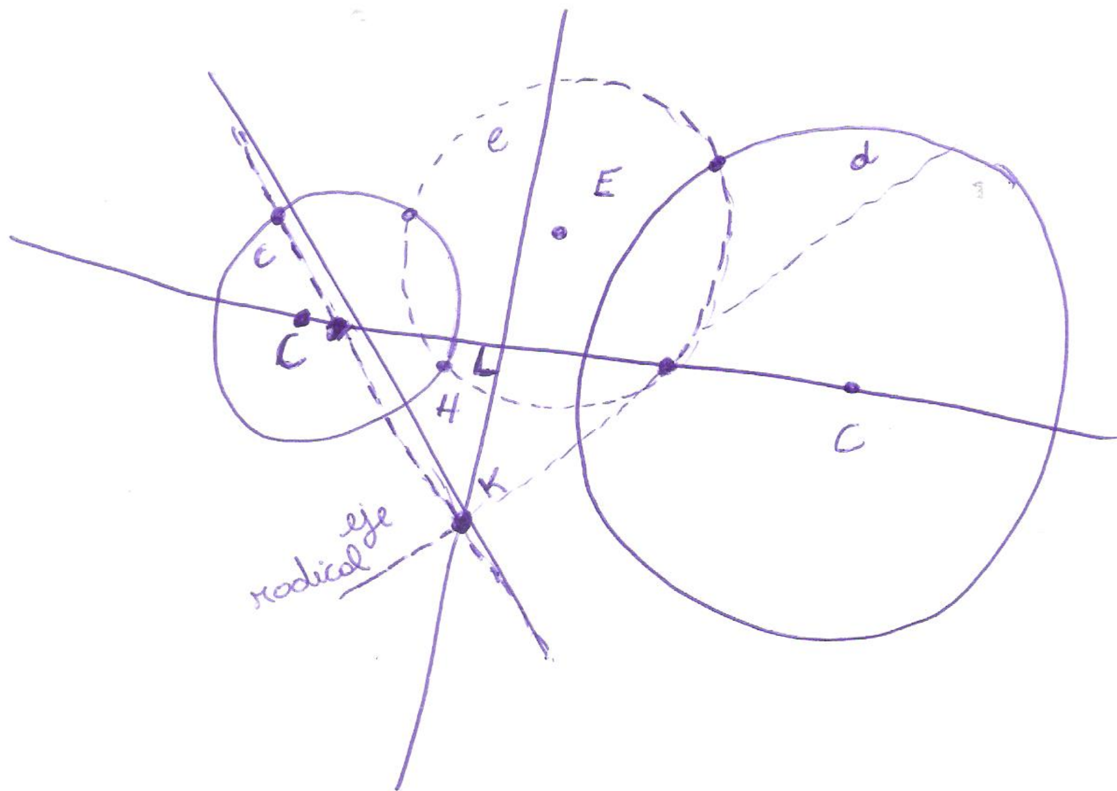
(a) La recta tangente común a ambas. X
(b) La recta que une los radios. X
(c) La recta tangente a la primera. X
(d) Ninguna de las anteriores. ✓

Eje radical: "Eje radical de dos circunferencias es el lugar geométrico de los puntos que tienen igual potencia res-pecto de ambas circunferencias".

P1 y P_2 tienen igual potencia respecto de ambas circun-ferencias por pertenecer a las mismas. P3 y P4 por ser ptos. medios de los segmentos AA' y BB' respectivamente. La recta que contiene a P1, P2, P3 y P4 se denomina Eje radical.



El eje radical se puede trazar en todas las ~~posic~~ posiciones relativas de las circunferencias, por ejemplo, si las circunferencias son exteriores se utiliza una circunferencia auxiliar para su construcción.

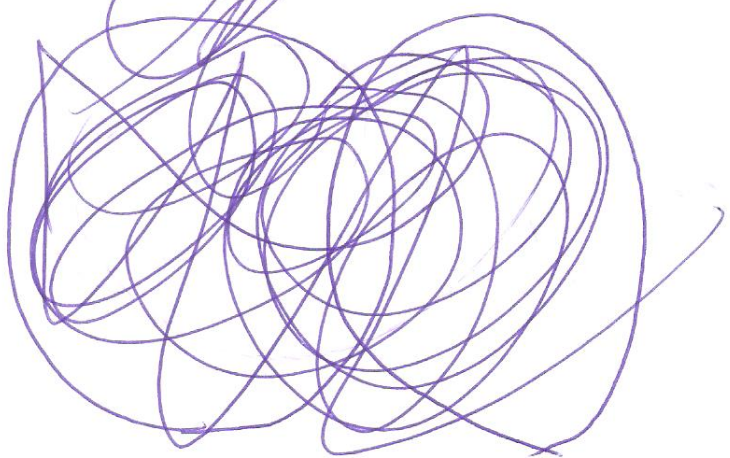


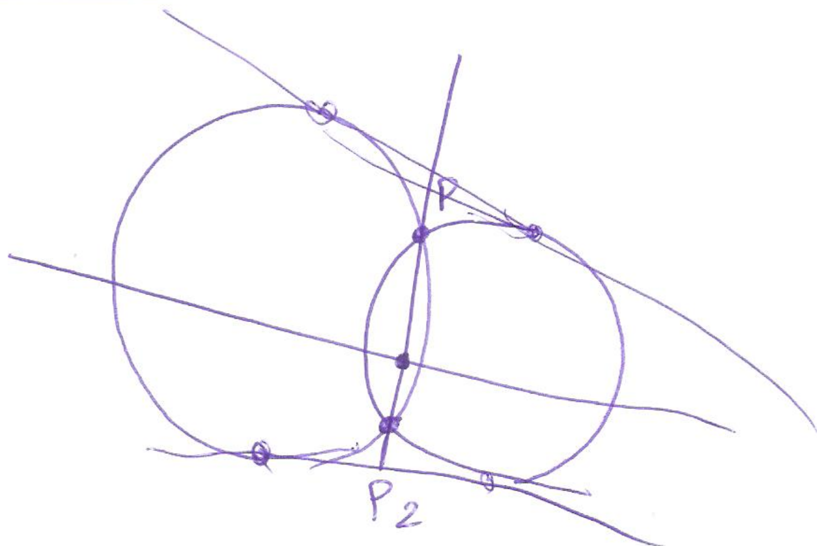
EJE RADICAL

"Eje radical de dos circunferencias es el lugar geométrico de los puntos que tienen igual potencia respecto de ambas circunferencias."

P1 y P2 tienen igual potencia respecto de ambas circunferencias por pertenecer a las mismas.


A
O
B
P4

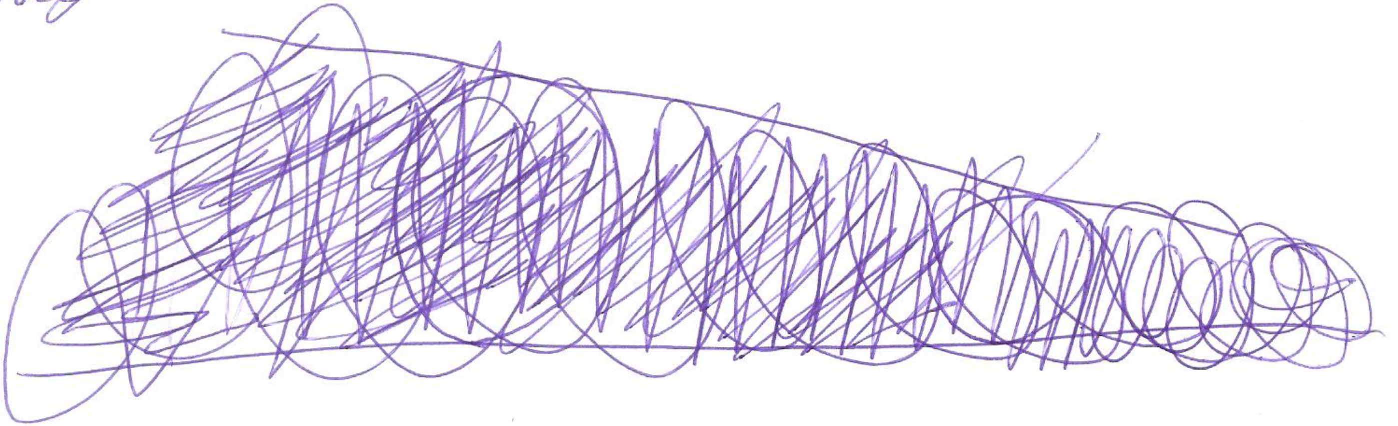


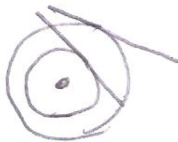

P
P2

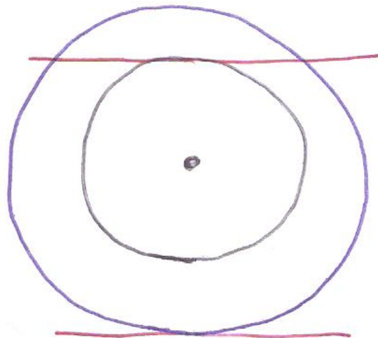
(26) Como resulta ser el eje radical de las circun-ferencias concéntricas $C(D, r_1)$ y $C(D, r_2)$? Realizar el gráfico y contestar:

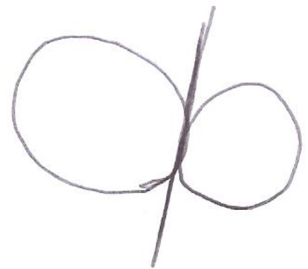
(a) La recta tangente común a ambas.

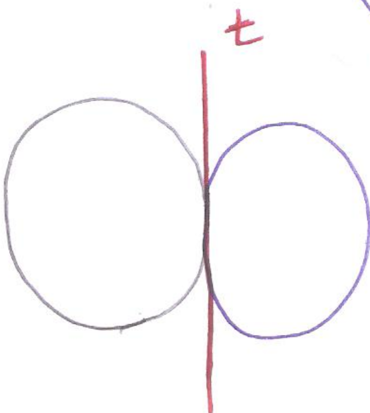
~~Circunferencias Concéntricas: Comparten el mismo centro.~~



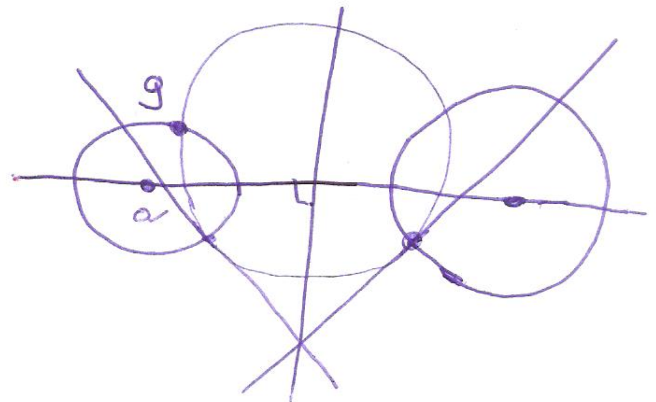


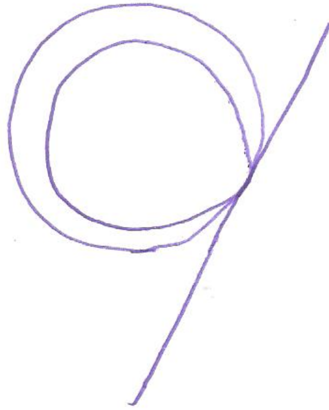










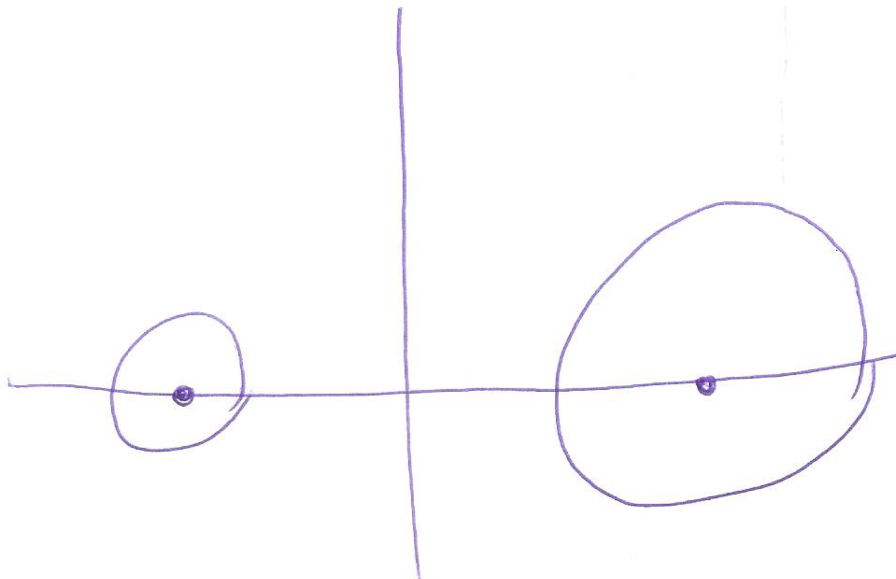


Circunferencias Concéntricas

Una circunferencia es concéntrica a otra si y sólo si la distancia de los centros es nula, o sea que sus centros coinciden

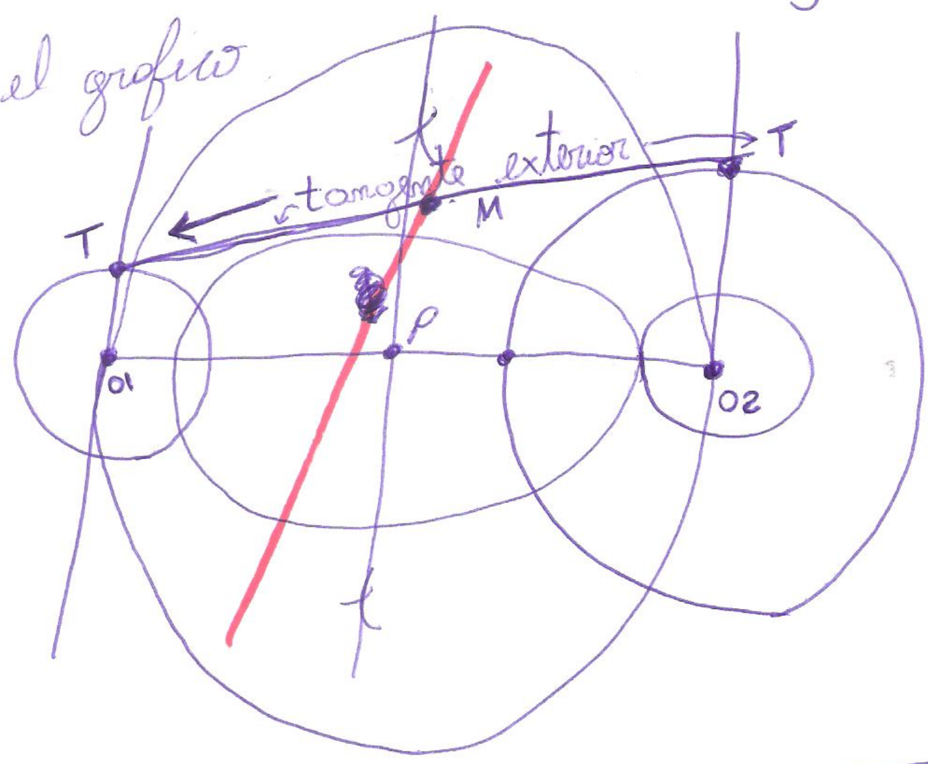
Los objetos concéntricos comparten el mismo centro, eje u origen

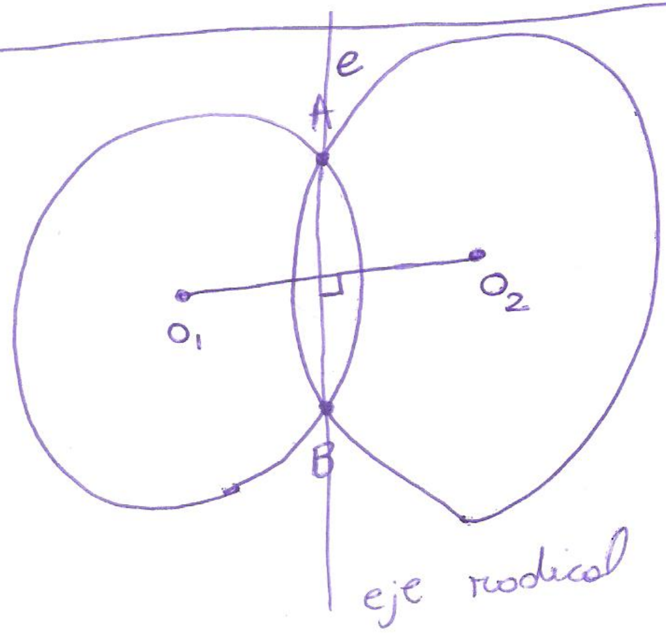


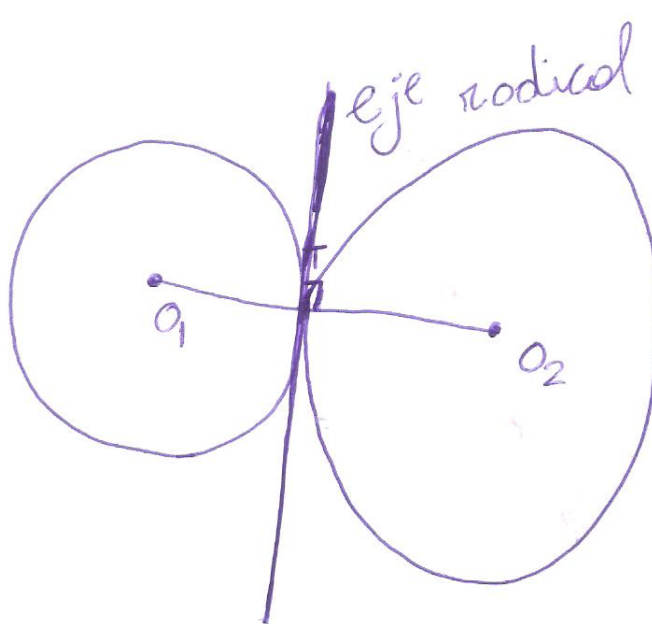


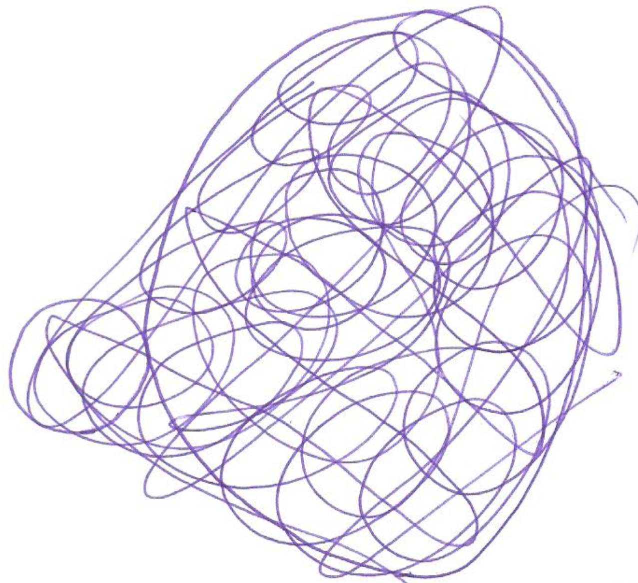
(26) Como resulta ser el eje radical de las circunferencias concéntricas $C(D, r1)$ y $C(D, r_2)$?

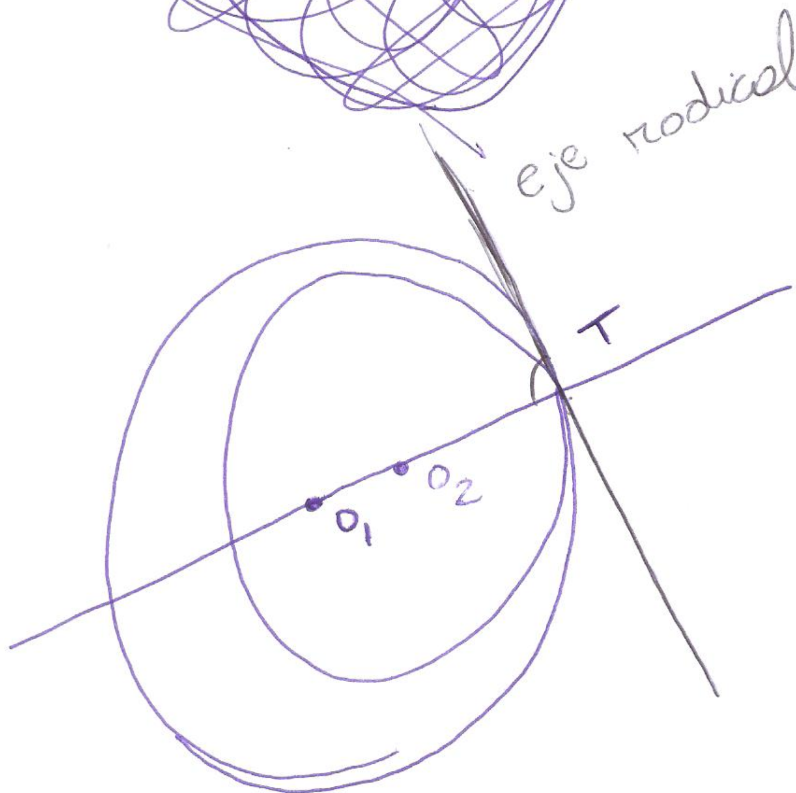
Realizar el grafico

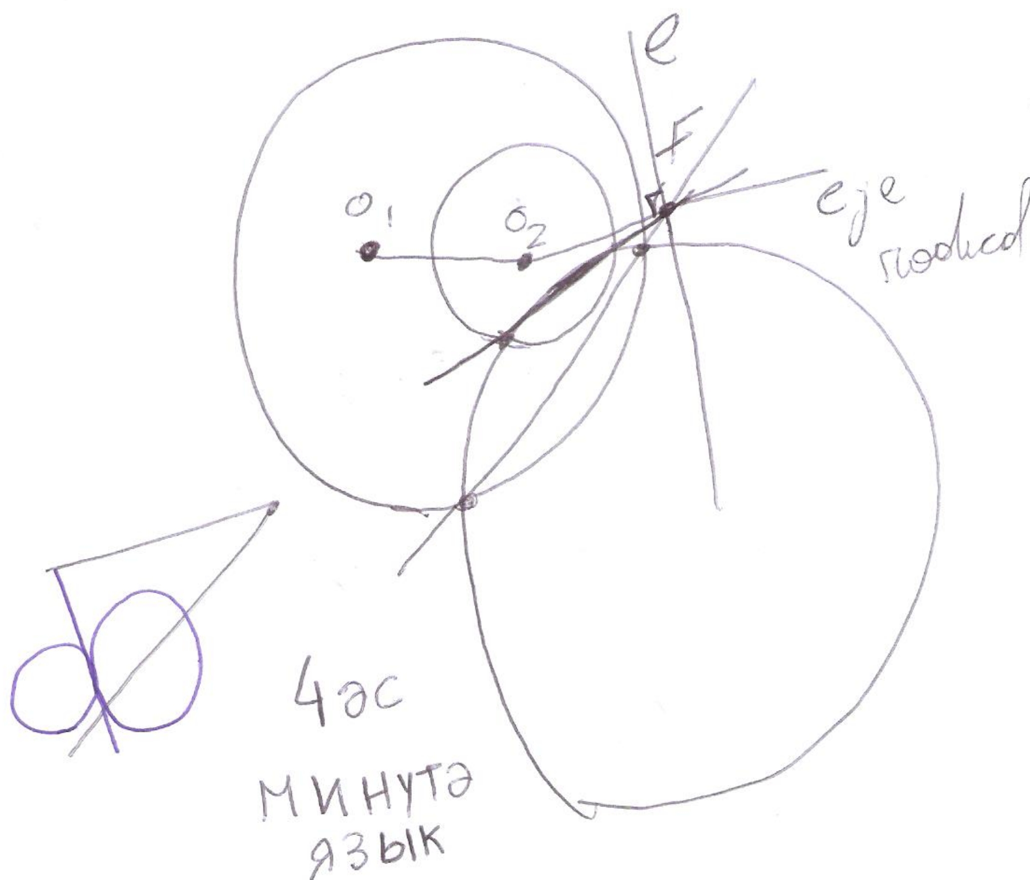





eje radical
T
O_1
O_2

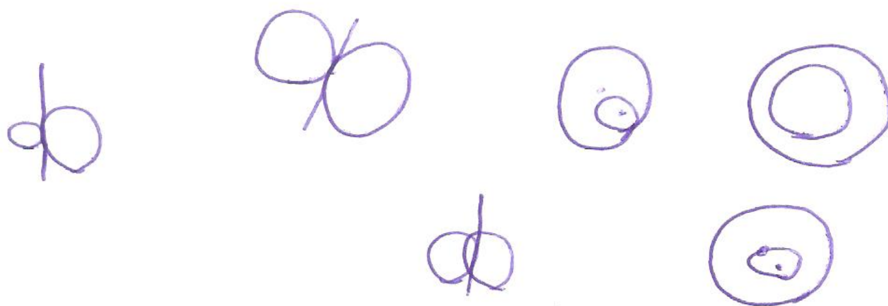



eje radical
T
O_2
O_1



5 casos

(26) Cómo resulta ser el eje radical de las circunferencias concéntricas $C(D, r_1)$ y $C(D, r_2)$? Realizar gráfico y contestar:



(26) Como resulta ser el eje radical de las circunfe-rencias concéntricas C(D, r1) y C(D, r2)?

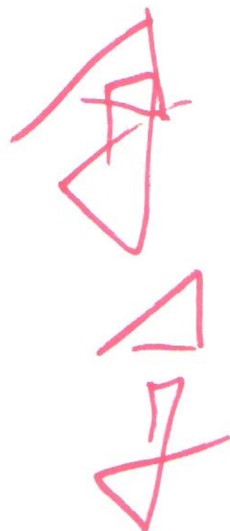
Realizar el gráfico y contestar.

a) la recta tangente común a ambas ✗

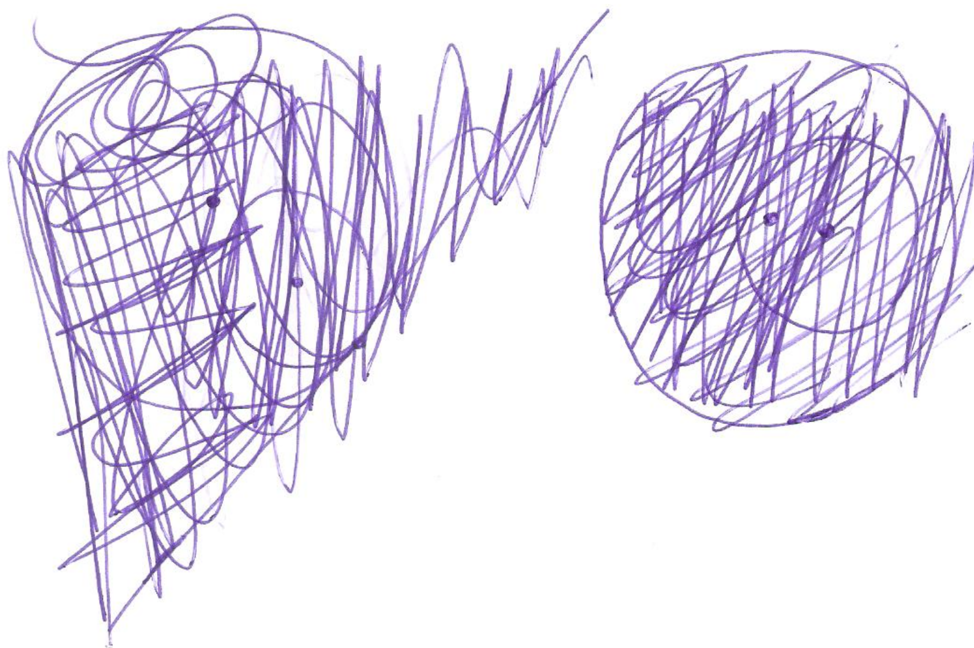
b) la recta que une los radios. ✗

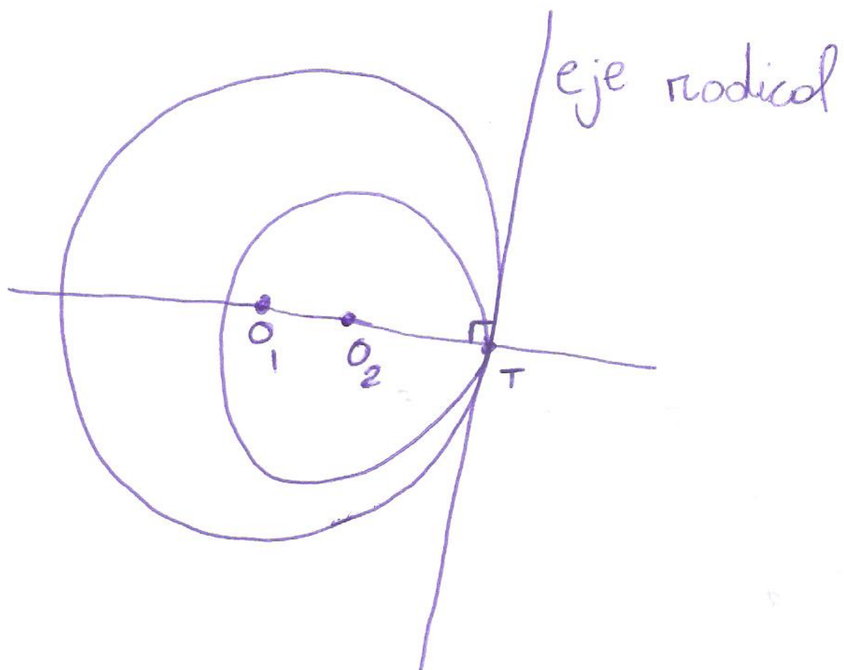
c) la recta tangente a la primera. ✗

d) ninguna de las anteriores. ✓

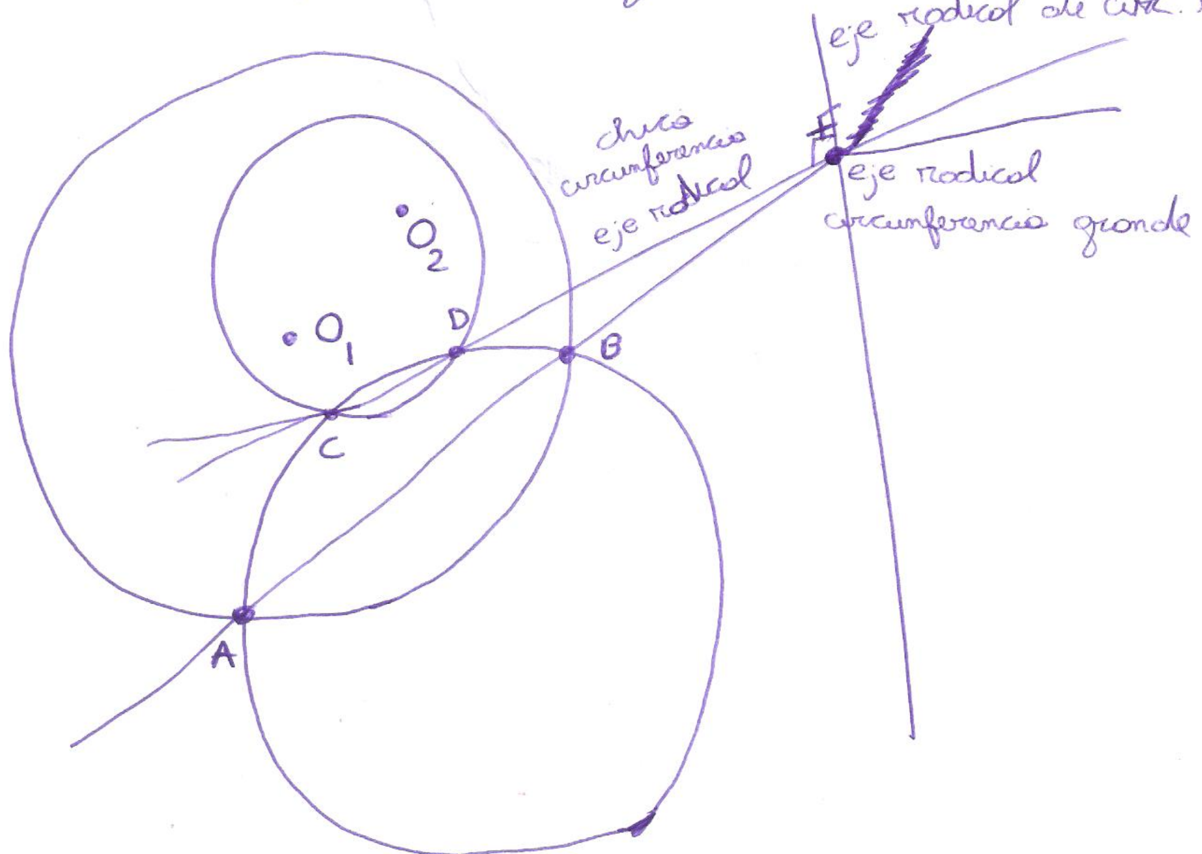


(27) Dadas la C(A, r1) y la C(B, r2) interior a la primera (no concéntrica). Se quiere determinar el eje radical a ambas. Realizar a la construcción.





Dos circunferencias tangentes exteriores



(27) Dados la C(A, r1) y C(B, r_2) interior a la primera (no concéntricas). Se quiere determinar el eje radical de ambas. Realizar la construcción.

Eje radical

A

B

e

eje radical de la circunferencia chica

F

eje radical de la circ. grande

A B

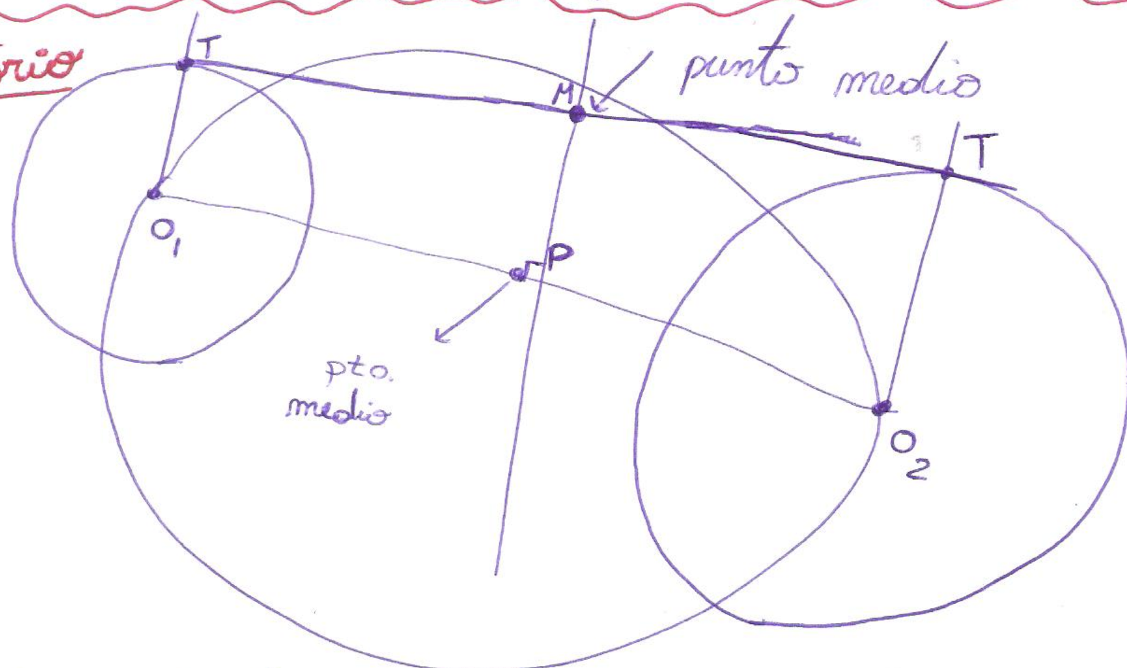
← dibujamos circunferencia cualq. que corte en dos puntos las 2 circ.

El eje radical que buscamos pasará por el punto F y será perpendicular a la recta definida por la unión de A y B.

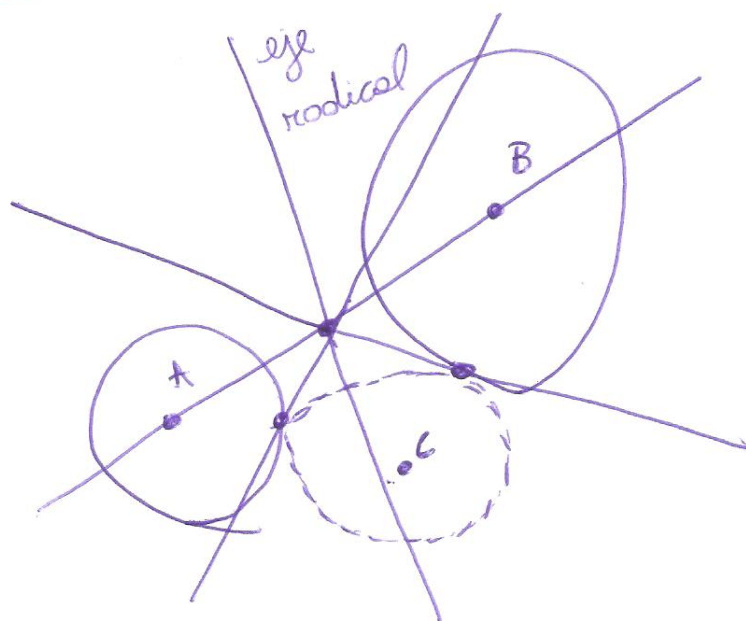
28. Indicar verdadero - falso

La siguiente construcción de dos circunferencias C(A,r) y la C(B,r') en la cual se halla el eje radical está correctamente realizada. **Verdadero.**

Recordatorio



el eje radical será la recta que pasa por M y es perp. a la recta O_1 y a O_2

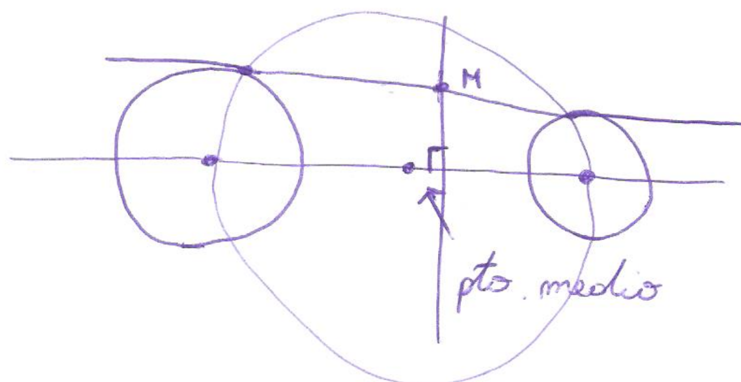


Está bien realizado

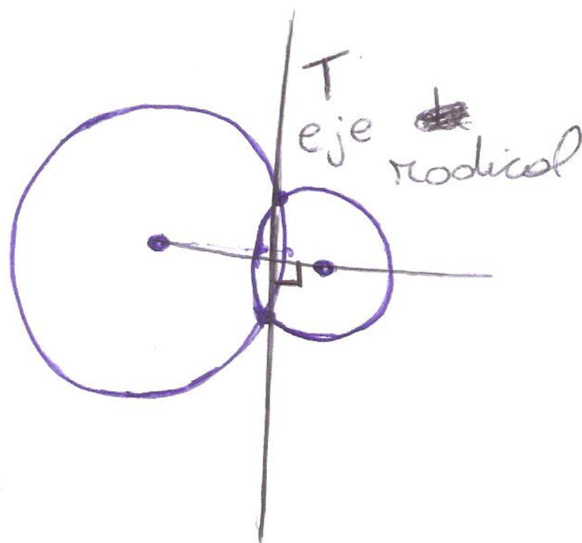
120.

29. Encuentre el eje radical entre los siguientes pares de circunferencia.

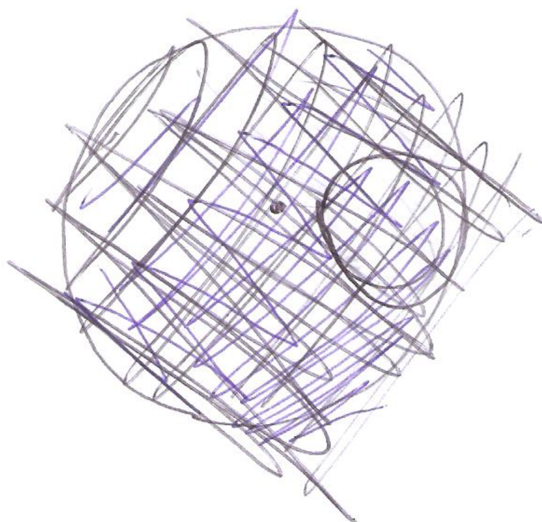
C1 (O1, 3 cm.) , C2 (O2, 2 cm.) , d = 7 cm.

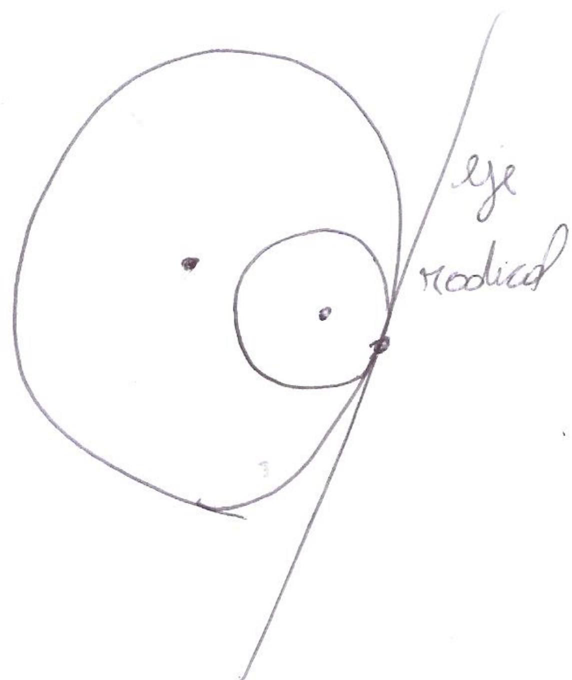


C1 (O1, 4 cm.) , C2 (O2, 2 cm.), d = 3 cm.



ⓒ C1(O1, 5 cm.), C2(O2, 2 cm), d = 1 cm.



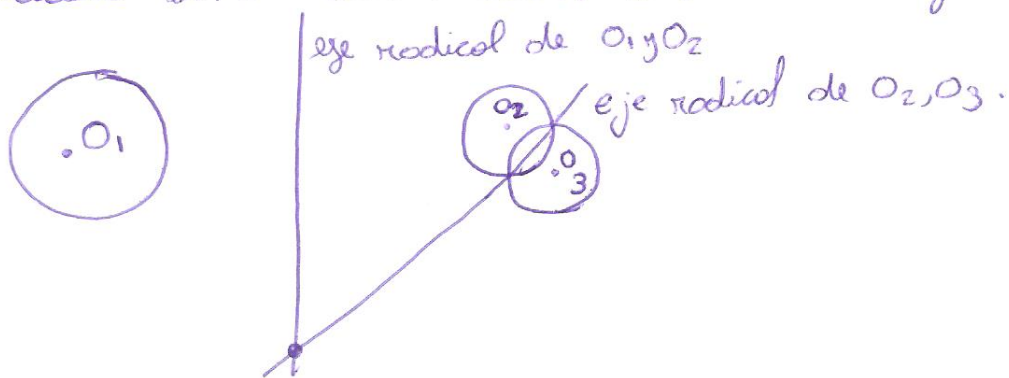


(30) Teniendo en cuenta la construcción realizada en el ej. anterior, encuentre los ejes radicales y el centro radical. (Encontrar el centro radical de 3 circunferencias)

ⓐ C1(O1, 3 cm.), C2(O2, 2 cm.), d = 7 cm.

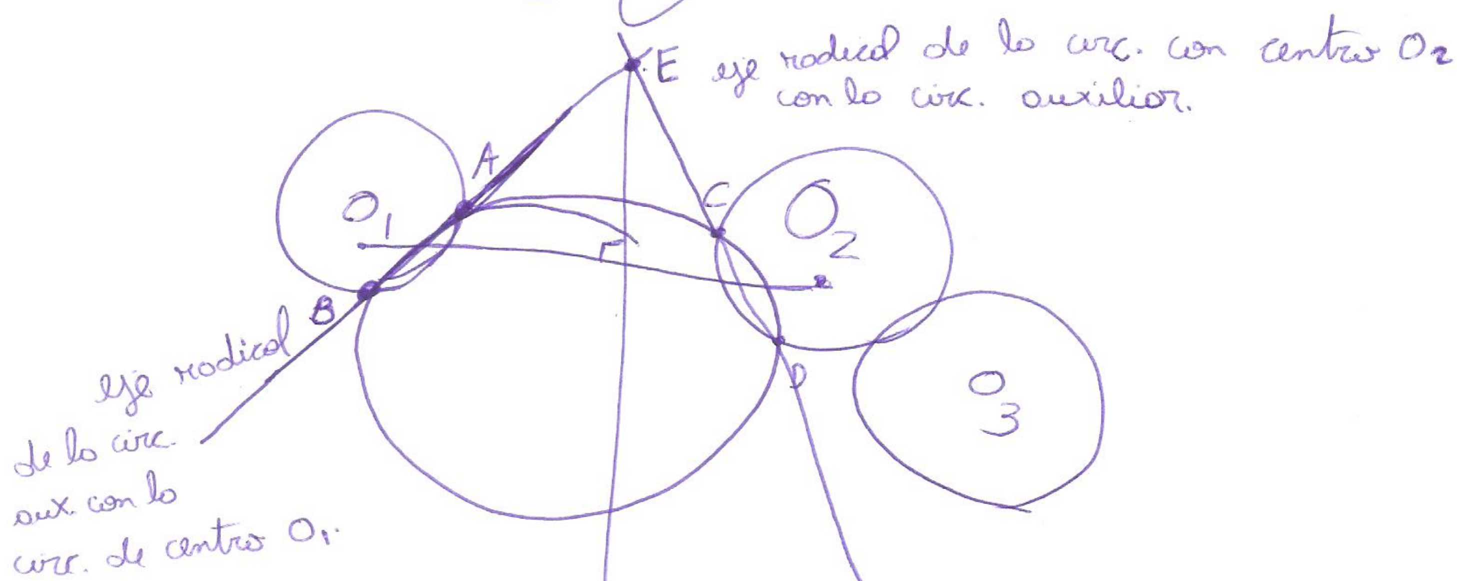
El centro radical es el pto. que tiene igual potencia respecto a las 3 circunferencias.

Primero encontré el eje radical de las circunferencias O1 y O2 luego hallaremos el eje radical de las circunferencias O2 y O3. A continuación vemos que el centro radical está situado en la intersección de dichos ejes radicales.



Una forma fácil de calcularlo





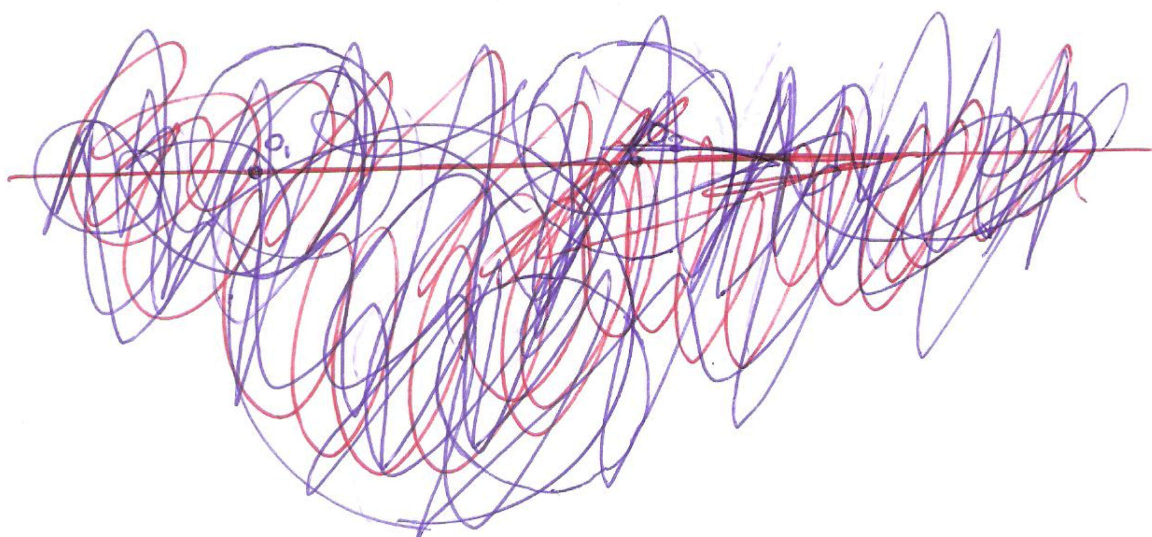
con un centro y radio cualq.

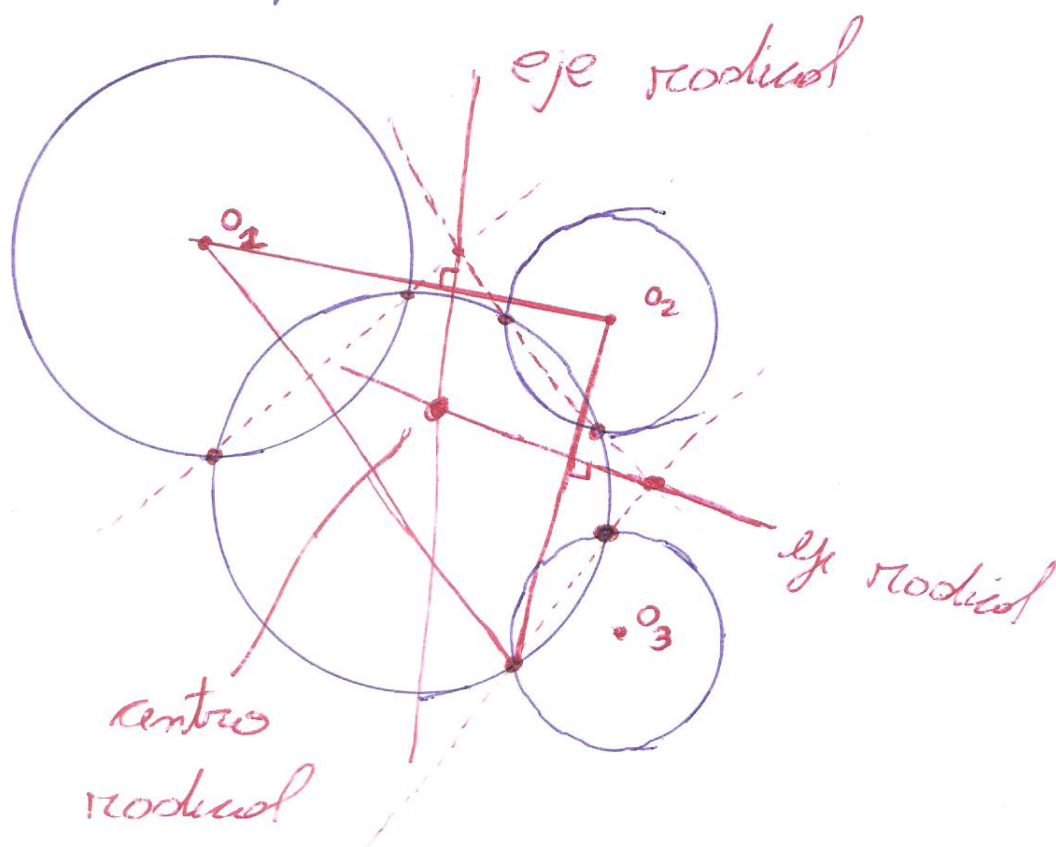
1. Dibujá una circ. que intercepte O_1 y O_2.

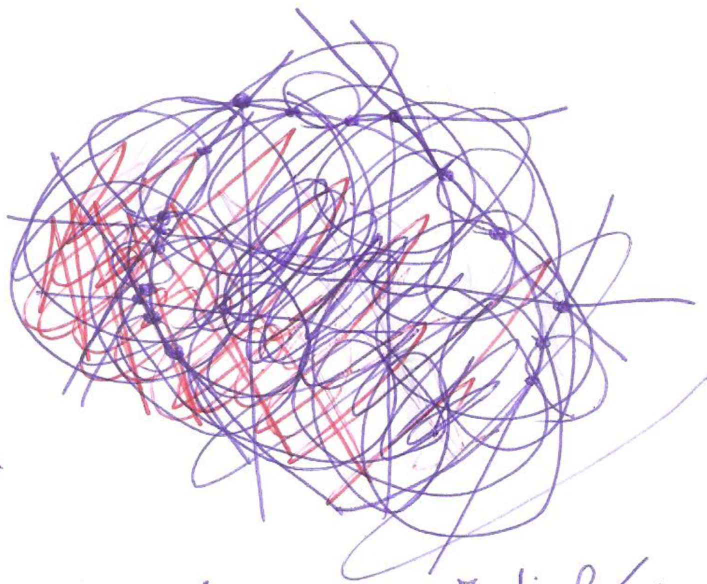
luego uní los puntos de intersección AB y CD

Centro radical de 3 circunferencias es el punto del plano que tiene igual potencia respecto de las 3 circ. El punto en donde se intersecan los tres ejes posee igual potencia respecto de las circunferencias. Se denomina Centro Radical.

НОВЫЙ
ГОД

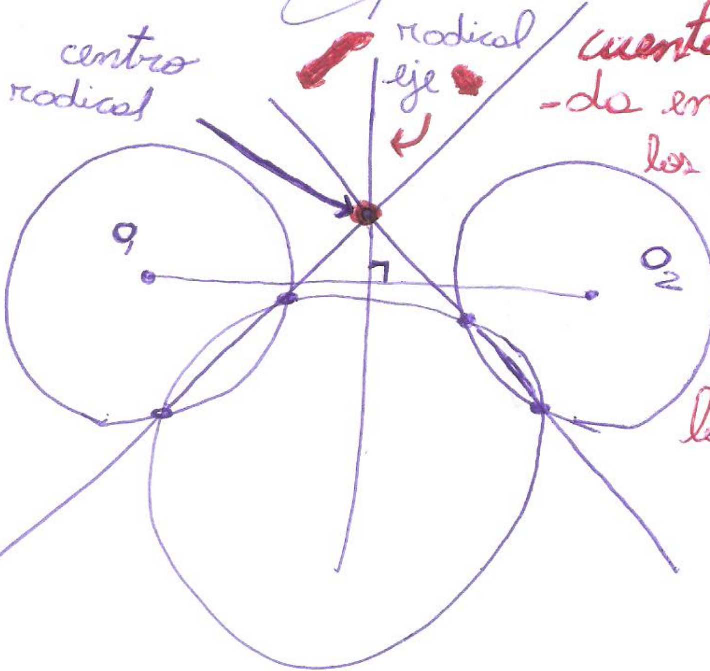






¿¿ ? ? ?

(30) Teniendo en ? cuenta la construcción realizada en el ej. anterior, encuentra los ejes radicales y el centro radical.



No se entiende, es lo mismo que el ej anterior.

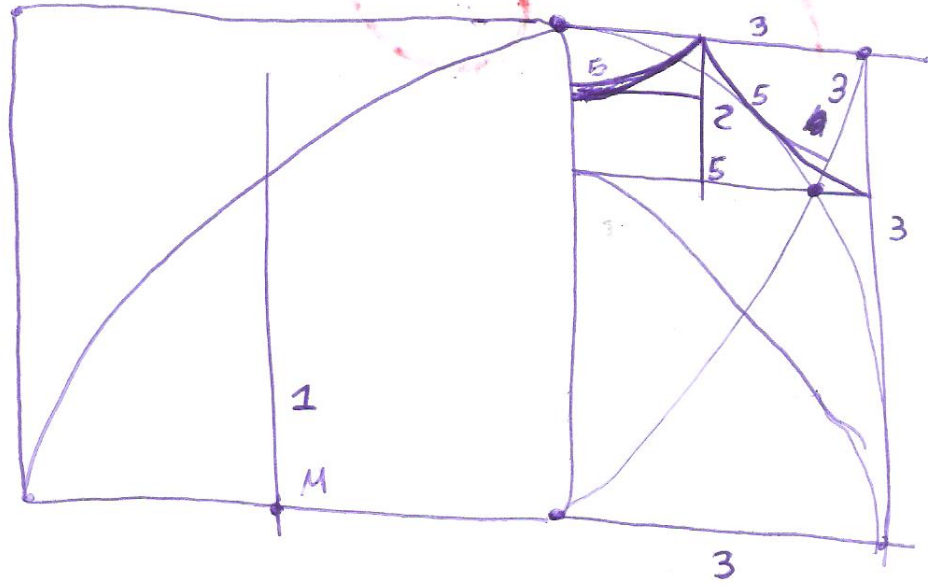
Sección áurea de un segmento. Número áureo.

31. Construya con regla y compás el rectángulo de razón áurea, sabiendo que el cuadrado tiene de lado: a. 4 cm.

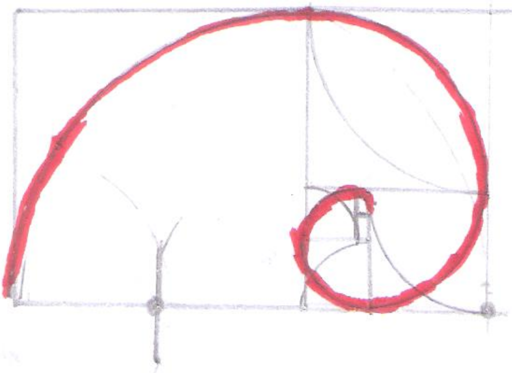
(31) Construye con regla y compás el rectán-
-gulo de razón áurea, sabiendo que el cuadrado
tiene de lado:

(a) 4 cm.

0. Dibujo el cuadrado.
1. Hallar el pto. medio dibujando con el compaz la mediatriz.
2. Unir el pto. medio con el extremo superior derecho y realizar un semicirculo con el compás.
3. Unir los lados del compás con el cuadrado de modo que nos quede otro rectángulo áureo.
4. Dibujar otro cuadrado dentro del rectángulo áureo utilizando el compaz.
5. Unir el punto medio que nos den de los arcos con una línea horizontal de manera que nos quede otro rectángulo áureo.
6. Cuando ya hemos hallado nuestro rectángulo áureo nos disponemos a dibujar la espiral áurea, tomando los dos lados de cada cuadrado y haciendo un semicirculo con el compás q se unirá con el siguiente y así sucesivamente ya ten-
-dremos nuestra espiral áurea.



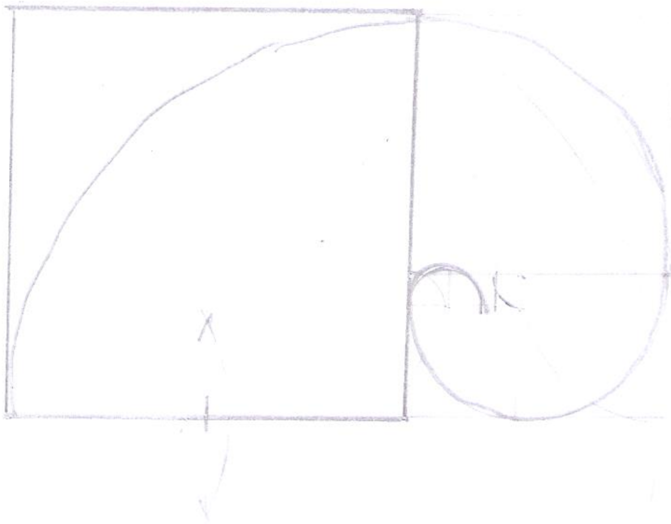
ⓐ 4 cm.



㉛ Construye con regla y compás el rectángulo de razón áurea, sabiendo que el cuadrado tiene de lado.

ⓑ 5,5 cm.

Casi bien



ⓒ 3,2 cm.

(32) ⓐ Dada la sección áurea m de un segmento desconocido a, halla dicho segmento.

ⓑ Construye la sección áurea del segmento m. ⊛

И ЗТО Я НЕ ТОЛЬКО ПРО 1·41
i eta ya nie tolko pro
ПОСЛЕДНЮЮ ГОНКУ
posliednii gonku

(Y no me refiero sólo a la última carrera)

$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \varphi = 1{,}618\ldots$

Esto no es el ejercicio

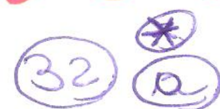
$(\sqrt{5})^2$

Hay una forma más fácil de hacerlo en shutuv. "dibujo técnico paso a paso sección áurea"

K

b c

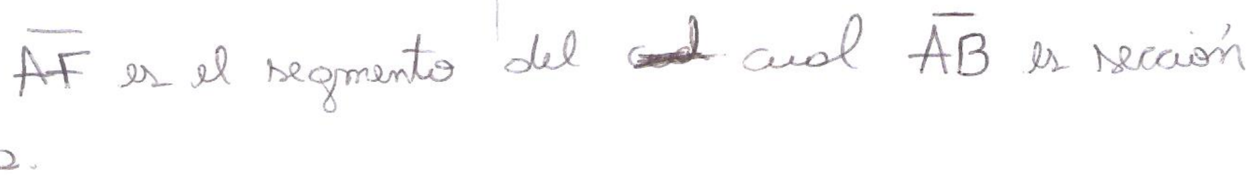
a



E

D

A B F

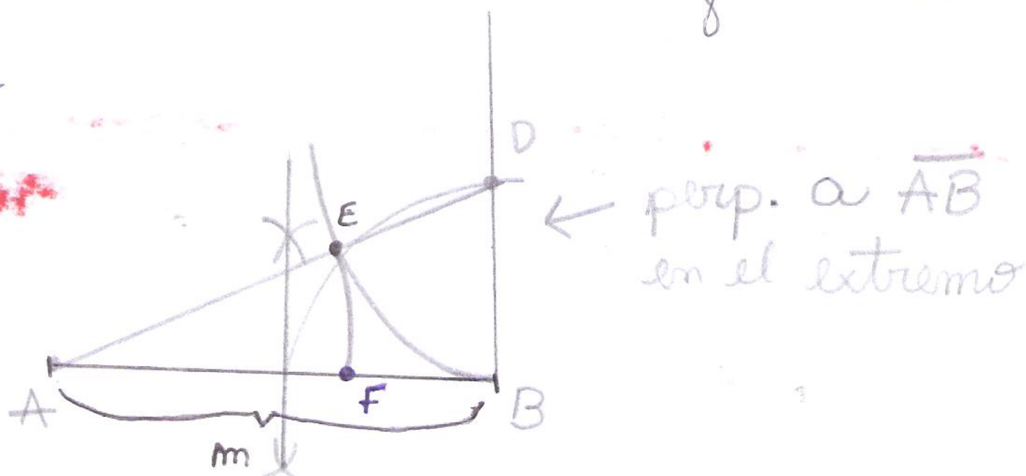


$\overline{AF}$ es el segmento del cual $\overline{AB}$ es sección áurea.

(b) ~~Construcción de ... de un segmento~~

Construye la sección áurea del segmento m.

$\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$



$\overline{AF}$ es la sección áurea del segmento $AB = m$.

(33) La estrella pentagonal o pentágono estrellado era, según la tradición, el símbolo de los seguidores de Pitágoras. Los pitagóricos pensaban que el mundo estaba configurado según un órden numérico, donde sólo tenían cabida los números fraccionarios. Pero sucedió algo inesperado... ¿cómo es la razón entre la diagonal del pentágono y su lado? Construyan un pentágono regular y calculen la misma.

(*) $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ $\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a} = \varphi$

$\frac{a}{b} = \frac{a}{a} + \frac{b}{a}$

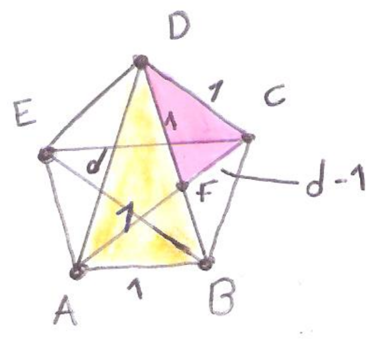
(sustituyendo $\frac{a}{b} = \varphi$)

$\varphi = \frac{a}{a} + \frac{b}{a}$

(b/a es el inverso de a/b)

$\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi}$

$\varphi^2 - \varphi - 1 = 0$ (*)



Mostraremos q el $\Delta CDF \simeq \Delta ABD$

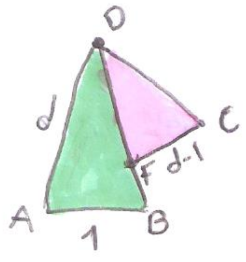
Designamos el valor del lado del pentágono como una unidad, podemos decir que el segmento $\overline{DF} = 1$, el segmento $\overline{AF} = 1$, $\overline{AB} = 1$.

En el ΔCDF los segmentos $\overline{DC}$ y $\overline{DF}$ miden la unidad.

Para $\overline{CF}$ es igual a la diagonal menos la unidad y sería $d-1$. En el triángulo [illegible] ΔABD los segmentos $\overline{AD}$ y $\overline{BD}$ son diagonales del pentágono [illegible] d y el segmento $\overline{AB}$ es igual a 1.

Teoremas de Tales:

~~[illegible]~~ Postula que para que dos triángulos sean semejantes sus lados tienen que ser proporcionales.



$$\frac{d}{1} = \frac{d}{1} = \frac{1}{d-1} \quad (*) \Rightarrow$$

~~[illegible]~~

$$(*)\ \frac{d}{1} = \frac{1}{d-1}$$

$$\Rightarrow d(d-1) = 1$$

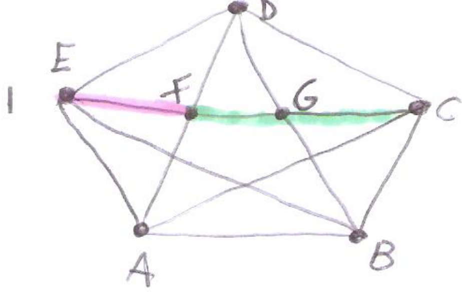
$$\Rightarrow d^2 - d = 1$$

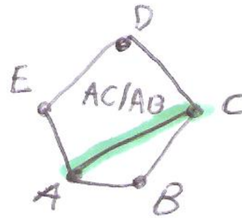
$$d^2 - d = 1$$

$$d^2 - d - 1 = 0$$

$$\boxed{x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}}$$

Sólo tomaremos el valor positivo.





¿Qué podemos decir de los segmentos FC y EC?



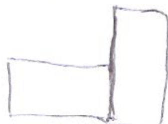
¿Qué es un polígono regular?

los polígonos regulares son aquellos que tienen todos sus lados y ángulos iguales.

Todos los ángulos de la misma amplitud y los lados tienen la misma longitud

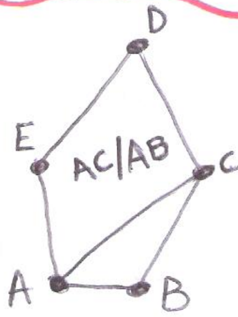
Triángulos áureos

34) Una propiedad importante de los triángulos áureos es que cuando se colocan dos rectángulos áureos iguales uno en posición horizontal y otro en forma vertical (no superpuestos) donde uno comparte su lado con una porción del lado del otro, entonces la diagonal del rectángulo horizontal se prolonga hasta el vértice del otro rectángulo (el vertical) y estos tres puntos están alineados

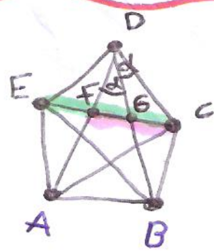


(33) La estrella pentagonal o pentágono estrellado era, según la tradición, el símbolo de los seguidores de Pitágoras. Los pitagóricos pensaban que el mundo estaba configurado según numéricas, donde sólo tenían cabida los números fraccionarios. Pero sucedió algo inesperado... ¿cómo es la razón entre la diagonal del pentágono y su lado? Construyan un pentágono regular y calculen la misma.

Resuelto anteriormente



$\overline{EC} = \varphi$



¿Qué podemos decir de los segmentos? $\overline{FC}$ y $\overline{EC}$

$\overline{FC} = 1$

$EC = d$



Podemos decir que $\overline{EC}$ es el segmento del cual $\overline{FC}$ es sección áurea.

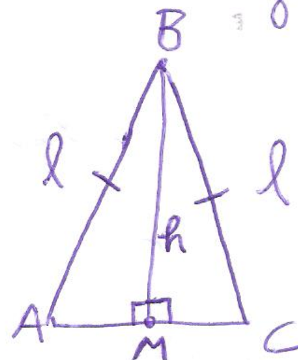
Trabajo Práctico Nº 2

TP. 2

Congruencias:

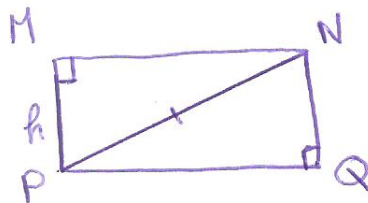
① Un $\triangle ABC$ es isósceles, donde el ángulo B se opone al lado desigual, tiene dibujado la altura BM. ¿Es cierto que los triángulos ABM y BCM son congruentes? Justifique.





Son congruentes porque poseen dos lados iguales y un ángulo igual.

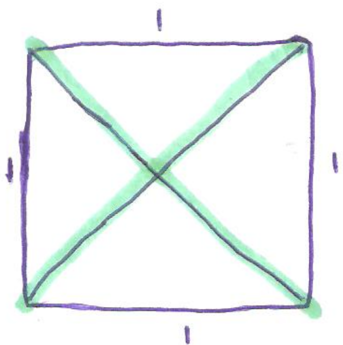
② En un cuadrado MNPQ se trazó una de las diagonales del mismo, usa algunos de los criterios para demostrar que la diagonal divide al cuadrado en dos triángulos congruentes



Tienen dos lados iguales la diagonal y la altura y un ángulo recto en ambos triángulos.

③ Será cierto que las diagonales de un cuadrado lo dividen en 4 triángulos congruentes? Justifique.

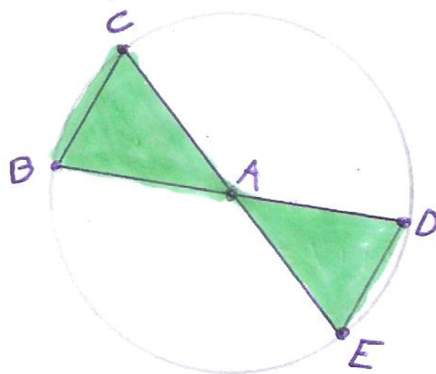
③ ¿Será cierto que las diagonales de un cuadrado lo dividen en cuatro triángulos congruentes? Justifique



Sí, hay 4 lados iguales y la diagonal divide el ángulo recto en dos ángulos iguales

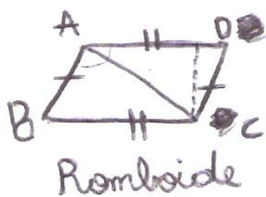
Todos los triángulos tienen 2 lados iguales. y todos los ángulos son iguales.

④ El dibujo muestra la circunferencia, ¿se verifica que los ΔABC y AED son congruentes? Justifique



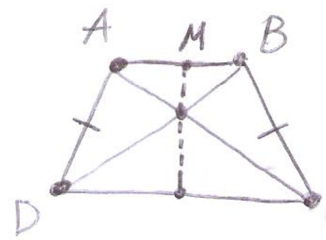
Sí, porque son op. por el vértice y están inscriptos en una circ.

⑤ En un romboide ABCD la diagonal principal es AC. Demuestra con algún criterio de congruencia que la diagonal principal divide el romboide en dos triángulos congruentes.



El lado $\overline{AD}$ es igual al lado $\overline{BC}$ y el lado $\overline{AB}$ es igual al lado $\overline{DC}$ y la diagonal es la misma para ambos triángulos.

⑥ Muestra que las diagonales de cualq. trapecio isósceles son iguales. Justificá los pasos realizados.

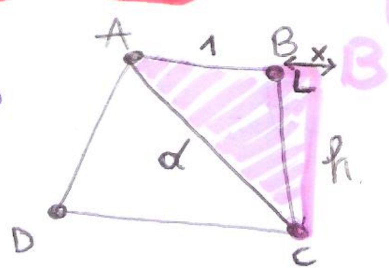


En un trapecio isósceles hay una simetría con respecto de la recta r (mediatriz del segmento AB),

$d_1 = d_2$

Al tener en común el punto de las dos diagonales que las dos diagonales ~~[illegible]~~ tengan la misma longitud.

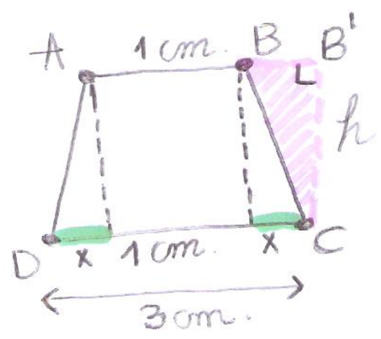
Otro ejercicio



Del triángulo rectángulo $\Delta\{A, B', C\}$ podemos escribir: $d^2 = (1+x)^2 + h$

Ents. de (1) y (2) $d^2 = (1+1)^2 + 3 \Rightarrow$

$\Rightarrow d^2 = 4 + 3 \Rightarrow \boxed{d = \sqrt{7}}$



(2) Observemos que de acuerdo a la simetría

$x + 1 + x = 3$, luego

$2x + 1 = 3$ y $\boxed{x = 1}$

(3) Por otra parte del Δ rectángulo

$\Delta\{B, B', C\}$, $h^2 + x = 2^2$

y como $x = 1$, $h^2 = 2^2 - 1^2$

$\Rightarrow \boxed{h = 3}$

---

⑦ Si un cuadrilátero PQRS se traza la diagonal PR, quedan determinados los Δ PRS y Δ PRQ, que son congruentes. En cambio si se traza la diagonal QS, quedan determinados los Δ PQS y RQS, que son congruentes.

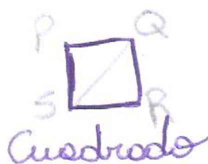
¿Qué tipo de cuadrilátero es PQRS?

(7) Si en un cuadrilátero PQRS se traza la diago-nal PR, quedan determinados los ΔPRS y ΔPRQ, que son congruentes. En cambio si se traza la diagonal QS, quedan de-terminados los Δ PQS y RQS, que son congruentes. ¿Qué tipo de cuadrilátero es PQRS? 135.

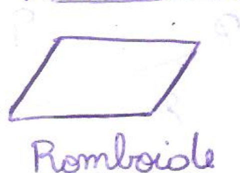
Es un paralelogramo

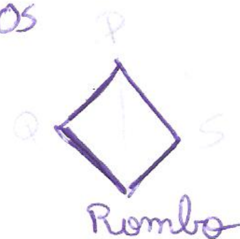
Tipos de Cuadriláteros

PARALELOGRAMOS


Cuadrado

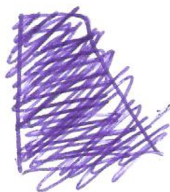

Rectángulo

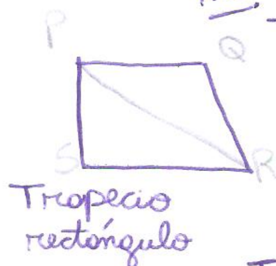

Romboide


Rombo

NO PARALELOGRAMOS

Trapecios

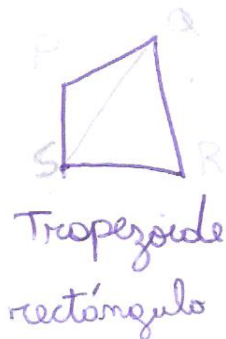


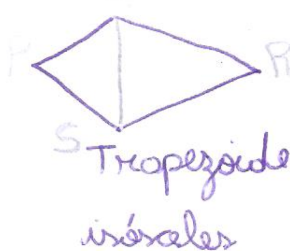

Trapecio rectángulo

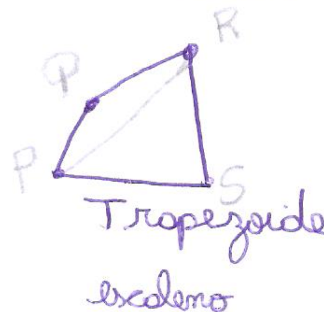

Trapecio isósceles


Trapecio escaleno

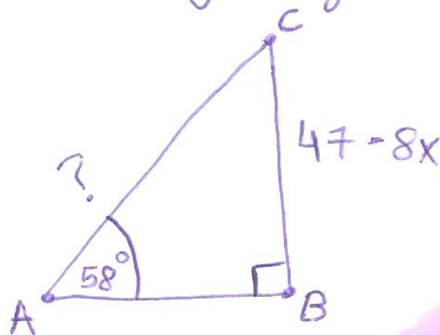
TRAPEZOIDES

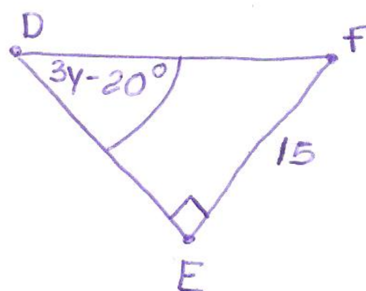

Trapezoide rectángulo


Trapezoide isósceles

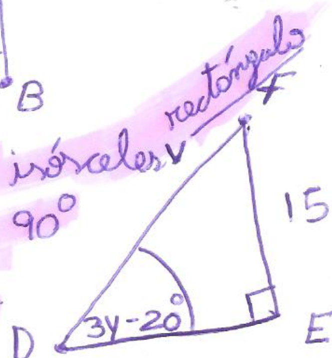

Trapezoide escaleno

⑧ Sabiendo que los $\triangle ABC$ y $\triangle DEF$ son isósceles y congruente. [redacted] Encuentra los valores x y de y.





Un triángulo isósceles rectángulo no puede valer 90° y 58° sus ángulos



$15 = 47 - 8x$

$-32 = -8x$

$\boxed{4 = x}$

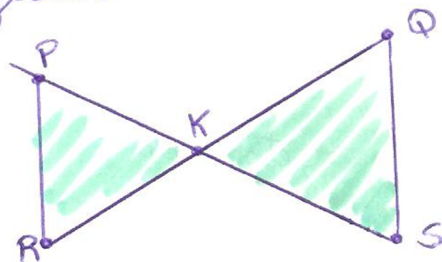
$3y - 20^\circ = 58^\circ$

$3y = 58^\circ + 20 \Rightarrow$

$\Rightarrow 3y = 78 \Rightarrow \boxed{y = 26}$

---

⑨ En la siguiente figura, se sabe que K es punto medio de PS y de QR. ¿Los triángulos PKR y QKS pueden ser congruentes? Justificar.

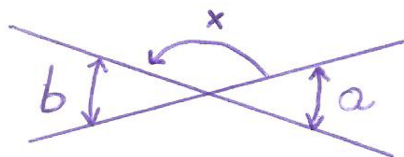


Sí son congruentes ya que tienen dos ángulos opuestos por el vértice que son iguales y K al ser el [redacted] punto medio de PS y QR divide ambos segmentos en la misma medida.

Teorema

Dos ángulos opuestos por el vértice son iguales.

Hipótesis



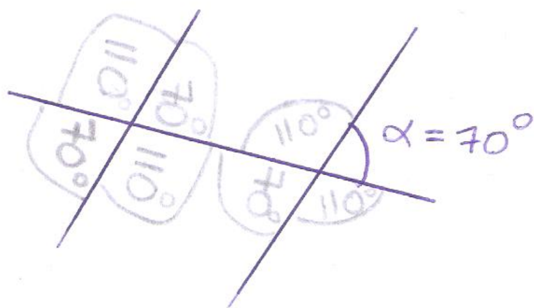
Si los ángulos a y b son opuestos por el vértice entonces $\measuredangle a = \measuredangle b$

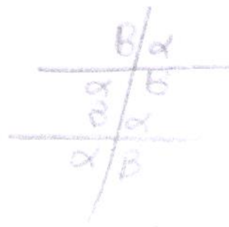
Demostración

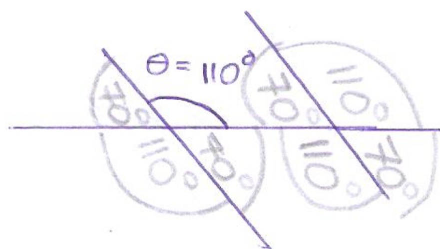
1. $\measuredangle a + \measuredangle x = 180^{\circ}$ (Por ser adyacentes suplementarios)
2. $\measuredangle b + \measuredangle x = 180^{\circ}$ (Por la misma razón)
3. $\measuredangle a + \measuredangle x = \measuredangle b + \measuredangle x$ (Por sustitución de 2 en 1)
4. $\therefore \measuredangle a = \measuredangle b$ (Propiedad de sustracción de la igualdad)

ÁNGULOS FORMADOS POR DOS RECTAS CORTADAS POR UNA TERCERA

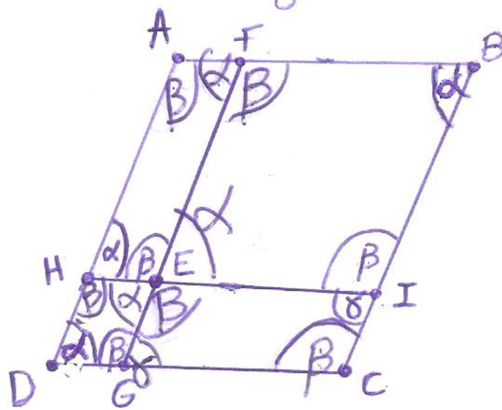
(10) Hallar el valor de todos los ángulos.





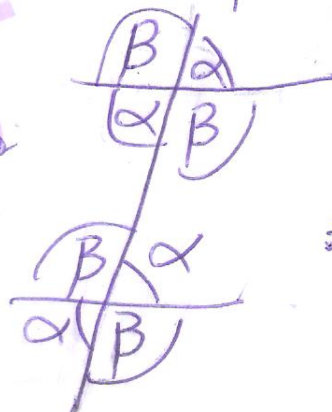


11. El cuadrilátero ABCD es paralelogramo, además el segmento FG es paralelo al lado AD y HI es paralelo al lado DC. Elegir dos ángulos que sean iguales y explicar por qué. ¿Habrá otros dos ángulos que tmb. sean iguales?



Los ángulos α's son iguales porque son opuestos por el vértice. y angulos op.
Los ángulos β's son iguales por la misma razón.

Dos [illegible] paralelas trazadas por una transversal



[illegible]

¿Cuáles son los ángulos de la figura, que al sumarlos, dan por resultado 180°?

Repensarlo.

$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180°$ ✓

[illegible]

~~∡AHE + ∡AFE = 180°~~ X

~~∡HAF + ∡HEF = 180°~~ X

~~∡FBI + ∡FEI = 180°~~ X

~~∡GEI + ∡GCI = 180°~~ X

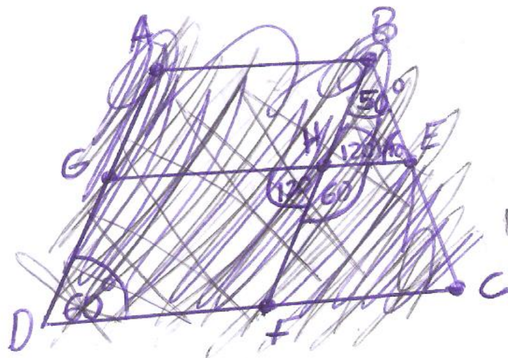
~~∡AHI + ∡ABI = 180°~~ X

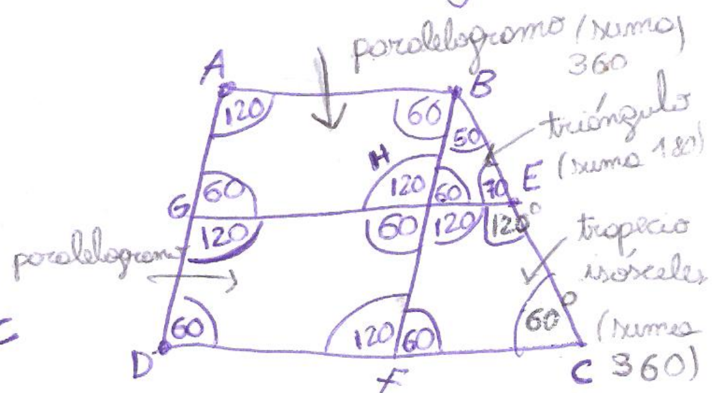
~~∡EGC + ∡EIC = 180°~~ X

~~∡EFB + ∡EIB = 180°~~ X

Los ángulos opuestos son iguales. NO suplementarios (en un paralelogramo)

(12) En el cuadrilátero ABCD, se verifica que $AB \parallel GE \parallel DC$, $AD \parallel BF$, $G\hat{D}F = 60°$ y $F\hat{B}C = 50°$





(a) Calcula el valor de todos los ángulos de la figura. Justificar.

Trapecio isósceles: los ángulos opuestos son suplementarios (suman 180°)

Paralelogramo: ángulos opuestos son iguales

(b) nombrá dos pares de ángulos correspondientes y dos pares de ángulos alternos internos.

Ángulos alternos internos: $G\hat{H}F$ y $A\hat{G}H$

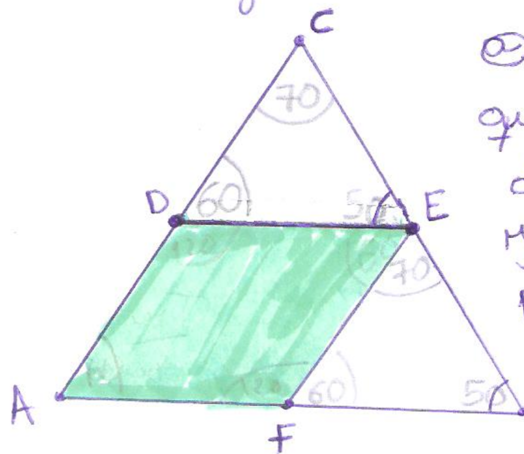
Ángulos correspondientes: $B\hat{H}E$ y $H\hat{F}C$

Ángulos correspondientes: cuando dos líneas son cortadas por una transversal. Si K y l son paralelas, ent. los pares de ángulos correspondientes son congruentes.

(13) En la figura ADEF es un paralelogramo.

(a) Es cierto que los ángulos de los triángulos DCE y EFB son congruentes? Por qué?

(b) Determinar la menor cantidad de datos posibles en la figura de modo que a partir de ellos se puedan calcular las medidas de todos los ángulos.



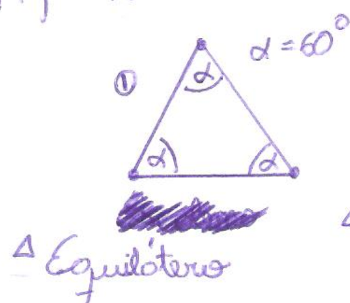
(a) Sí son congruentes ya que el segmento $\overline{CB}$ es dividido en partes iguales y al ser dos rectas cortadas por una transversal el ángulo $D\hat{E}C = F\hat{B}E$ por ser ángulos correspondientes. El lado DA es igual al lado FE que es igual al lado $\overline{DC}$ por estar dividido en partes iguales.

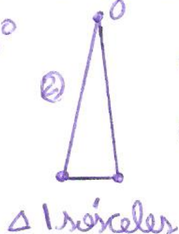
(b) $\measuredangle DAF = 60°$

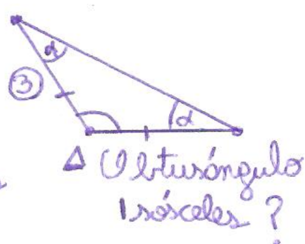
$\measuredangle FBE = 50°$

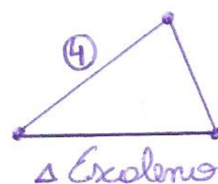
<u>Suma de los ángulos de un triángulo. Desigualdad triangular.</u>

14) Sean los siguientes triángulos



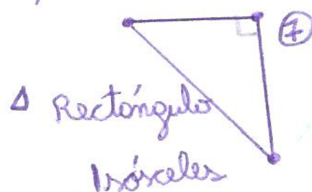


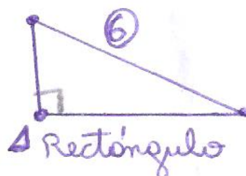


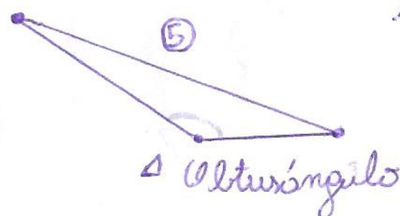


CHЭ = dormir

ΑΠЯ = para







I) En caso de ser posible por medio de los datos dados identifica a algunos de los triángulos. Decidir cuáles son las frases que les corresponden:

a) Tiene tres ángulos congruentes. Equilátero: ①

b) Tiene dos ángulos congruentes. Isósceles: ② ⑦ ③

c) Tiene un ángulo recto. Δ Rectángulo: ⑦ ⑥

d) Tiene un ángulo obtuso. Obtusángulo: ⑤ ③

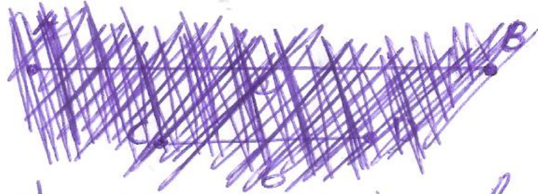
e) Tiene dos lados iguales y dos ángulos iguales.
Isósceles: ② ⑦ ③

II) En algunos casos la frase identifica a un único triángulo? Sí, la opción ①

III) Armar una frase que identifique a un único Δ.
¿Qué información será necesario considerar?

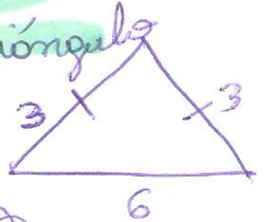
3 ángulos y 3 lados iguales.

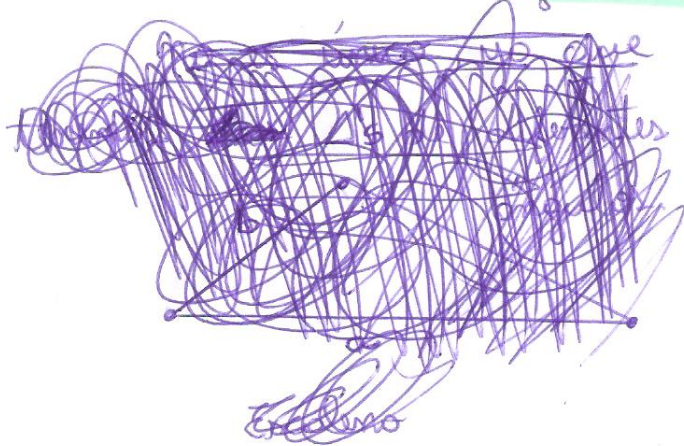
(15) Dibujar un triángulo con las siguientes medidas, donde el segmento "a" representa a dos de sus lados. ¿Es único o se puede construir otro de diferente forma? ¿Qué se puede decir respecto de sus ángulos? Justifique

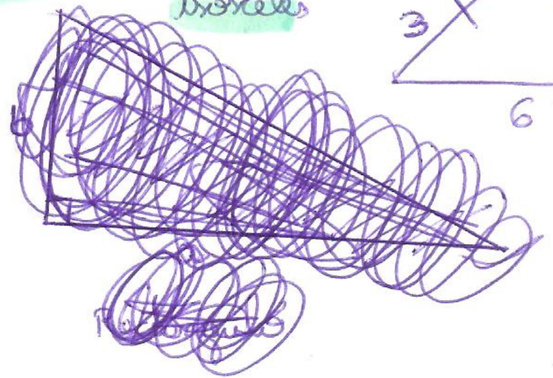


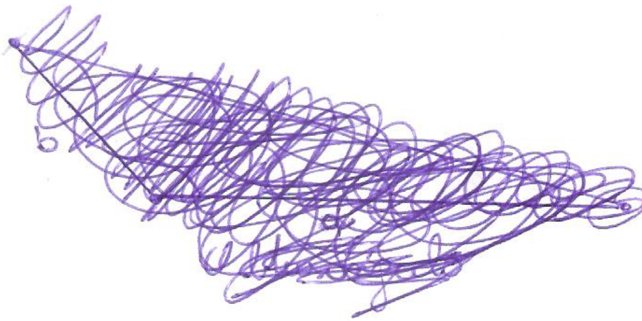
Sí, es único.

Posee dos ángulos iguales. Es un triángulo isósceles





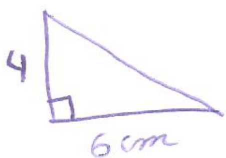


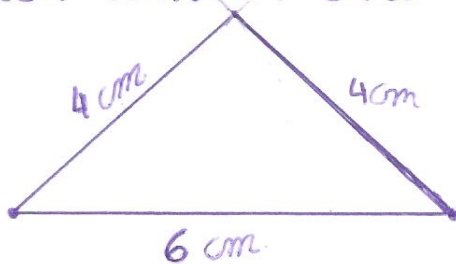


(16) Construir un Δ con regla y compás:

a. Donde dos de sus lados sean 6 cm. y 4 cm. ¿Es único o se puede construir otro triángulo? ¿de que depende?

No es único:





isósceles

No, Depende de la desigualdad triangular.

La suma de cualq. par de lados tiene q ser mayor al 3er lado.

Desigualdad triangular

La suma de dos lados cualq de un Δ es mayor que la longitud del 3er lado.

ⓑ Con un ángulo de 80° y otro de 60° ¿es único o se puede construir otro triángulo? ¿de que depende? Es único ya q si tenemos dos ángulos de 80° y 60° el 3^{ero} tendrá q valer 40°.

ЗАБОТА = atención
ПРИ = a la
БОЛЕЗНИ = enfermedad

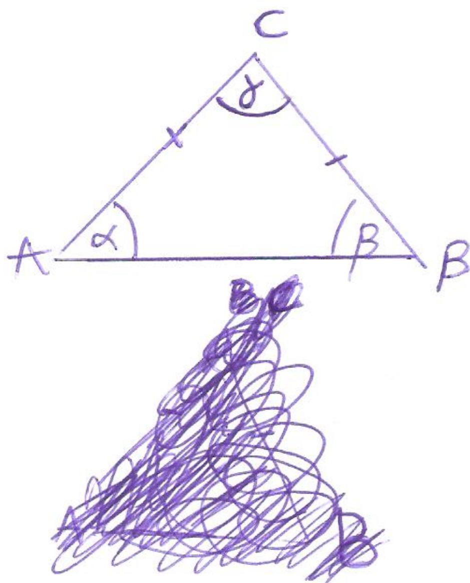
ⓒ Con un ángulo de 90°, otro de 60° y un tercero de 70° ¿es único o se puede construir otro triángulo? ¿de que depende? No se puede construir un Δ con esos ángulos. porque la suma debe dar 180°.

Si tomamos el 3er ángulo como 30°, entonces es único

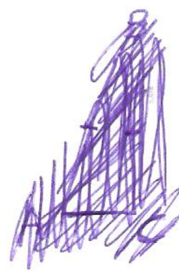
ⓓ Donde sus lados miden 3, 4 y 7 cm. ¿Es único o se puede construir otro triángulo? ¿de qué depende?

No se puede construir, ya que $4+3 \not> 7$

(17) Se sabe que el ΔABC es isósceles y que $AB = BC$ 144
$\alpha = \beta$, donde $\beta = 2x + 10^\circ$ y $\gamma = 7x + 8^\circ$. Cuál es la medida de cada ángulo del Δ?



$$2x + 10^\circ = 2x + 10$$



$$\overbrace{(2x+10^\circ)}^{\alpha} + \overbrace{(2x+10^\circ)}^{\beta} + \overbrace{(7x+8^\circ)}^{\gamma} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 4x + 20^\circ + 7x + 8^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 11x + 28^\circ = 180^\circ$$

$$11x = 152^\circ$$

$$x = \frac{152}{11} \Rightarrow \boxed{x = 13{,}81}$$

$$\therefore \boxed{\alpha = \beta} \boxed{= \frac{414}{11}} = 37^\circ 38' 10{,}91'' = 37{,}6363 =$$

$$= 2\left(\frac{152}{11}\right) + 10$$

$$\therefore \boxed{\gamma = 7\left(\frac{152}{11}\right) + 8^\circ} = \frac{1152}{11} = 104^\circ 43' 38.18'' = 104{,}727$$

(18) Los siguientes son ternos de ternas de medidas para los lados de un Δ, ¿es posible ~~constru~~ construir los mismos? Justifique

(a) 5 cm, 4 cm y 9 cm. No se puede. $4+5 \not> 9$

(b) 3 cm, 5 cm y 6 cm. Sí, se puede porque $3+5>6$, $6+5>3$ y $6+3>5$.

(c) 8 cm, 2 cm y 10 cm. No se puede porque $8+2 \not> 10$

(19) Se tienen las siguentes expresiones de los ángulos interiores de un Δ $\alpha = 2x + 30°$, $\beta = x + 40°$ y $\gamma = x + 50°$, ¿se puede construir? ¿es único?

$$2x + 30° + x + 40° + x + 50° = 180°$$

$$\Rightarrow 4x + 120° = 180°$$

$$\Rightarrow 4x = 60°$$

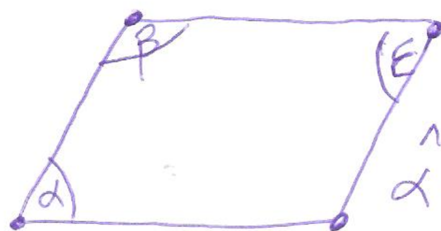
$$\Rightarrow \boxed{x = 15°}$$

$$\begin{cases} \alpha = 60° \\ \beta = 55° \\ \gamma = 65° \end{cases}$$

Suma de ángulos interiores y exteriores de un polí-gono convexo.

(20) Si la suma de las medidas de los ángulos interiores de un polígono es igual a la suma de las medidas de sus ángulos exteriores, ¿cuántos lados tiene el polígono? Resuelto en la 1er hoja (2) carillo

(21) Plantear una justificación de que los ángulos opuestos de un paralelogramo son iguales.



Sabemos que

$\hat{\alpha}+\hat{\beta}=180^\circ$ y $\hat{\varepsilon}+\hat{\beta}=180$

$\Rightarrow \alpha+\beta=180^\circ$

$\Rightarrow \beta=180^\circ-\alpha$

?

sustituyendo

$\hat{\varepsilon}+\overbrace{(180^\circ-\hat{\alpha})}^{\hat{\beta}}=180^\circ$

$\hat{\varepsilon}+180^\circ-\hat{\alpha}=180^\circ$

$\Rightarrow \hat{\varepsilon}-\hat{\alpha}=0$

$\Rightarrow \boxed{\varepsilon=\alpha}$

---

(22) Hecho. Página (3)

(23) En la figura se cumple que $\alpha+\beta=\varepsilon$ y $\alpha=2\beta$ entonces los ángulos $\alpha, \beta, \varepsilon$ miden respectivamente

(a) 90, 60, 30. (b) 60, 30, 90 (c) 45, 45, 90

(d) 120, 60, 180. Es una propiedad, no hay ningún esfuerzo para hacer.

(24) Hecho. Página (3)

(25) Hecho. Página (5) Revisar

(26) En el polígono ABCDE, $A = x + 45°$; $B = 2x - 40°$; 147
$C = 3x - 70°$; $D = 2x + 25°$; $E = x + 85°$. Cuál es la medida de cada ángulo interior.

Suma de ángulos interiores

Para un polígono de n lados es $180° \times (n-2)$

Entonces $A + B + C + D + E = 540$

$$(x+45°) + (2x-40°) + (3x-70) + (2x+25°) + (x+85) = 540$$

$$9x + 45° = 540° \Rightarrow 9x = 495 \Rightarrow \boxed{x = 55}$$

$$\begin{cases} A = 100° \\ B = 70° \\ C = 95° \\ D = 135° \\ E = 140 \end{cases}$$

(27) ¿Es posible dibujar un ~~[illegible]~~ polígono regular de 7 lados con un ángulo exterior de 152°?

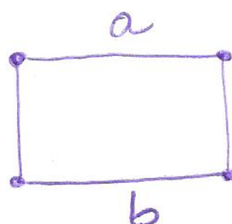
Ángulo exterior de un polígono: $\frac{360}{n}$ donde n es el número de lados

No, no es posible ya que $\frac{360}{7} \neq 152°$

Cuadriláteros planos. Clasificación. Propiedades. Construcción.

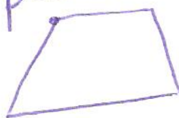
(28) Resuelto en página (9)

ⓐ Dibujá un cuadrilátero que tenga un par de lados opuestos sobre los segmentos a y b y otro par de lados que sean paralelos entre sí y corten a los segmentos a y b.



ⓑ es posible dibujar más de un cuadrilátero?

Sí, se puede dibujar trapecios (no paralelogramos) pero no trapezoides

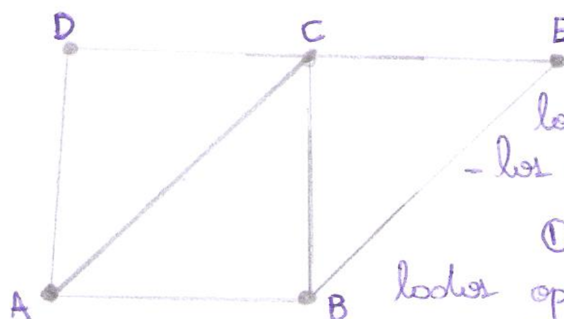


---

(29) Se sabe que ABCD es un cuadrado y que BCE es un triángulo rectángulo isósceles. Decidir si es cierto q el cuadrilátero CEBA es un paralelogramo.

Hecho en página (11)

Que ~~tien~~ prop tiene que tener un cuadrilátero para que ~~sea~~ un paralelogramo?



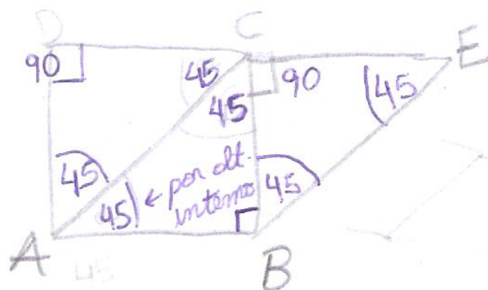
Los paralelogramos son cuadriláteros con los lados opuestos paralelos que cumple:

① Tienen iguales sus lados opuestos.

② Tienen iguales sus ángulos opuestos ③ Dos ángulos consecutivos son suplementarios.

29

149



$45+\beta=90 \Rightarrow \beta=90-45 \Rightarrow \boxed{\beta=45}$

Si ΔBCE es un triángulo rectángulo isósceles entonces se cumple que 90° mide ~~uno~~ de los ángulos y 45° los otros dos.

ΔBCE ≅ ΔADC

ПОДЭРКОВ = regalos

ШОН

ПЛЕЧИКИ

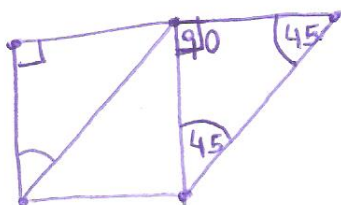
Я ТЕБЯ ЛЮБЛЮ

СЕКРЕТ

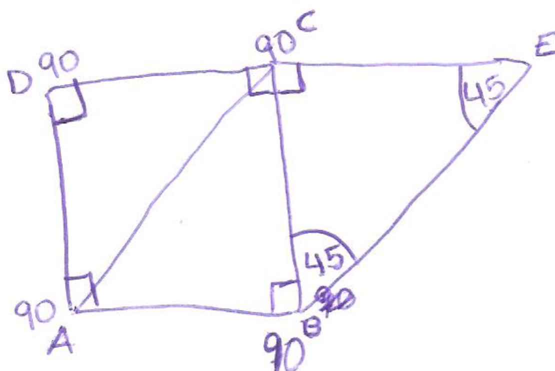
ПРОЖИВЭЕШЬ
tu vives

ЕСЛИ = si

УСПЕХОВ ТЕБЕ







∢90° y dos ∢45°

РЕБЯУ ШКИ

El triángulo BCE es congruente con el Δ ACB ya que comparten un lado, un ángulo recto y el segmento $\overline{AC}$ es igual a $\overline{BE}$

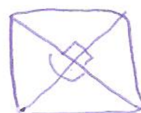
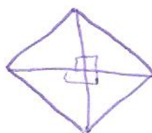
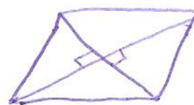
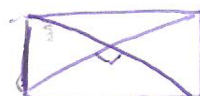
No sé

Preguntar

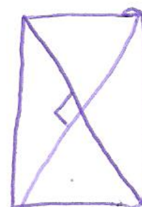
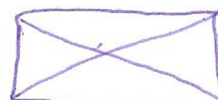
(30) Son ciertos los siguientes afirmaciones?

a) Si un paralelogramo tiene dos de sus diagonales igua-
-les seguro es cuadrado. falso

b) Si un paralelogramo tiene dos diagonales que forman ángulos rectos, seguro que es un rombo. falso

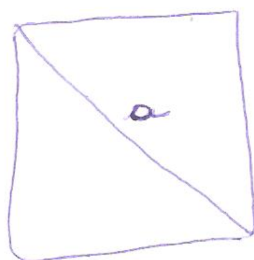





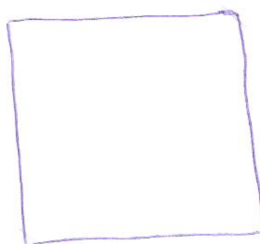
Todos forman ángulos rectos

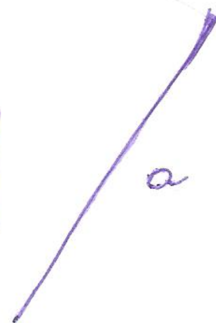



Todos las diagonales son perp. entre si

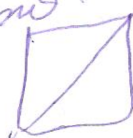
31. El segmento a es la diagonal de un cuadrado se puede construir usando regla no graduada y compás? Es posible construir más de uno?



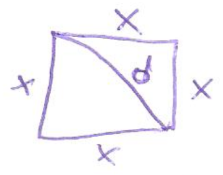


Sí, se puede no se como




No, no se puede construir más de uno.

(31) Supongo que la diagonal de un □ mide d, vamos a determinar, mediante ~~de los lados~~ ~~aplica~~ aplicación del Teorema de Pitágoras, la medida de los lados del cuadrado, con ese fin, denominamos con la incógnita x a la longitud de los lados del cuadrado



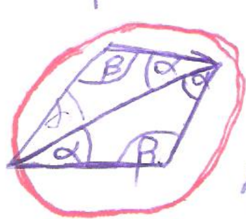
Habida cuenta que los ángulos internos de todo cuadrado son rectos, resulta ser rectángulo el Δ de lados x (catetos) e y (hipotenusa). Por el Teorema de Pitágoras:

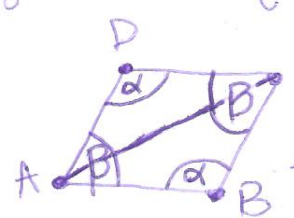
$$2x^2 = d^2 \Rightarrow x^2 = \frac{d^2}{2} \Rightarrow \boxed{x = \frac{d}{\sqrt{2}}}$$

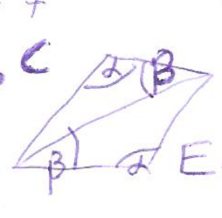
Solo existe $\underline{1}$ Δ.

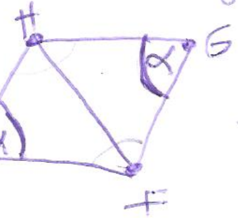
---

(32) En el paralelogramo ABCD se indica la diagonal AC y ~~el~~ en el paralelogramo EFGH se indica la diagonal HF. Analizar si es verdad la siguiente proposición: "en estos paralelogramos cada diagonal lo divide en dos triángulos congruentes" ¿qué argumentos aseguran la ~~respuesta~~ respuesta?

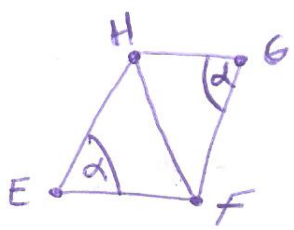








180(n-2)



$\left\{\begin{array}{l}\Delta ADC \\ \Delta ABC\end{array}\right.$ son congruentes porque comparten un lado $\overline{AC}$ y como ABCD es un paralelogramo, se cumple q. $\hat{D} = \hat{B}$

y $\hat{E} = \hat{G}$

(33) Se puede estar seguro que si un paralelogramo tiene sus ángulos opuestos iguales se trata de un rectángulo?

No, todos los paralelogramos cumplen que sus ángulos opuestos son iguales.



(34) La siguiente figura es un rombo ABCD que fue construido a partir de dos triángulos equiláteros congruentes, se trazaron las mediatrices de los lados BC y AD. ¿Es cierto que el cuadrilátero AEBF es un rectángulo?

cuidaré = поухаживаю

bitz estar после = = быть = después

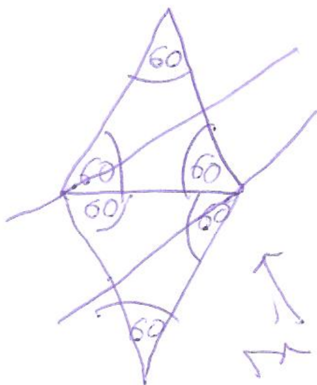
за = del

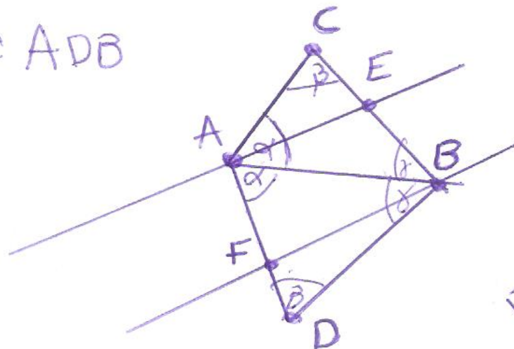
осмотрит = examinará

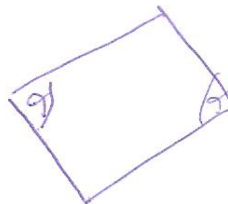
верно = confiar

в = en

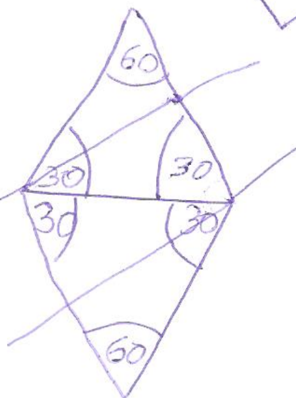
ACB ≅ ADB

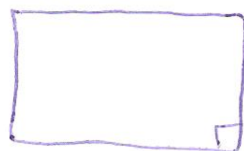




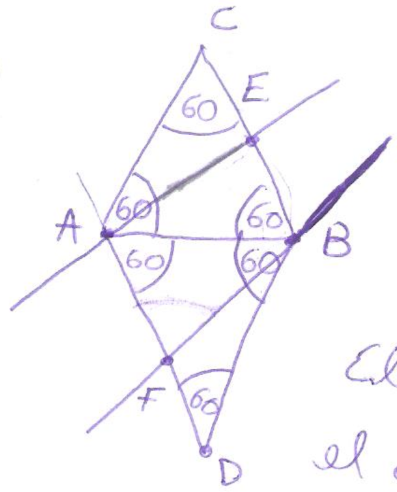








(34)



El segmento

$\overline{EB} = \overline{AF}$ y el seg.

$\overline{AE} = \overline{FB}$. porque $\overset{\Delta}{ACB}$ y $\overset{\Delta}{ABD}$ son equilateros congruentes

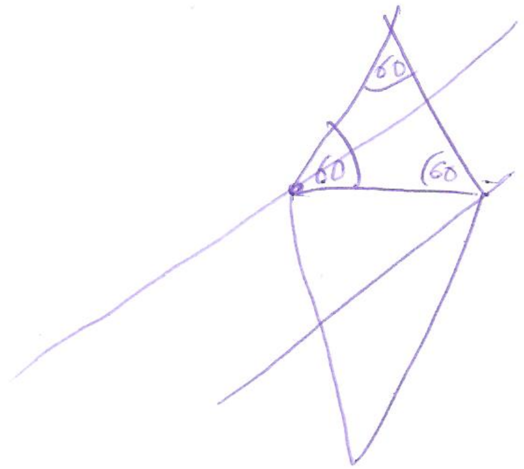
El segmento $\overline{AE}$ corta el angulo a la mitad formando asi un angulo de 90 grados. (60 + 30)

$\measuredangle FAE = 90$

~~[illegible]~~

Si, es cierto. E es el pto medio de CB y F es el pto. medio de AD.

AE // FB. y como ambos son triangulos equilateros congruentes entonces ABCD es un cuadrado.



ПОКазала = presentando / mostrar

СВОЮ = su

svoiu

МУЖИКам = hombre

ВОТ = acá

Женщинь

Трусики = bragas

остоЧертело[2] = harto

Пещерка = cueva

МОЖNО = podemos

ПЖ = plis

Продолжение = continuar

Название = nombre

ХИВОТ estomago

[illegible]

Trabajo Práctico I T.P. 1

① Cuantas rectas pasan por tres puntos no alineados M, N y P y tomándolos de dos a dos?







Si tomamos de dos a dos sólo hay una recta que pasa por dos ~~punto~~ puntos.

② Indica verdadero o falso. Justifica lo en el caso que sea necesario.

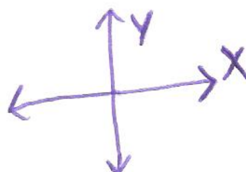
a) Dos puntos pertenecen a una recta. Verdadero

b) Tres puntos determinan a un mismo plano. Verdadero, ya que sólo hay 1 plano que los contiene y es paralelo a la recta q los une.

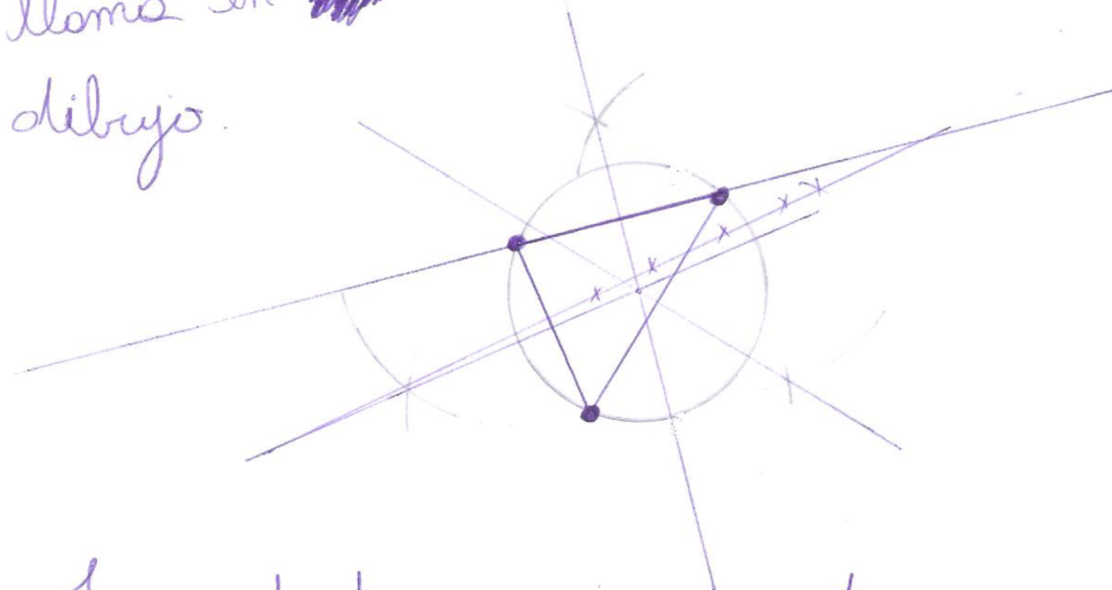
ⓒ Una recta tiene dos sentidos. falso

ⓓ Por un pto. pasan infinitas rectas. Verdadero

ⓔ Dos rectas perp. determinan un plano. Verdadero



③ Tres amigos que viven en Posadas El Dorado y Oberá deciden quedar en un punto que esté a la misma distancia [redacted] de sus casas. ¿Cómo calcular el lugar de la cita? ¿Como se llama en [redacted] matemáticas ese punto? Haz el dibujo.



La mediatriz es una recta perp. a un lado del triángulo, que pasa por el punto medio de dicho lado. Todo triángulo tiene 3 mediatrices una relativa a cada lado y que estas se inter-ceptan en un punto denominado circuncentro.

El circuncentro de un Δ es el punto de corte de las 3 mediatrices. Está a la misma distan-cia de todos los vértices.

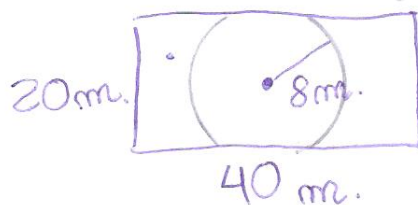
ГАДАНИЕ = adivinanza

РАЗ = una vez

СКОЛКО = cuantos

УВИДЕЛ = visto

④ Si en un terreno rectangular de 20m por 40m se ata un perro a un poste con una soga de 8 m de largo, ¿cuál es la zona del terreno por la que el perro puede corretear? ¿Existe una única respuesta?

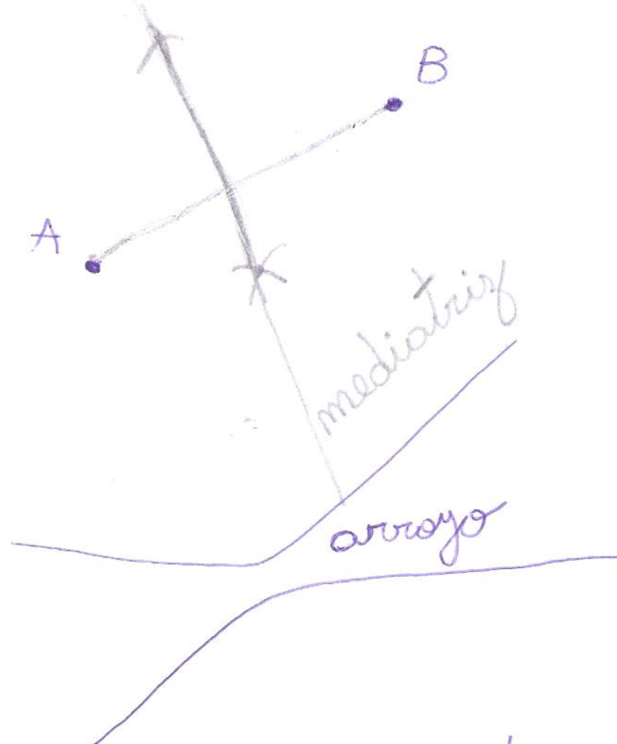


Si fue atado en el centro del terreno rectangular entonces podrá recorrer el área de la circunferencia de radio 8 m. Área de una circunferencia: πr^2

Entonces podrá recorretear $\pi . 8^2 =$ 201,06 metros

No existe una única respuesta ya que si es atado más cerca de los limites del terreno tendrá menos terreno para corretear.

⑤ Dos ardillas situadas en los puntos A y B corren en línea recta para el lado del arroyo, y en un determinado momento se encuentran. Si salen en el mismo instante y van a la misma velocidad (significa q recorren igual distancia en igual tiempo). ¿Donde tendrían que estar los lugares donde las ardillas se encuentran? ¿Por qué? Escriban la respuesta y realicen el dibujo correspondiente en el siguiente esquema:

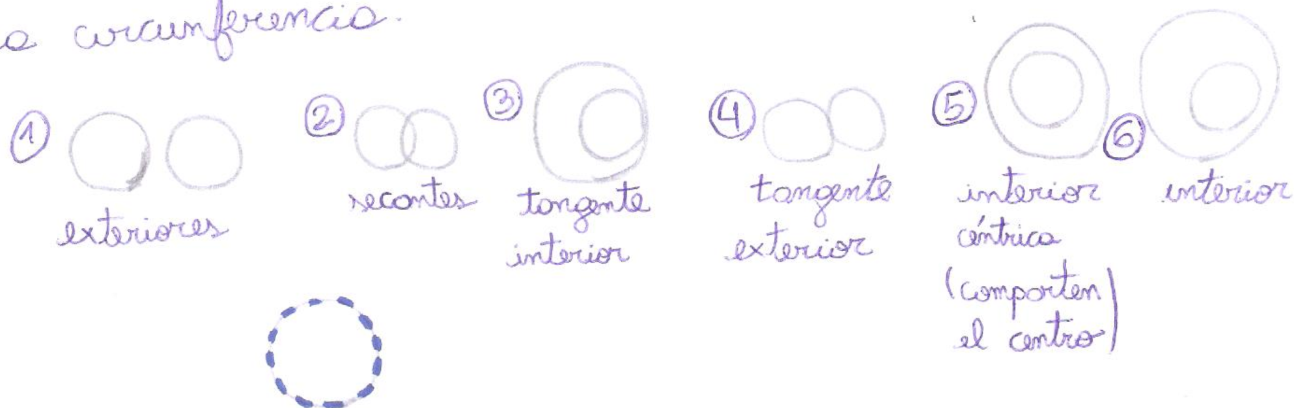


La mediatriz del segmento que une los puntos A y B es el lugar en donde se encontrarán. Esto se debe a que cada ardilla recorrerá la mitad de la distancia total hacia el punto medio.

⑥ Graficar con los elementos correspondientes. Cuáles son las posiciones relativas de una circunferencia. Otra circunferencia.

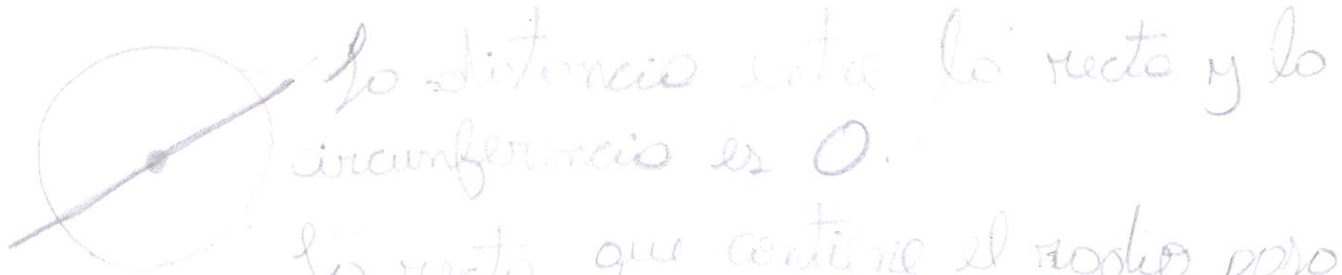


Otra circunferencia.



b) Teniendo en cuenta el ítem anterior, esta-blece cuál es la relación existente entre: 158.

La distancia entre la circunferencia y la recta con el radio de la circunferencia.



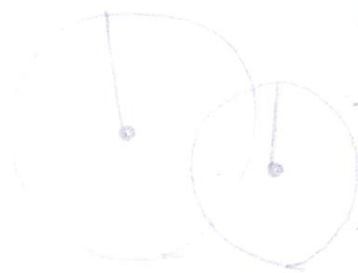
La distancia entre la recta y la circunferencia es 0.
La recta que contiene el radio pasa por el centro de la circunferencia.
La recta que contiene al radio es secante a la circunferencia.
La circunferencia contiene parcialmente a la recta.

La distancia entre la circunferencia y la recta q. contiene el radio de la circ. es la distancia entre cualquier punto de la circunferencia y el centro del círculo.

- Si $d(C,r)=r$ → tangente
- Si $d(C,r)<r$ → secante
- Si $d(C,r)>r$ → exteriores

La dist. entre la circ. y la recta es igual al valor abso-luto de la diferencia entre el radio de la circ. y la dist. mínima entre la circunferencia y la recta, entonces la dist. entre la circunferencia y la recta es $|r-d|$.
?
Si llamamos "r" al radio y "d" a la distancia ~~entre los centros~~ mínima entre la circ. y la recta, entonces

La distancia entre las circunferencias y los radios de las mismas.

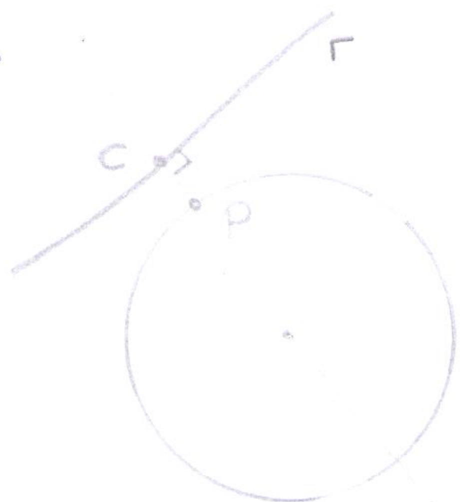


La dist. entre la circunferencia y el radio es la misma.

La distancia es la suma de los radios en el caso de ser tangente ⊛

Distancia entre una recta r a una circunferencia

Queda determinada por la longitud del segmento PC obtenido al trazar desde el centro de la circ., la perp. a la recta r considerada.

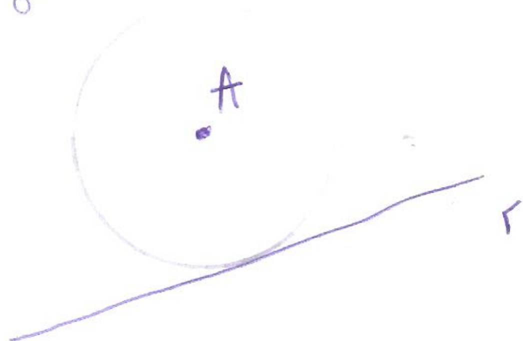


Как = como
Сделать = hacer

⊛ La dist. entre las circunferencias es igual al valor absoluto de la diferencia entre el radio de la circunferencia y la distancia mínima entre la circunferencia y la recta. Es decir, si llamamos "r" al radio de la circ. y "d" a la dist. mínima entre la circunferencia y la recta, entonces la dist. entre la circunferencia y la recta es |r - d|.

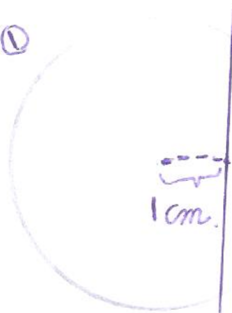


(7) Dada una recta r y un punto A exterior, traza la circunferencia con centro en el punto A, que es tangente a la recta r. ¿Qué radio tiene?



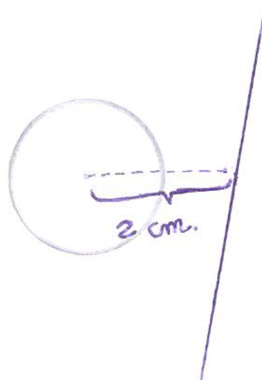
El radio de la circ. con centro A es igual a la distancia entre la recta r y la recta perpen-dicular a r que pasa por el punto A.

(6) (c) (1) si $d = 1$ y $r = 2$ cm



(2) si $d = 2$ cm. y $r = 1$ cm.

(2)



ia vernulas
Я ВЕРНУЛАСЬ = estar de vuelta

pochemu ia ushla
ПОЧЕМУ Я УШЛА? = porq. me fui

kakie plani na kanal
КАКИЕ ПЛАНЫ НА КАНАЛ? = cuales son mis planes para el canal?

ia razuchilas
Я РАЗУЧИЛАСЬ = se olvidó me

gobarius
ГОВОРИТЬ = hablar

ИЗ = las

СОЦСЕТЕЙ = redes sociales

shuchu
ШУЧУ = estoy jodiendo

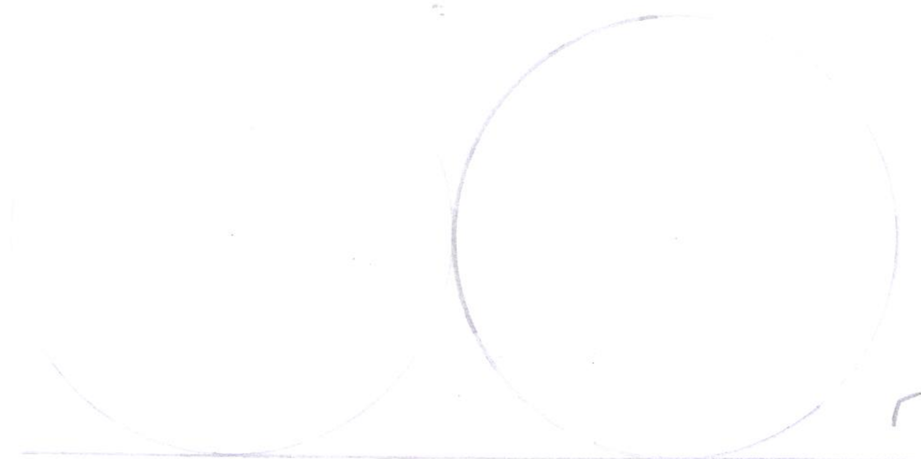
skazats
СКАЗАТЬ = decirte

slova
СЛОВО = palabras

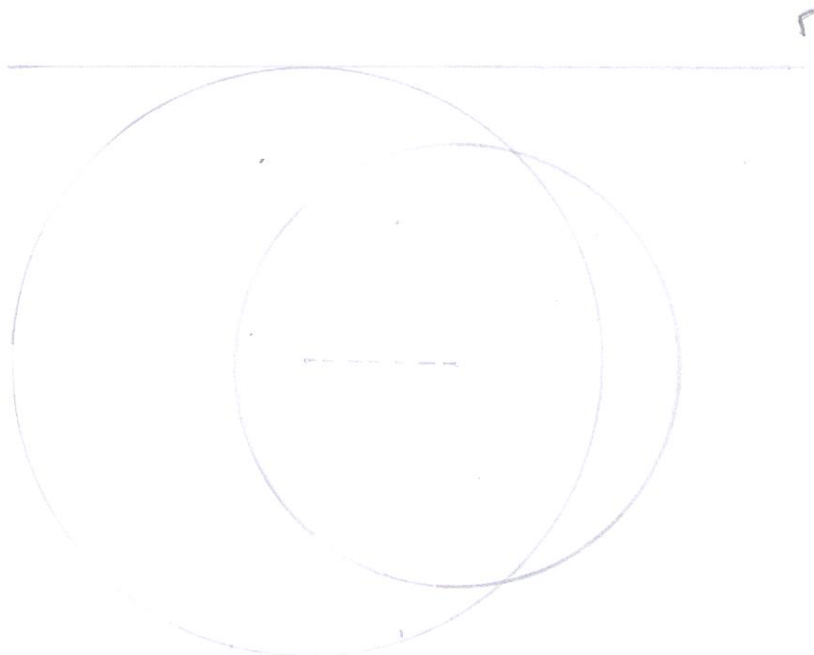
litso
ЛИЦО = cara

③ Si $d = 3$ cm. y $r_1 = 3$ cm. $r_2 = 3$ cm. y $m = 6$ cm. **161.**

d distancia entre la circ. C y la recta l, m a la dist. entre las circunferencias y r al radio de la circunferencia.



4. Si $r_1 = 4$ cm., $r_2 = 3$ cm., $m = 2$ cm. y $d = 4$ cm. con respecto a C_1.



⑦ Resuelto anteriormente.

ПОУХАЖИВАЮ = cuidar

Я ЗВОНЮ ТЕБЕ = te estoy llamando

ЛУЧШАЯ = mejor (femenino)

ЛУЧШИИ = masculino (mejor)

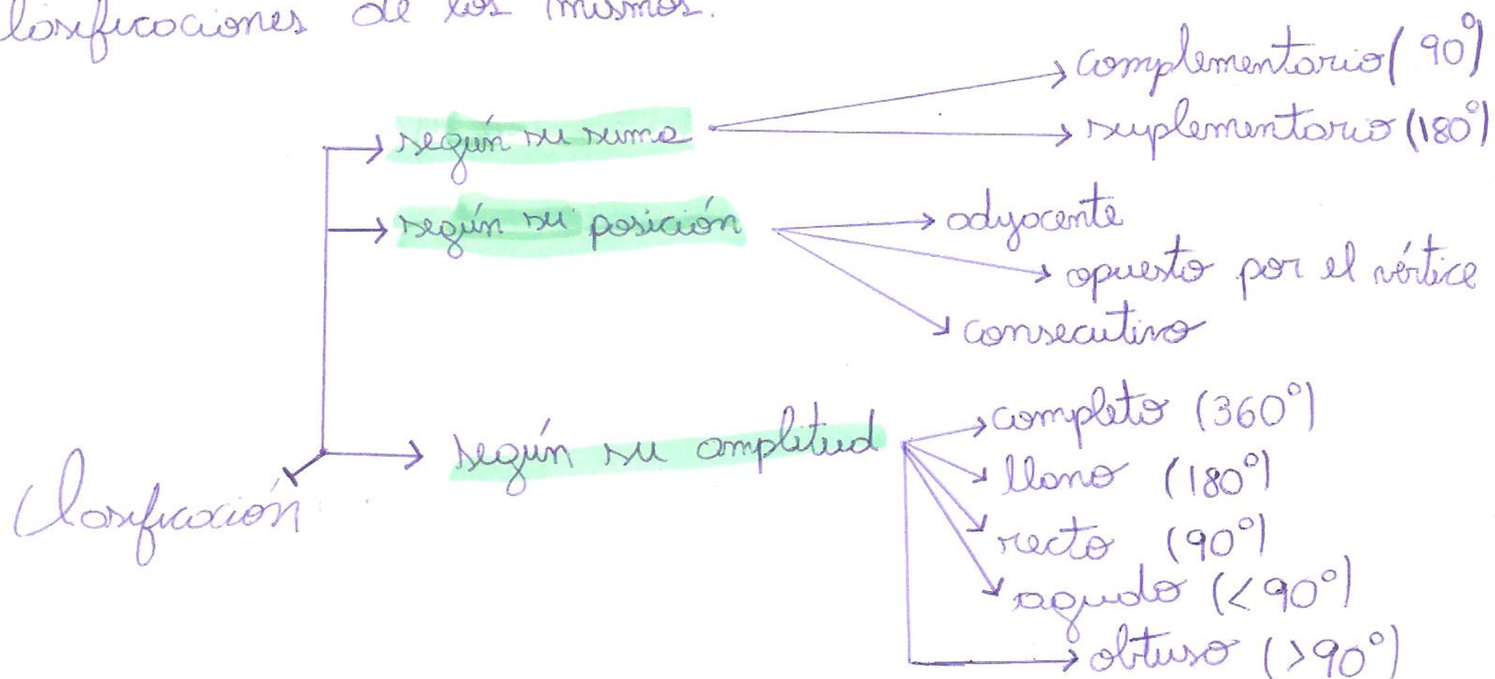
Ángulos

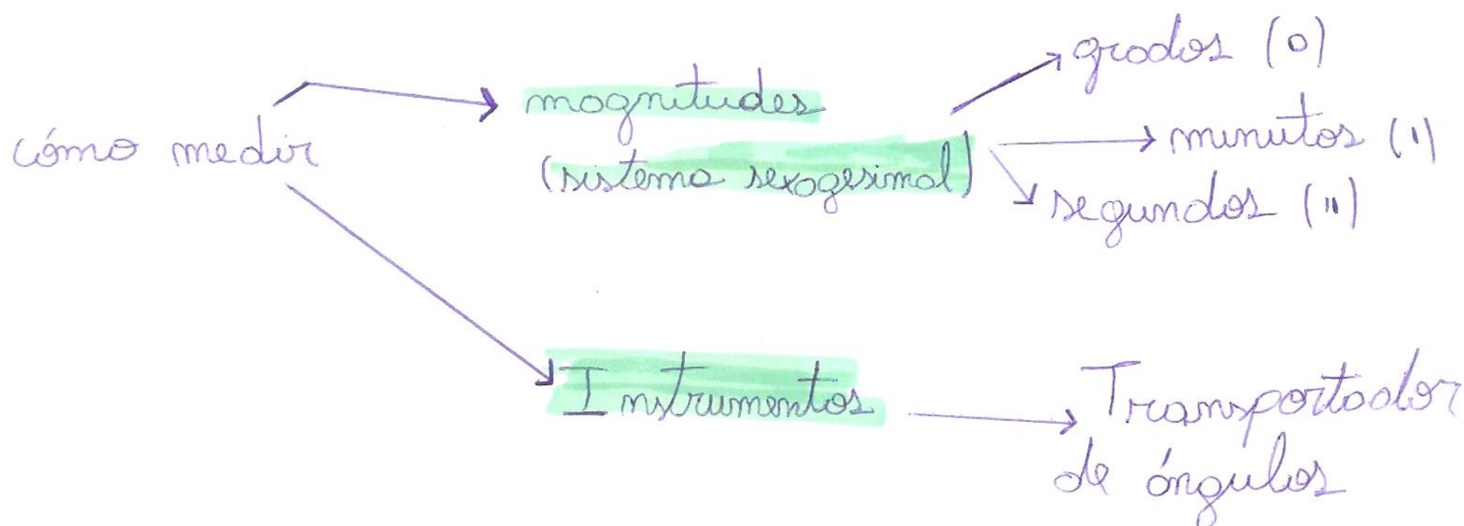
⑧ Recabando información:

ⓐ Definición de ángulo: parte del plano comprendido entre dos semirectas que tienen el mismo punto de origen o vértical.

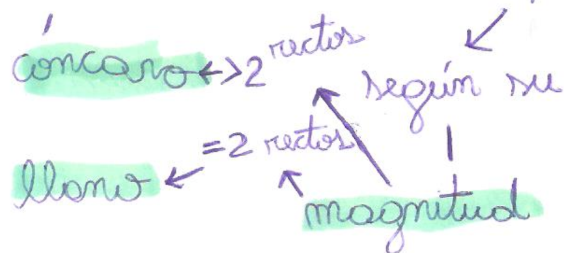
Es la figura formada por dos semirectas, llamadas lados, que comparten un punto final llámado vértice.

ⓑ Realiza una red conceptual que muestre las distintas clasificaciones de los mismos.





Tipos de ángulos

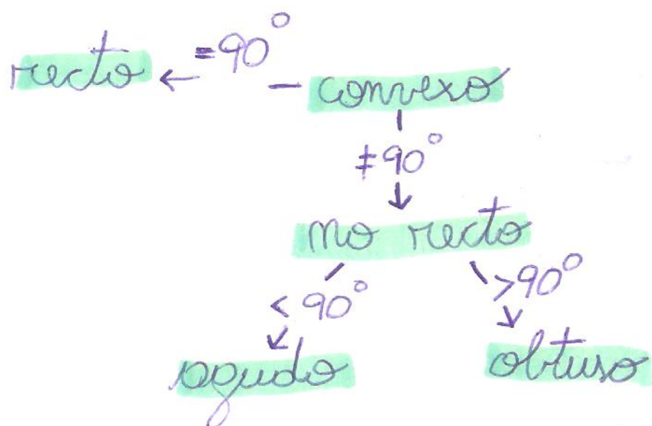


según su ubicación en una

circunferencia

su vértice está

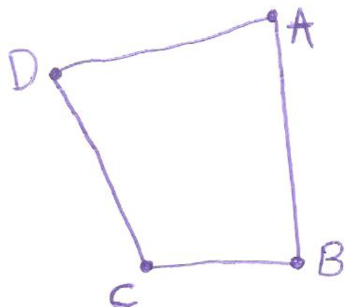
- dentro
  - y se le llama
  - ángulo interior
  - un caso particular es el
  - ángulo central
  - en el cual
  - el vértice es el centro y sus lados son radios
- sobre
  - puede ser
  - inscripto
    - si
    - sus lados son cuerdas
  - semi-inscripto
    - si
    - sus lados son cuerda y tangente
- afuera
  - y se le llama
  - ángulo exterior
  - si
  - sus lados son dos secantes o secante y tangente



Ángulos → se clasifican en

- por su medida → agudo, obtuso, recto, llano, completo
- por su posición → consecutivo, adyacente, op. por el vértice, entre paralelos
- por su suma → complementario, suplementario

9. Dado la siguiente figura:



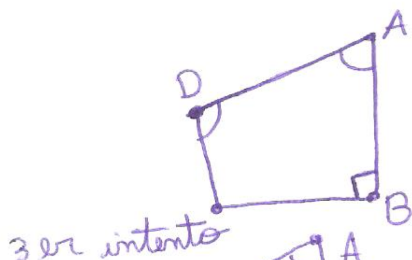
a. Clasificar los ángulos según su amplitud.

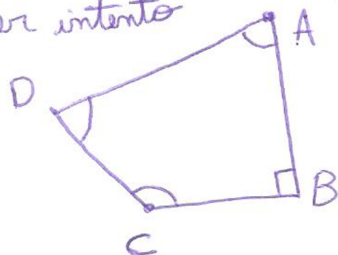
∡A es agudo

∡B es recto

∡C es obtuso

∡D es [illegible] agudo

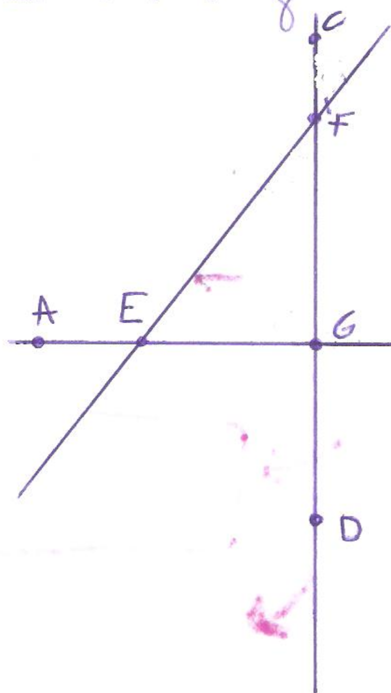




(b) Cuál es el valor de la suma de todos los ángulos?

Es un trapezoide es decir no posee lados paralelos. La suma de los ángulos interiores de un trapezoide es igual a 360°.

(10) En el siguiente gráfico indicar lo solicitado:



a. Un ángulo recto:
∡FGB

b. Un ángulo agudo: ∡EFG

c. Un ángulo llano: ∡EGD

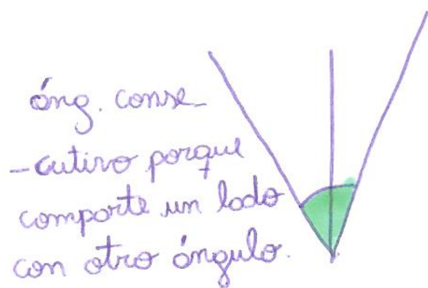
d. Un par de ángulos op. por el vértice: ∡EGF y ∡BGD.

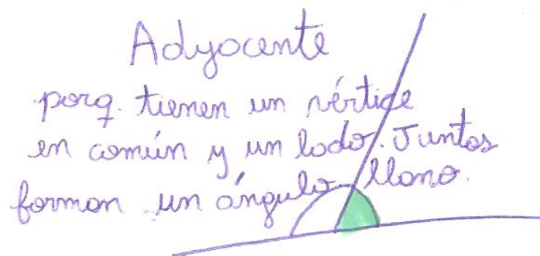
e. Un par de ángulos suplementarios: ∡AEF y ∡GEF

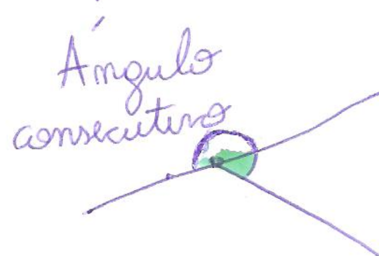
f. Un par de ángulos consecutivos: ∡BGF y ∡EGF

(son consecutivos si uno está al lado del otro)

(11) Los siguientes pares de ángulos, ¿son adyacentes? ¿son consecutivos? Justifica tu respuesta.



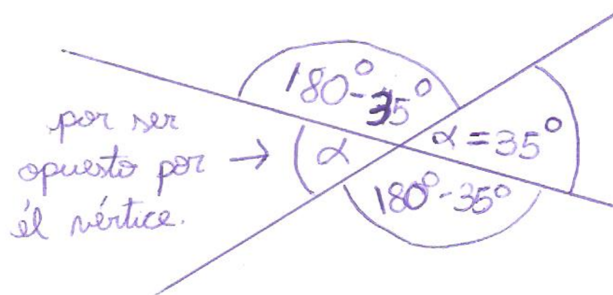




Ángulo Adyacente: tienen el vértice y un lado en común y juntos equivalen a un ángulo llano.

Todos los ángulos adyacentes son ángulos consecutivos.

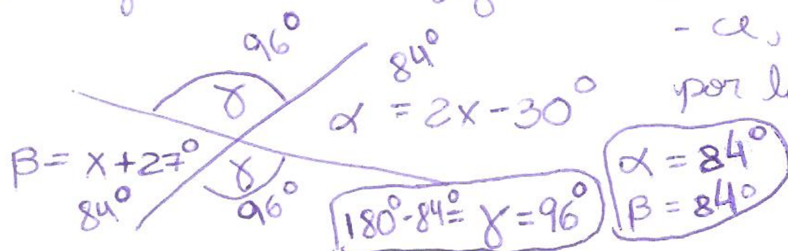
(12) Se sabe que el ángulo $\alpha = 35°$, calcula la medida de los ángulos restantes. Justifica las mismas.



Si uno de los ángulos mide 35° entonces el ángulo opuesto mide 35 por ser ángulo opuesto por el vértice. Los otros dos ángulos adyacentes son suplementarios. Entonces la suma de los dos ángulos adyacentes es 180.

$180° - 35° = \boxed{145°}$

(13) Con los datos brindados, calculá el valor de todos los ángulos de la figura.

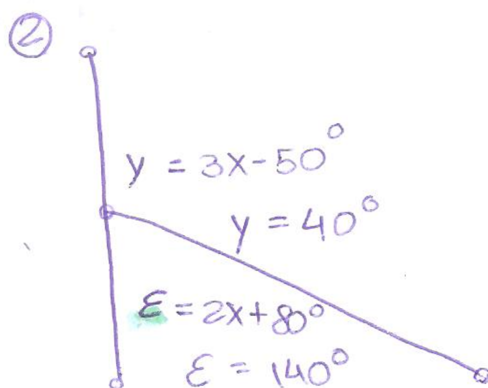


Al ser ángulos op. por el vértice, se cumple q. son iguales por lo tanto: $2x - 30 = x + 27°$

$\Rightarrow \boxed{x = 57} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ [redacted]

②



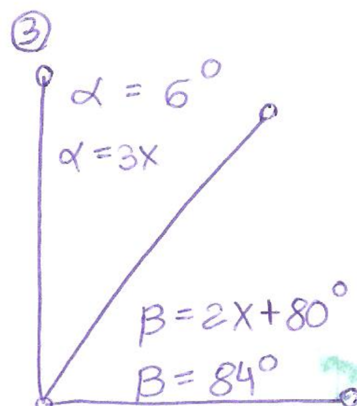
Por ser ángulos adyacentes se cumple que: $3X-50° + 2X + 80° = 180°$

$$5X + 30 = 180°$$

$$\boxed{X = 30}$$

$$\begin{cases} \varepsilon = 140° \\ y = 40° \end{cases}$$

③



$$3X + 2X + 80° = 90°$$

$$\Rightarrow 5X + 80° = 90°$$

$$\Rightarrow 5X = 10°$$

$$\boxed{X = 2°}$$

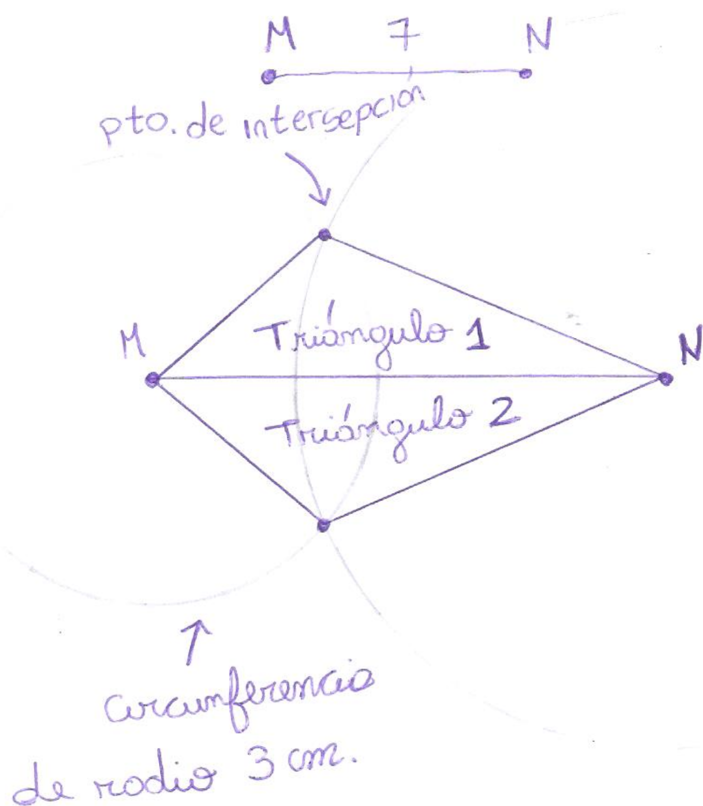
$$\begin{cases} \beta = 84° \\ \alpha = 6° \end{cases}$$

Triángulos

⑭ Realiza un cuadro sinóptico diagrama o red con la clasificación de los triángulos según sus lados y sus ángulos.

Clasificación
- lados
  - isósceles → tienen 2 lados iguales.
  - equilátero → tienen 3 lados iguales
  - escaleno → tienen 3 lados desiguales
- ángulos
  - acutángulo → 3 ángulos agudos
  - rectángulo → alguno de ellos recto
  - obtusángulo → si tienen un angulo obtuso

15. Los puntos M y N están a 7 cm. y son los vértices de un triángulo. Halla un punto H que este a 3 cm. de M y a 5 cm. de N a la vez. Dibuja el triángulo.

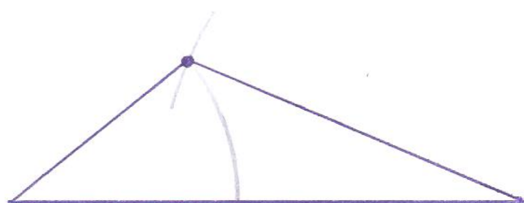


$7^2 =$

$3^2 + 5^2 = h^2$

$34 = h^2 \Rightarrow h = \sqrt{34}$

← circunferencia de radio 5 cm.



---

(16) Responder justificando: Será verdad que:

a) Todos los triángulos equiláteros son isósceles.

Sí porque un Δ es isósceles cuando posee dos lados iguales y dos ángulos iguales y el equilátero posee 3 por lo tanto ⊛

DEFINICIÓN

Los Δ isósceles tienen dos ángulos iguales y uno diferente. Esto hace que tengan dos lados iguales y uno diferente también. El lado que es distinto es precisamente el que está entre los ángulos iguales.

⊛ también es isósceles. Sí, Todo triángulo equilátero es un caso especial de los Δ isósceles, por presentar un 3er lado de igual medida que los otros dos.

(b) Algunos triángulos pueden tener un ángulo obtuso y uno recto?

No, la suma de los ángulos interiores de un △ debe dar 180° si un ángulo es recto (90°) entonces los otros dos ángulos tendrán que sumar 180-90° = 90°, por lo tanto no es posible que haya un ángulo de 90° y otro de >90°.

(c) Ningún triángulo puede ser isósceles y rectángulo?

falso. Existe un △ llamado triángulo rectángulo isósceles en donde dos de sus ángulos miden 45° y el otro mide 90° y los dos catetos son de la misma longitud

(d) Los ángulos de cualq. △ equilátero siempre son iguales? Sí, es una propiedad de todo △ equilátero.

(17) Contesta justificando:

(a) Cuántos ángulos obtusos puede tener un △? ¿Por qué? Sólo 1 ángulo porque la suma de los ángulos interiores de un triángulo debe sumar 180. Si tuviéramos dos ángulos mayores a 90 la suma de los 3 angulos sería mayor a 180°.

(b) Un △ puede ser obtusángulo y rectángulo a la vez? Por qué? No, porque la suma de los ángulos interiores de un △ debe ser 180° y si un ángulo mide >90° la suma de los otros dos △ deben ser <90°, por lo tanto no puede ser obtusángulo y rectángulo a la vez.

(c) Puede un triángulo tener dos angulos rectos? Por qué?

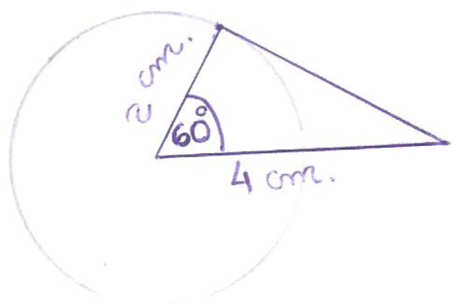
No, por la misma razón explicada anteriormente la suma de sus ángulos internos deben dar 180°, no se puede tener dos ángulos de 90° porque sumarían 180 y el 3er angulo tendría que valer 0°, lo cuál no es válido.

(d) Un triángulo puede ser rectángulo e isósceles?

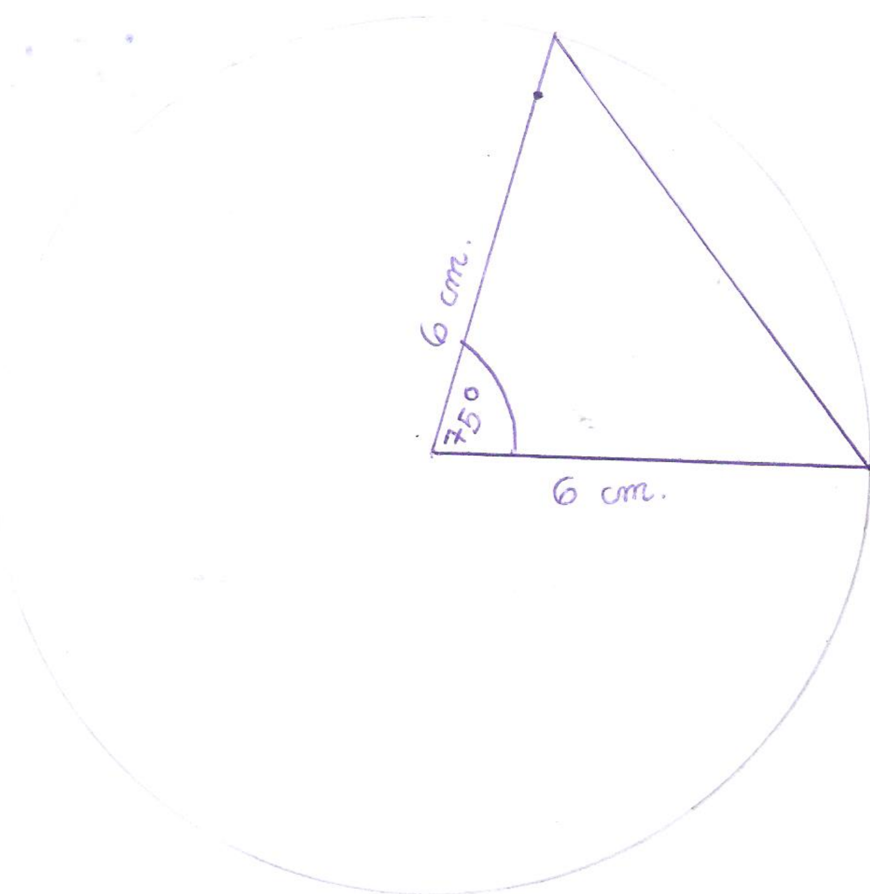
Sí, el triángulo isósceles↔rectángulo posee dos catetos de la misma longitud, y los ángulos interiores son de 45°-45°-90°.

(18) Construye un triángulo, sabiendo que:

(a) dos lados miden 4 cm y 2 cm. y el ángulo comprendido entre ellos es de 60°.



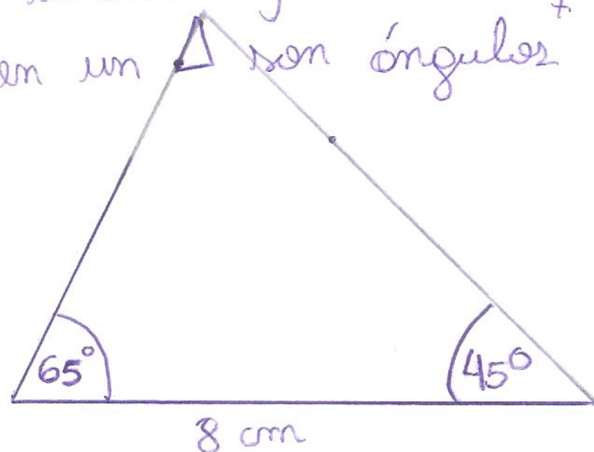
(b) dos lados miden 6 cm. y el ángulo comprendido entre ellos es de 75°.



ⓒ un lado mide 8 cm. y los ángulos adyacentes a él son de 45° y 65°.

Angulo adyacente: son aquellos ángulos que tienen el vertice y un lado en común y juntos equivalen a un angulo llano (180°)

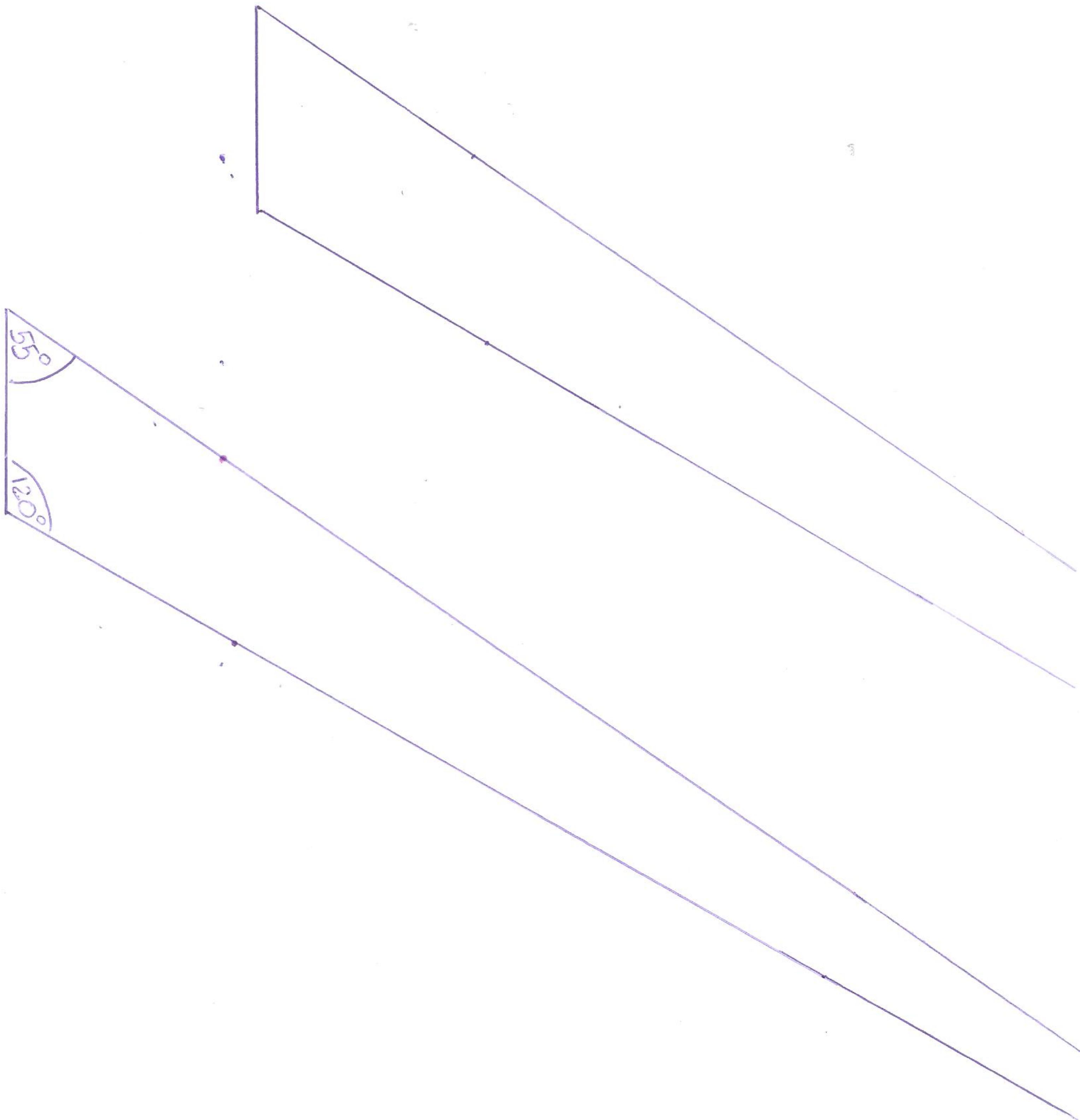
El ángulo interior y exterior que comparten el mismo vértice en un △ son ángulos adyacentes.



el lado de 8cm., es el lado común a los ángulos 45° y 65°

171.

ⓓ un lado mide 4 cm. y los ángulos adyacentes a él son de 120° y 55°.



(18) (d) Un lado mide 4 cm. y los ángulos adyacentes a él son de 120° y 55°.

5°

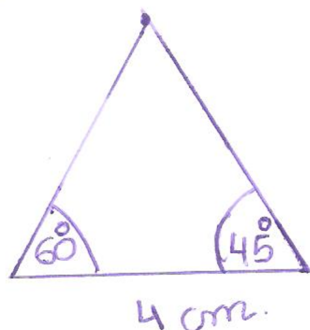


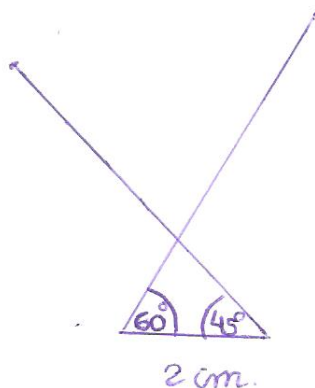
4 cm.

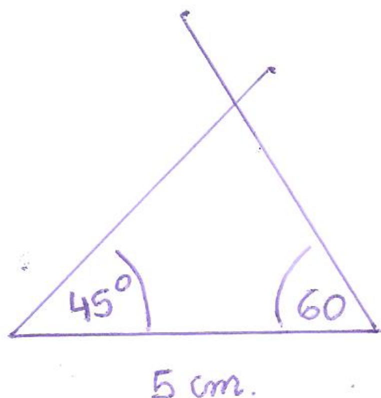
(19) Dados dos ángulos de 45° y 60° se puede construir dos ángulo distintos? ¿Cuántos se pueden construir?

~~No ya que la suma de las dos 180° no podes construir más de 1 [illegible] triángu- -lo de [illegible] medida 45°~~

Sí, se pueden construir infinitos triángulos porque puedo variar la longitud de un lado.







Puedo tomar cualq. número real y hacer un triángulo diferente.

(20) Calcular el valor de los ángulos de los siguientes Δ. Graficar con las medidas halladas.

ⓐ $\alpha = 3x + 20^\circ$

$\gamma = 3x + 10^\circ$

$\beta = 40^\circ$

$3x + 20 + 3x + 10^\circ + 40^\circ = 180^\circ$

$6x + 70^\circ = 180^\circ$

$x = \frac{110^\circ}{6}$

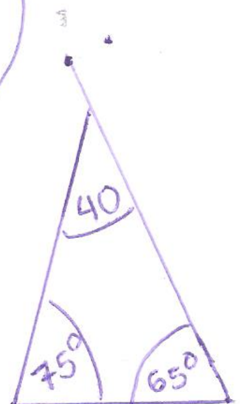
$x = 18{,}33$

~~$\alpha = 80$~~

$\alpha = 75^\circ$

$\gamma = 65^\circ$

$\beta = 40^\circ$



b) $\pi = 5x - 10$

$\alpha = 2x + 16$

$\beta = 90^\circ$

$\underbrace{5x - 10}_{\pi} + \underbrace{2x + 16}_{\alpha} + \underbrace{90}_{\beta} = 180^\circ$

$7x + 6^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$7x + 96^\circ = 180^\circ$

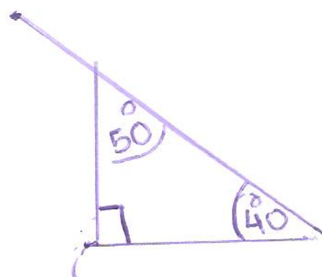
$7x = 84^\circ$

$x = \frac{84^\circ}{7}$

$\pi = 50^\circ$

$\alpha = 40^\circ$

$\beta = 90^\circ$



(21) Responder justificando

¿Es verdad que se puede...?

a) hacer un Δ cuyos lados midan 10 cm, 3 y 4?
sí, es posible este Δ se llama triángulo escaleno.

b) hacer un Δ cuyos lados midan 5, 6 y 9 cm?
Sí, porque $5+6>9$; $6+9>5$ y $5+9>6$.
es decir cumple la desigualdad triangular.

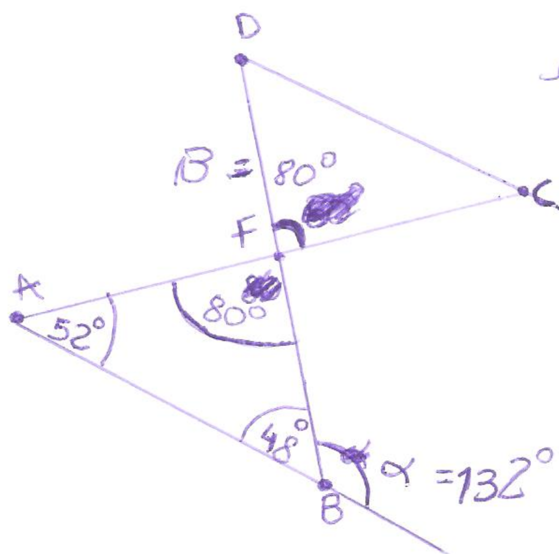
c) construir un único Δ sabiendo que un lado mide 3 cm y el otro 5 cm? NO es posible para poder construir un triángulo único es necesario conocer la medida de al menos un lado más o un ángulo.

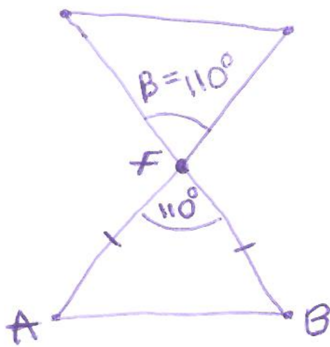
(22) Hallar los valores de los ángulos del triángulo. AFB.

suma de los áng. int. de un Δ es 180°.

En todo triángulo cada ángulo exterior es igual a la suma de los int. no adyacentes a él.

$52^\circ + 80^\circ = 132^\circ$



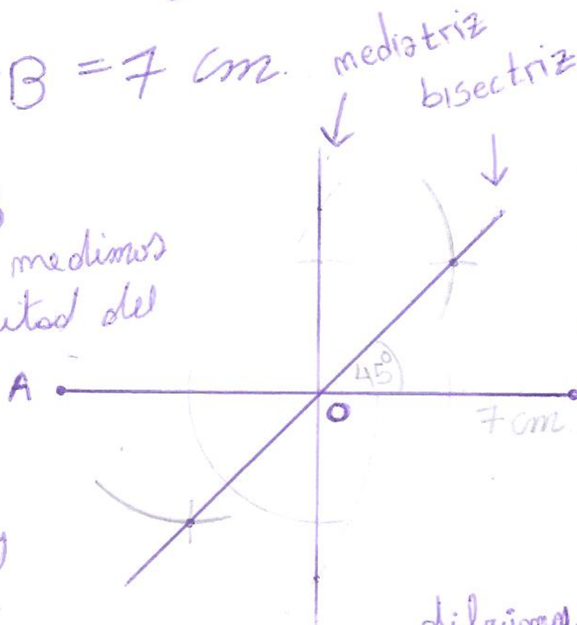


Como $\overline{AF} = \overline{BF}$ entonces sus ángulos tienen que ser iguales.
es decir ∡FAB y ∡ABF tienen que valer $\frac{180^\circ - 110^\circ}{2}$

Curvas

(23) Con regla y compas trazar las mediatrices o bisectrices según corresponda:

(a) AB = 7 cm.



Mediatriz

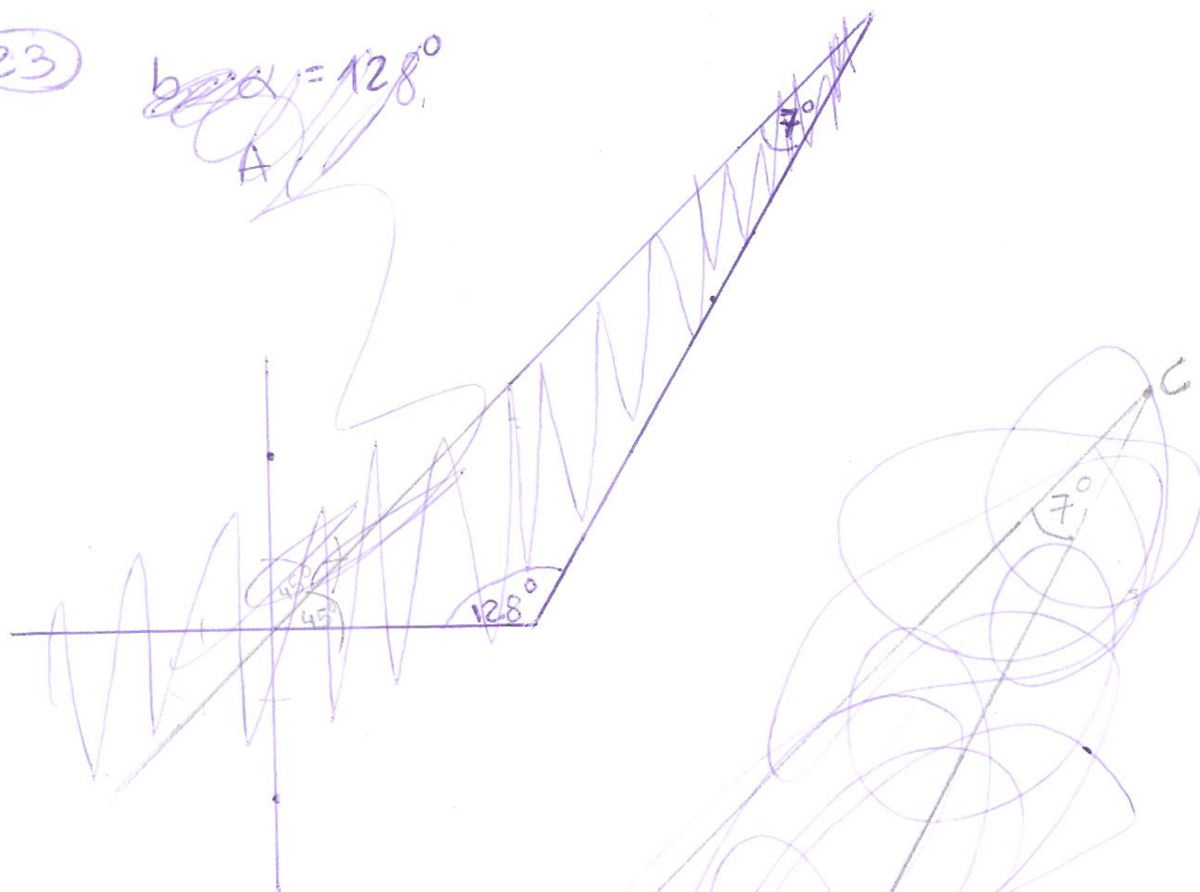
con el compás medimos mas de la mitad del segmento.

Trazamos un arco arriba y abajo, luego unimos ambos puntos.

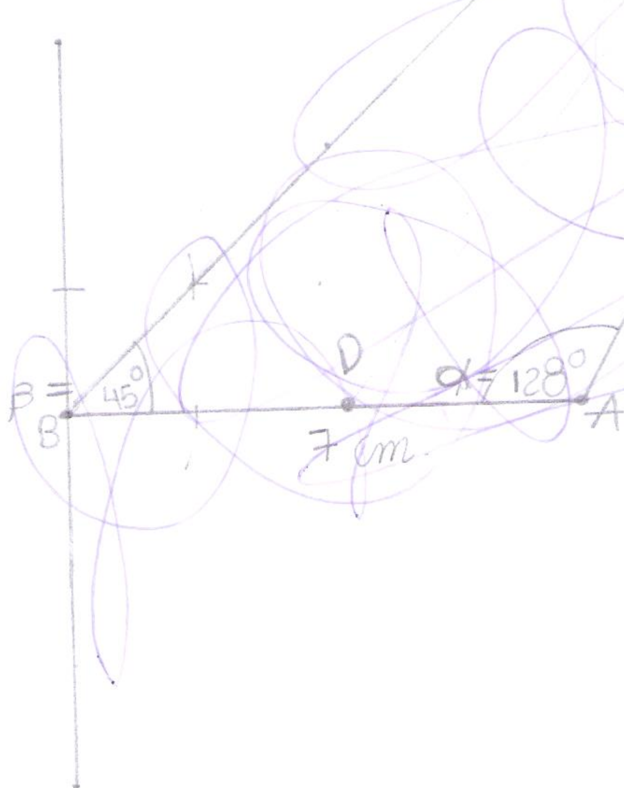
Bisectriz

1. Con centro en O dibujamos un arco de circ. que tenga un radio cualq. que cortará en dos puntos a los lados del ángulo dado.
2. Con centro en los dos cortes agarramos cualq. radio y dibujamos un arco podemos usar el mismo radio que antes.
3. Los dos arcos se cortarán en un 3er punto.
4. Trazamos una recta que una los puntos.

(23) b. α = 128°



a. AB = 7 cm; α = 128°; DC = 6,5 cm; β = 45°



???

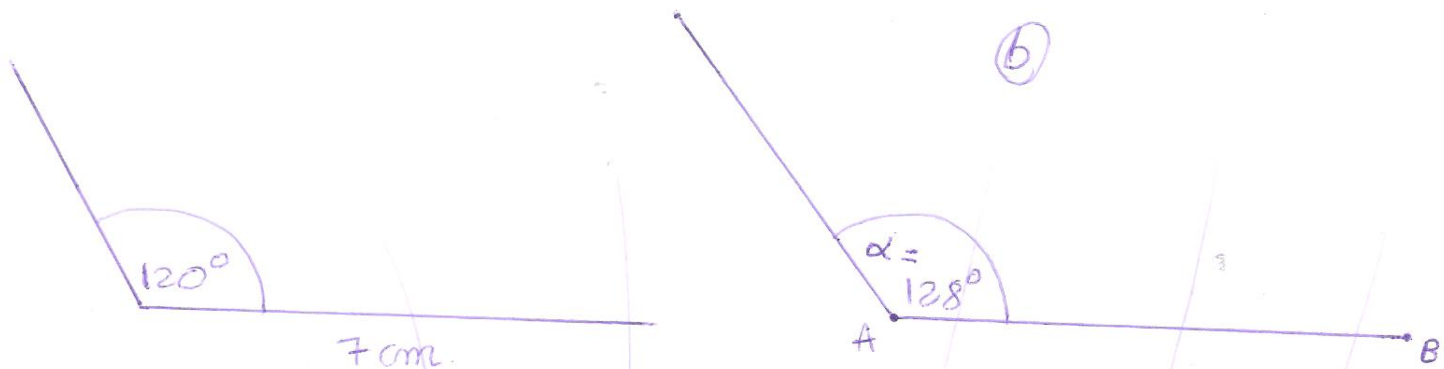
NO

Mal

Mal

(23) Con regla y compás trazar las mediatrices o bisectrices según corresponda:

a. AB = 7 cm





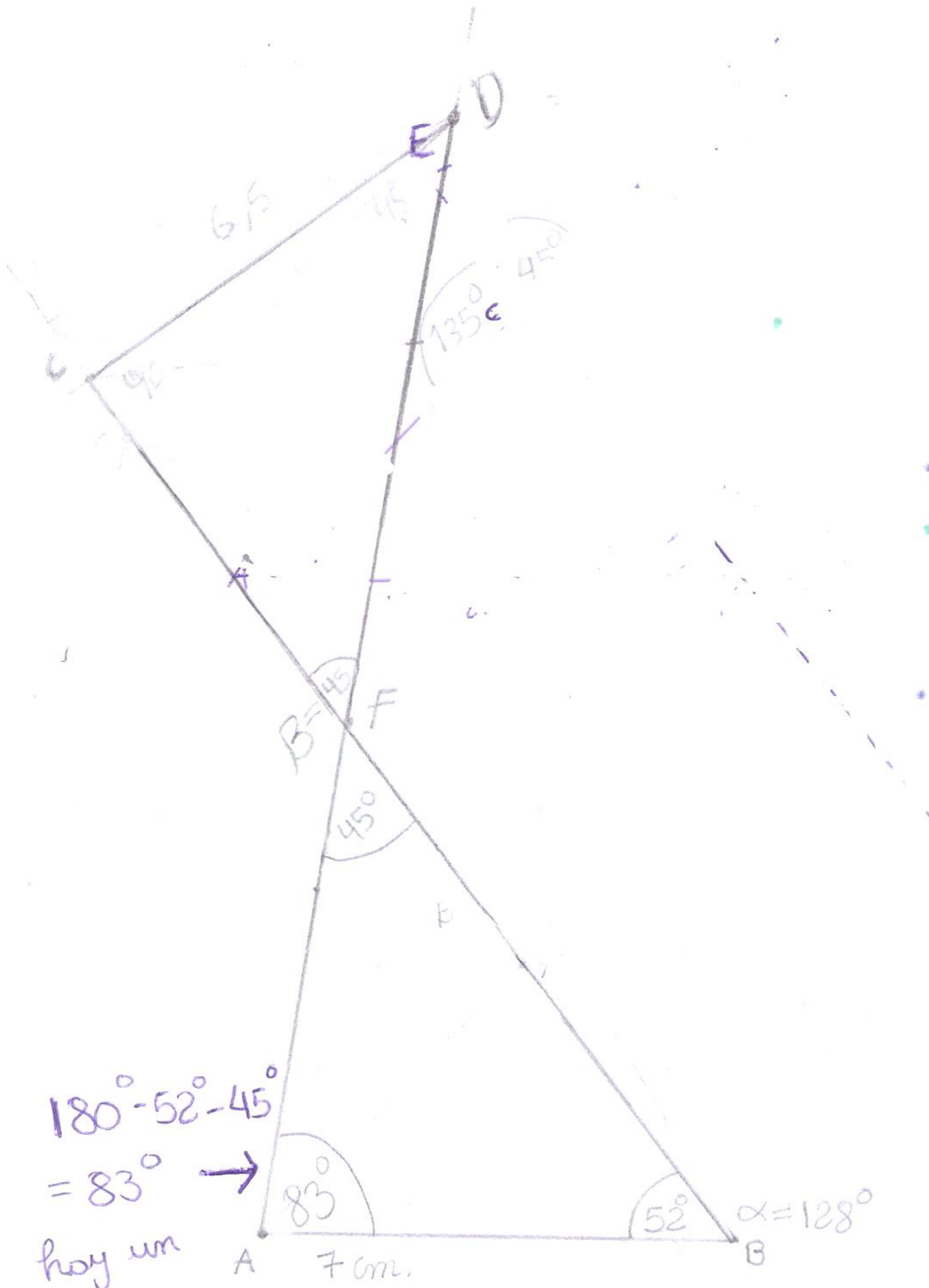
d)

45°



(23) Con regla y compás trazar las mediatrices o bisectrices según corresponda.

$AB = 7\ cm$; $\alpha = 128^\circ$; $DC = 6,5\ cm$; $\beta = 45^\circ$



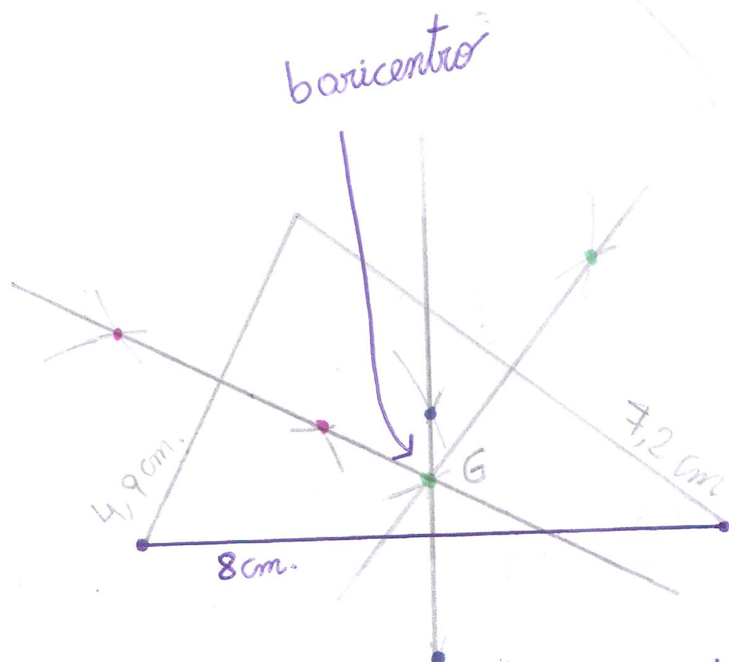
$180^\circ - 52^\circ - 45^\circ$
$= 83^\circ$ →

hay un ligero error (medí 82° en vez de 83°)

24 Construir un triángulo:

a. escaleno en el cual uno de sus lados mida 8 cm. y hallar el baricentro.

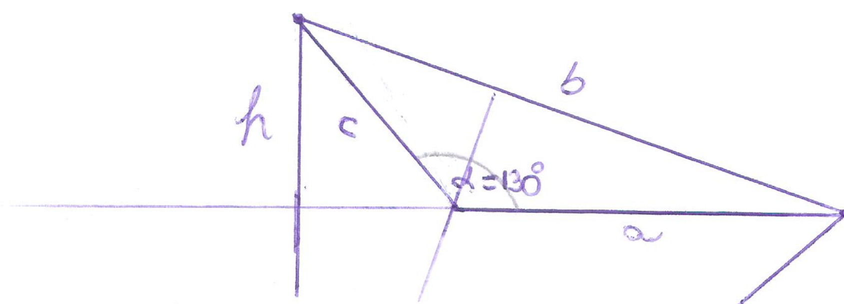
prebrashaem
Превращаем
= convertir



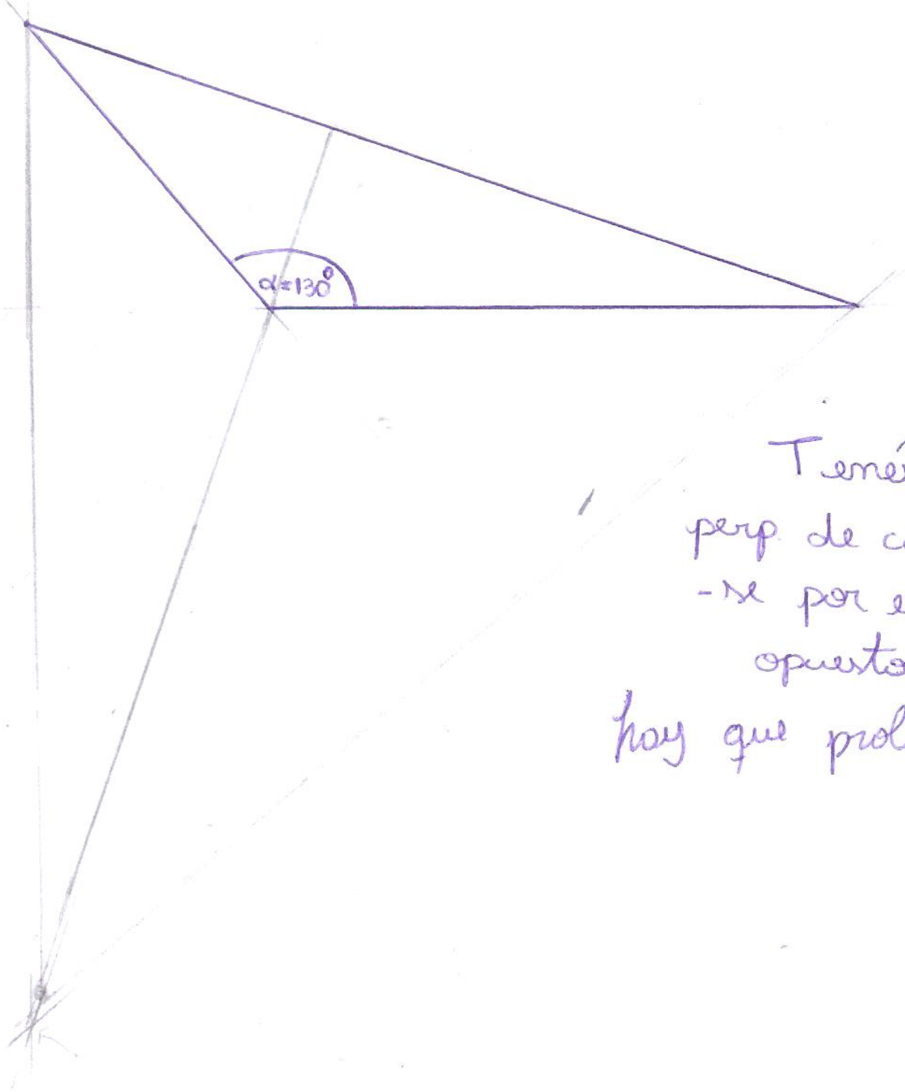
baricentro: es el punto de corte de las tres medianas.
Las medianas de un Δ son las rectas q. unen el punto medio de un lado del Δ con el vértice opuesto. El baricentro se expresa con la letra G.

b obtusángulo donde el ángulo α = 130° y en el hallar el ortocentro.

ortocentro: punto donde se cortan las 3 alturas de un Δ.
Trazar una perpendicular a cada lado q. pase por el vértice opuesto.



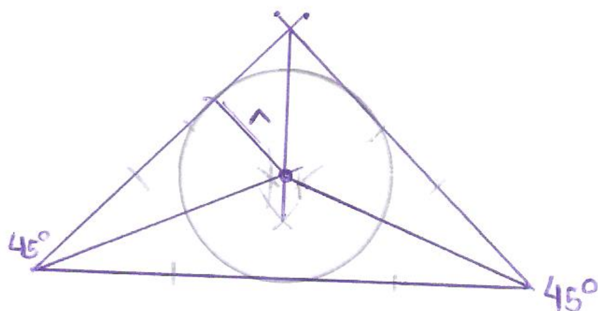
(b)



Tenés que buscar la perp. de cada lado que pa-
-se por el vértice del lado
opuesto. En este caso
hay que prolongar el Δ.

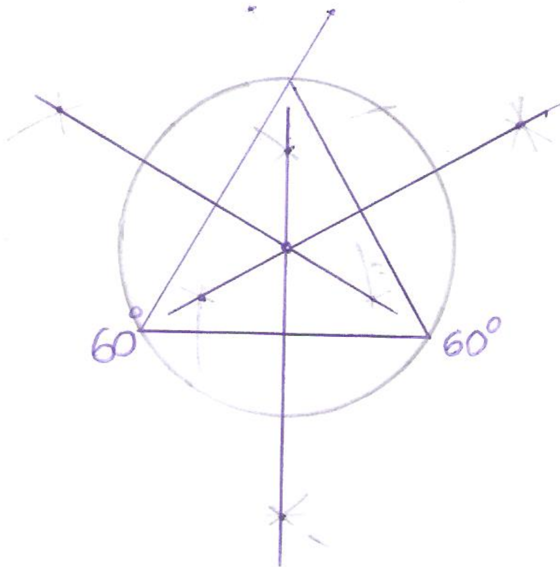
(c) isósceles y hallar el incentro.

Si tenés dos ángu-
-los iguales, tenés
dos lados iguales y
~~[tachado]~~ viceversa



Incentro: circ. que será
tangente a los lados del Δ
Hallá las bisectrices
de cada ángulo y la
intersección es el incentro.
Para hallar el radio
trazamos una perp. desde
uno de los lados.

(d) equilátero y en él hallar el circuncentro



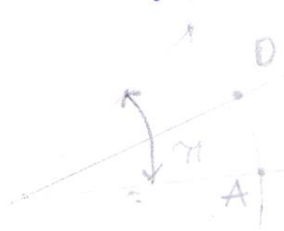
Circuncentro: es el centro de la circ. que pasará por los 3 vértices.

Para ello tenemos que hallar ~~el~~ ~~[illegible]~~ las ~~[illegible]~~ mediatrices de, al menos, dos lados del Δ, la intersección de las dos o las 3 es el circuncentro

Para concluir usamos ese centro y abrimos el compás a cualq. de los vértices.

(25) La bisectriz de un ángulo π ~~[illegible]~~ pasa por los puntos D y C, y uno de los lados de π pasa por A y B. Dibujar el ángulo π.

(25) Para hallar el ángulo dada la bisectriz



pone el compas en este punto y con el mismo radio marco donde corta con el arco dibujado anteriormente

hacé un arco de cualq. radio

Polígonos: clasificación. Número de diagonales de un polígono convexo.

26. Buscar en distintas bibliografías:

a. Definición de polígono y sus elementos.

Son figuras planas formadas por una línea poligonal cerrada y su interior. Cualq. figura plana q esté formada por "lados rectos" es un polígono.

Un polígono es cualq. forma bidimensional formada por líneas rectas.

Los elementos de un polígono se establecen a 3 niveles

1. En su línea poligonal: lados, vértices y ángulos (int. y ext.)
2. En su interior: el elemento más importante son las diagonales, aunque podríamos establecer otros elementos como mediatrices de sus lados y bisectrices de sus ángulos. En los polígonos regulares tmb. se establecen apotemas, los radios, el centro y áng. int.
3. Cálculos espaciales: Los principales son el perímetro (la suma de todos sus lados) y la superficie o área (lo q. mide su espacio interior).

(6) Clasificación H

Según su número de lados, vértices y ángulos

Polígonos regulares, irregulares y regular según sus lados o ángulos. Un polígono es regular si todos sus lados y sus ángulos interiores son iguales. Si no es así, es irregular. Si un polígono tiene los lados iguales y los ángulos no, o viseversa, se dice que es regular según sus lados (tmb. se puede llamar equilátero), o regular según sus ángulos

Polígonos convexos, cóncavos y estrellados.

Hay muchas clasificaciones pero la principal es:

Un polígono es regular si todos sus lados y sus ángulos interiores son iguales. Si no es así, es irregular. Si un polígono tiene los lados iguales y los ángulos no, o viseversa, se dice que es regular según sus lados (tmb. se puede llamar equilátero) o regular según sus ángulos (tmb. se puede llamar equiángulo)

Diagonales Son segmentos de línea que unen dos vértices no adyacentes no adyacentes de una figura como un polígono

(27) Si el número de diagonales que pueden trazarse desde un vértice de un polígono es igual a la suma de los ángulos interiores dividido por 240°. De que polígono se trata?

En un polígono regular todos los ángulos internos son iguales y la suma es igual a $180° \times (n-2)$.

$\frac{n(n-3)}{2}$ es la fórmula para calcular el nº de diag. de un polígono.

$$\frac{180\cdot(n-2)}{240} = \frac{n(n-3)}{2} \Rightarrow 2\cdot 180\cdot(n-2) = 240\, n(n-3) \Rightarrow$$

$$360(n-2) = 240(n^2-3n) \Rightarrow 360n - 720 = 240n^2 - 720n$$

$\Rightarrow$

29 Calcula el número de diagonales que se pueden trazar en un polígono convexo de

a) 7 lados

27

$$\frac{180\times(n-2)}{240} = \frac{n(n-3)}{2} \Rightarrow \frac{3}{4}(n-2) = \frac{n(n-3)}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{3}{2}(n-2) = n(n-3) \Rightarrow \frac{3}{2}n - 3 = n^2 - 3n \Rightarrow n^2 - \frac{9}{2}n + 3 = 0$$

$$\Rightarrow 2n^2 - 9n + 6 = 0$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}$$

$$\frac{9 \pm \sqrt{9^2 - 4\cdot 2\cdot 6}}{2\cdot 2} \qquad \frac{9 \pm \sqrt{33}}{4}$$

Esto significa que el polígono no puede ser regular.

$X_1 = 0,813859$

$X_2 = 3,68614$

∴ Se trata de un polígono irregular. ???

(28) Si el número de lados de hexágono se duplica. ¿Cuál será el nuevo número de diagonales?

Si el número de lados se duplica se convierte en un dodecágono y posee 54 diagonales

(29) Calcula el número de diagonales que se pueden trazar en un polígono convexo de:

(a) 7 lados

N° de diagonales $= \frac{n(n-3)}{2}$, donde n es el número de ~~diagonales~~ lados del polígono.

$= 14$.

(b) 12 lados. N° de diagonales $= \frac{12(12-3)}{2} = 54$

(c) 35 lados

N° de diagonales $\frac{n(n-3)}{2} = \frac{35(35-3)}{2} = 560$

(d) Si por cada vértice de un polígono convexo se pueden trazar 5 diagonales, establece el número de lados del polígono. De la formula mencionada se puede saber, ya que $\frac{n(n-3)}{2}$, donde n es el número de lados pero en este caso tomaremos solo



$(n-3) = 5 \Rightarrow n-3=5 \Rightarrow \boxed{n=8}$ $\boxed{n=8}$

Movimientos del plano

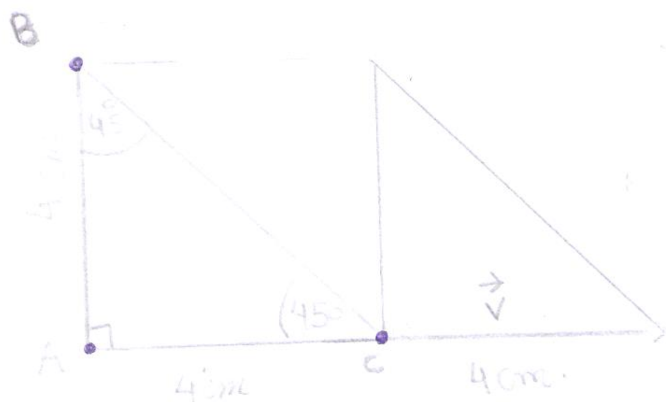
(30) Traslación

Construir un Δ rectángulo isósceles ABC, recto en A, cuyos lados iguales miden 4 cm. Al mismo realizarle las siguientes traslaciones:

(a) $\vec{v}$ es equipolente con el vector AC.

equipolente: cuando poseen igual módulo, dirección y sentido

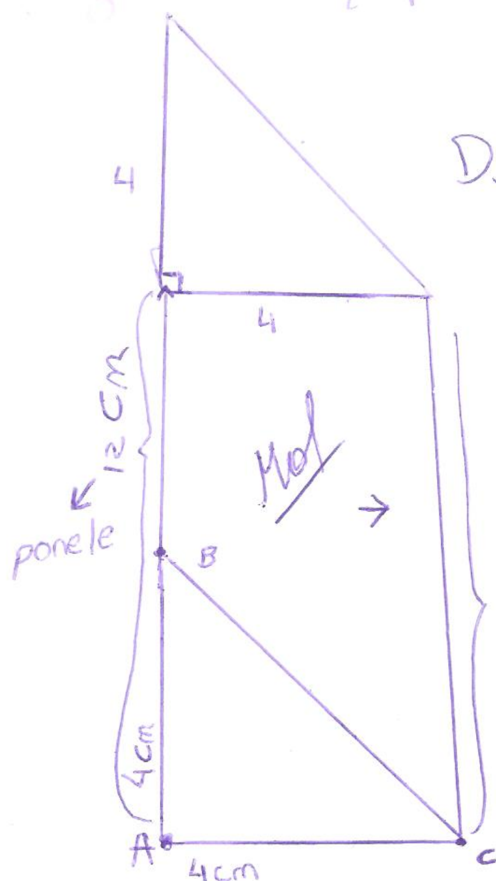
De cada vertice tenes q. prolongar 4 cm. igual a la dirección del vector



$4^2+4^2=h^2$

$[5,6568 = h]$

(b) $\bar{V}$ es equipolente al triple del vector AB.

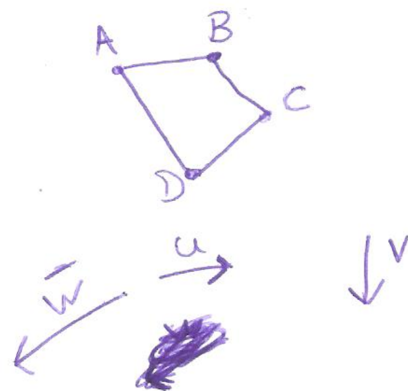


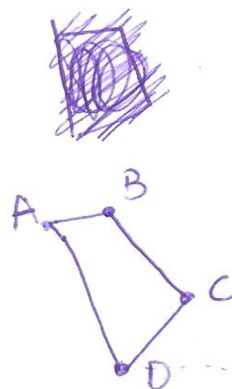
De cada vértice prolongo 12 cm

NO es una línea paralela a $\bar{AB}$

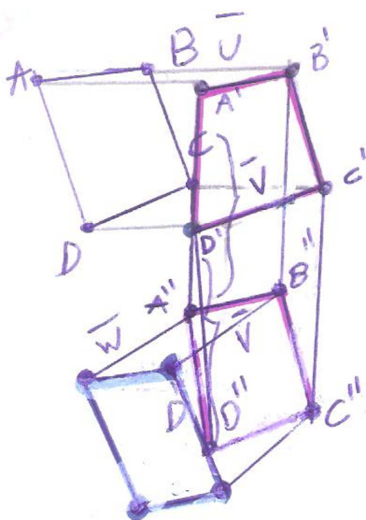
(31) Aplica a las figuras la comp. de traslaciones indicadas, e indica si ∃! una única transformación que, en cada caso las reemplaza.

a) $T_{\bar{u}} \circ T_{\bar{V}} \circ T_{\bar{W}}$





||||



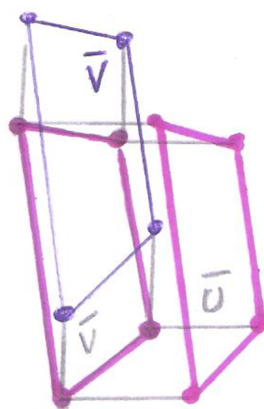
Los paralelos se construyen con escuadra y cartabón

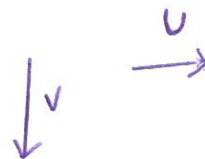
$\xrightarrow{u}$ $\downarrow \bar{v}$ $\swarrow w$

Quizás si sólo hubiera usado la traslación $\bar{V}$ conseguía el mismo resultado. No.

Ver video guardado en playlist para dibujar paralelos (traslación y rotación de figuras)

(b) $T_{\bar{v}} \circ T_{\bar{u}}$

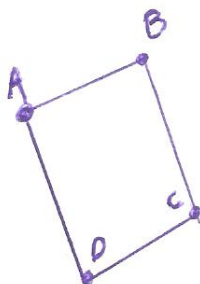




(31) Aplica [illegible] a las figuras la comp. de traslaciones indicada, e indica si ∃ una única transformación, que en cada caso las reemplaza:



(a) $T_{\bar{u}} \circ T_{\bar{v}} \circ T_{w}$



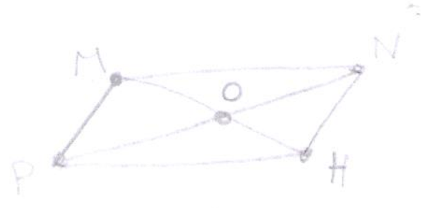
Hacerlo con escuadra y cartabón

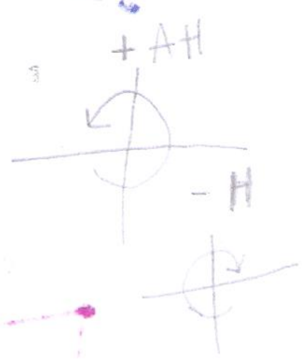
giros

(32) Construir un romboide MNPH cuyas diagonales miden $D_1 = 6$ cm y $D_2 = 3$ cm., cuya intersección es el pto. O. Al mismo realizarle a los siguientes giros:

ⓐ G(M, 90°)

Tengo que girar sobre el punto M.



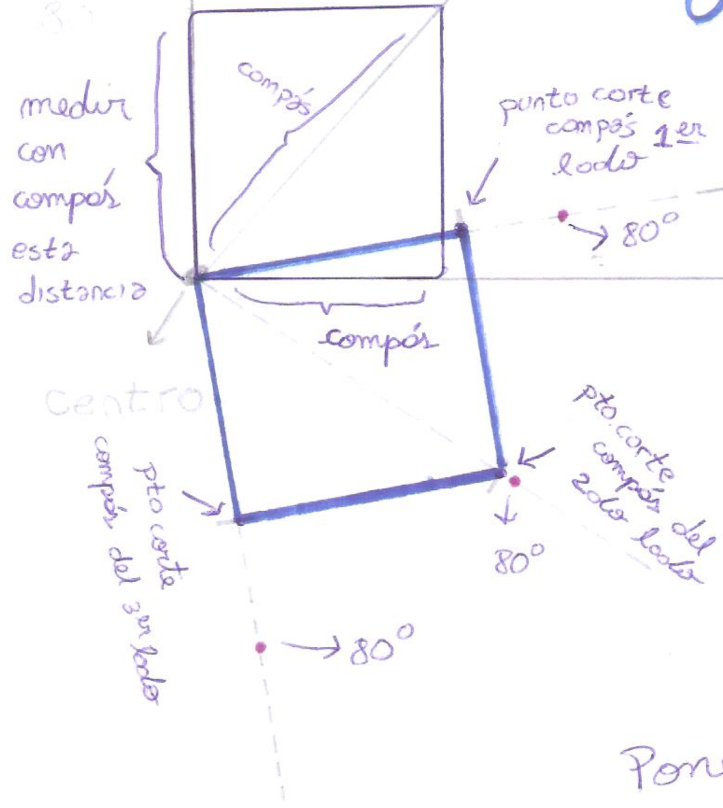


Podemos hacer 2 cosas para girarla:

① Girar un único lado y a partir de ahí por triangulación desplazar la figura

② Tomar dos puntos cada uno por separado, y luego conectar los puntos resultantes.





← líneas de rotación ubicá el semicírculo en cada uno.

Giro de 80°

← uní el punto con líneas discontinuas

Trazé líneas del centro de rotación hacia cada uno de los ejes

Poné el semicírculo en cada una de las líneas medí 80 grados, marcá el punto donde mide 80°

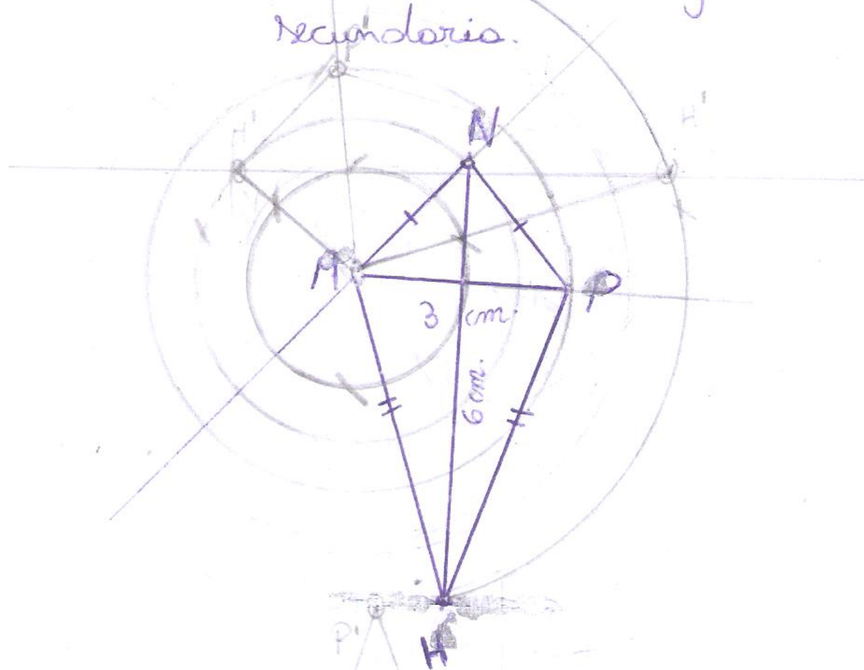
y uní con una línea de puntos desde el eje de rotación hacia la marca de 80°.

Luego con el compás medí cada lado y marcá en la línea de puntos trazada la amplitud del primer lado. correspondiente

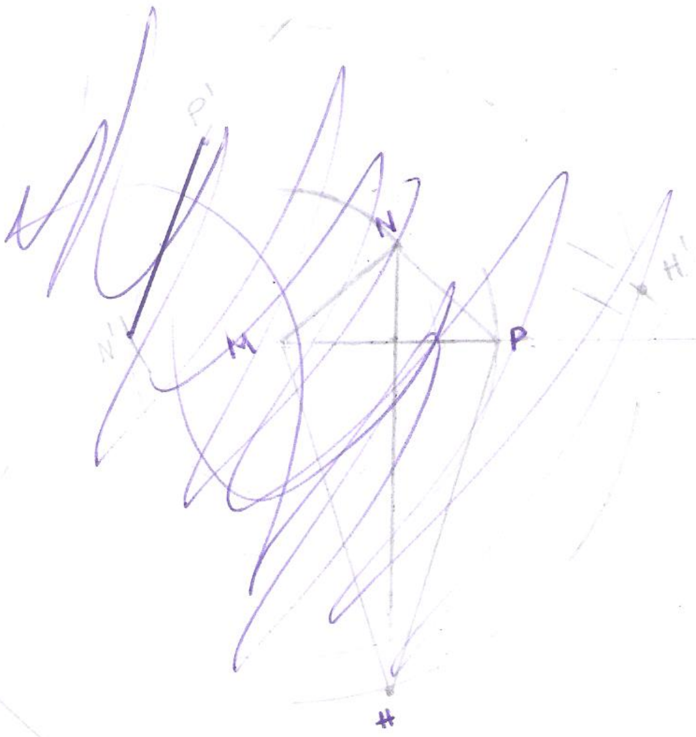
El primer lado cortalo con la primera línea de puntos. El segundo lado intersectalo con la 2da línea (todo con el compás)

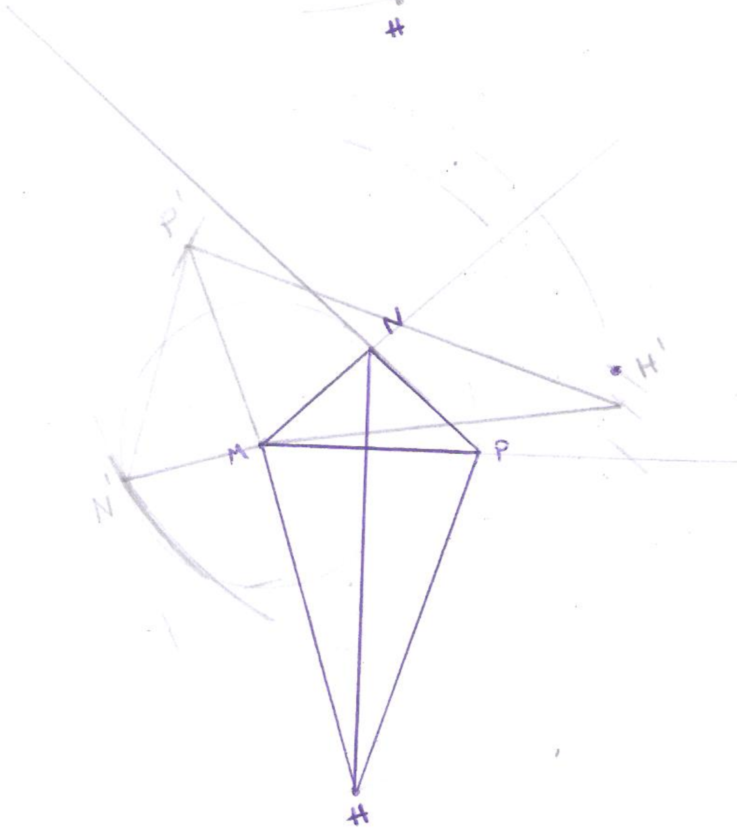
(32) Construir un romboide MNPH cuyas diagonales midan $D_1 = 6$ cm y $D_2 = 3$ cm., cuya intersección es el punto O. Al mismo realizarle los siguientes giros.

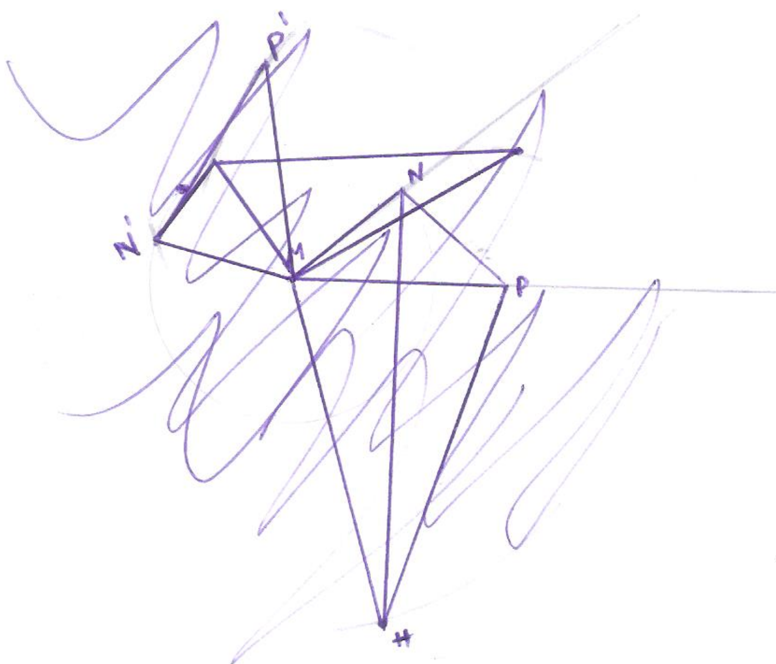
Romboide:
- Trapezoide
- Dos pares de lados consecutivos iguales
- Ángulos determinados por los lados no iguales son iguales.
- Diagonales perpendiculares
- Diagonal principal es bisectriz de los ángulos que se interseca y mediatriz de la diagonal secundaria.

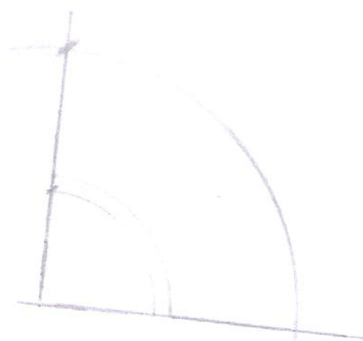


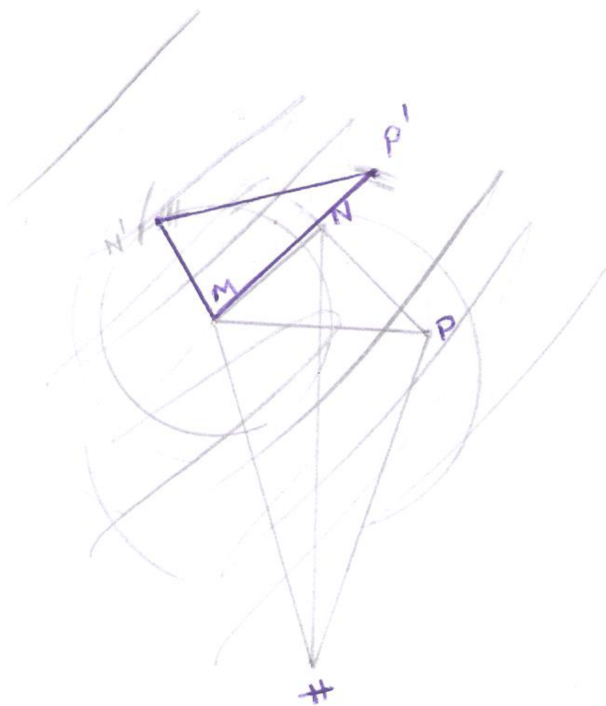


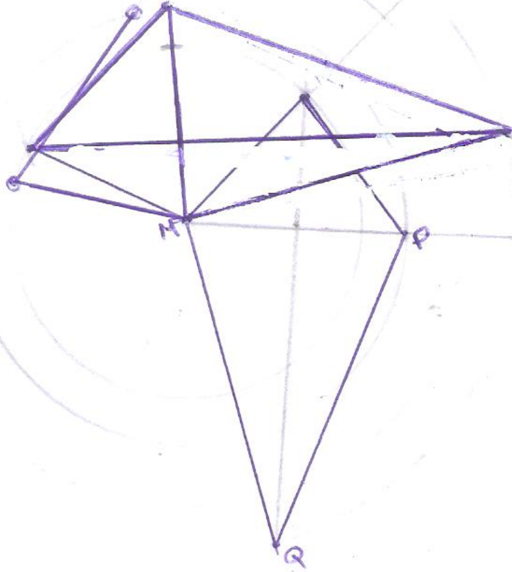

P'
N
H'
N'
M
P
H


P'
N
H'
M
P
N'
H

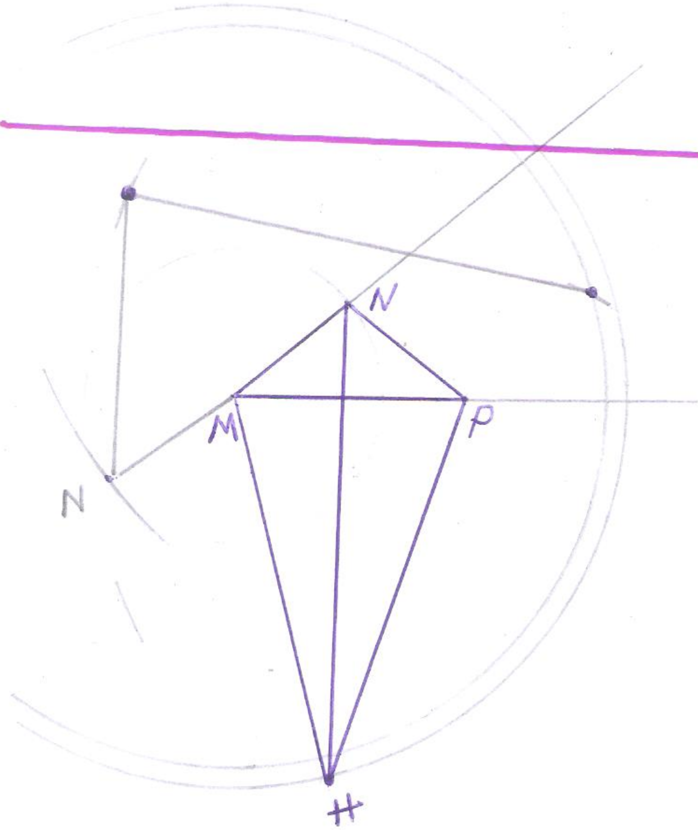

P'
N
N'
M
P
H

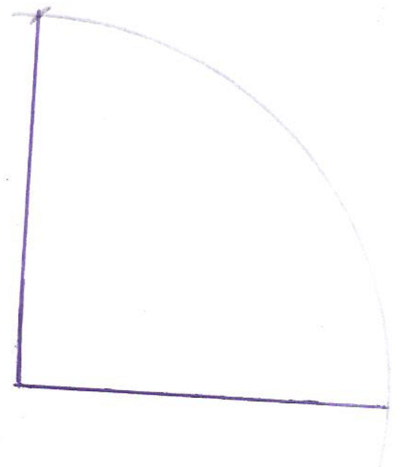


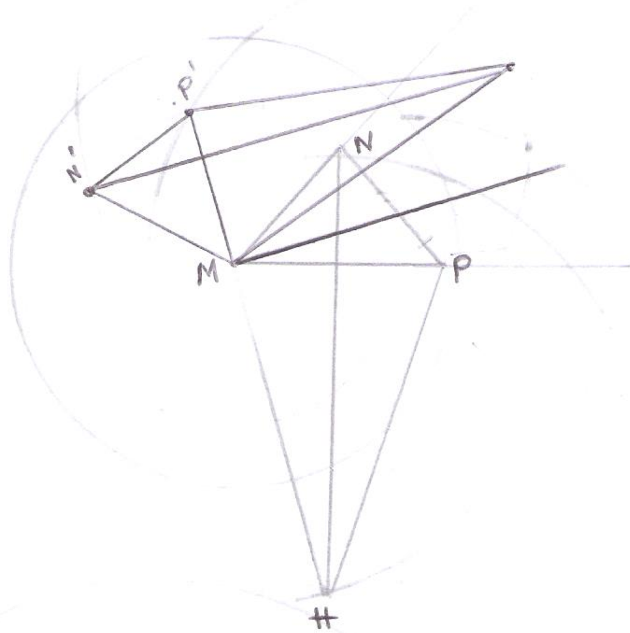

P'
N'
N
M
P
H

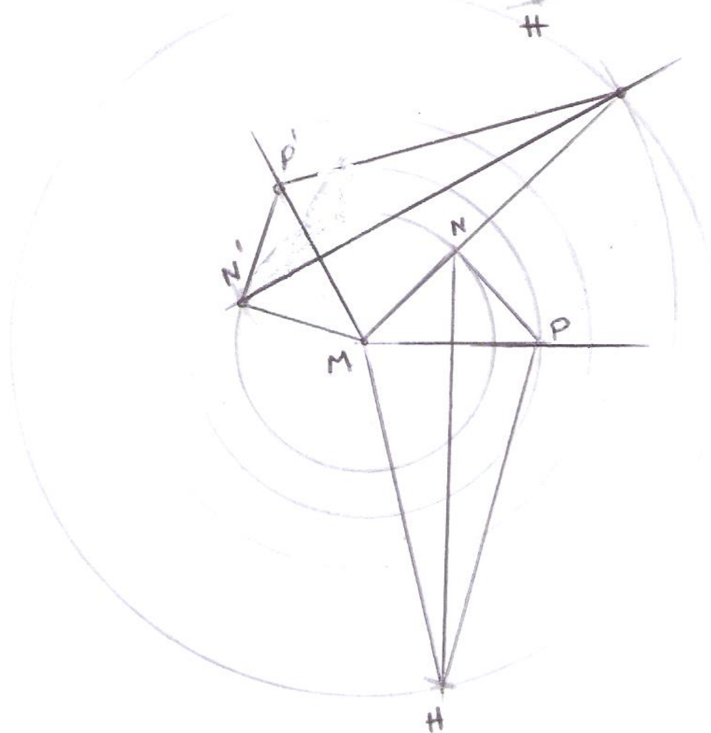

M
P
Q

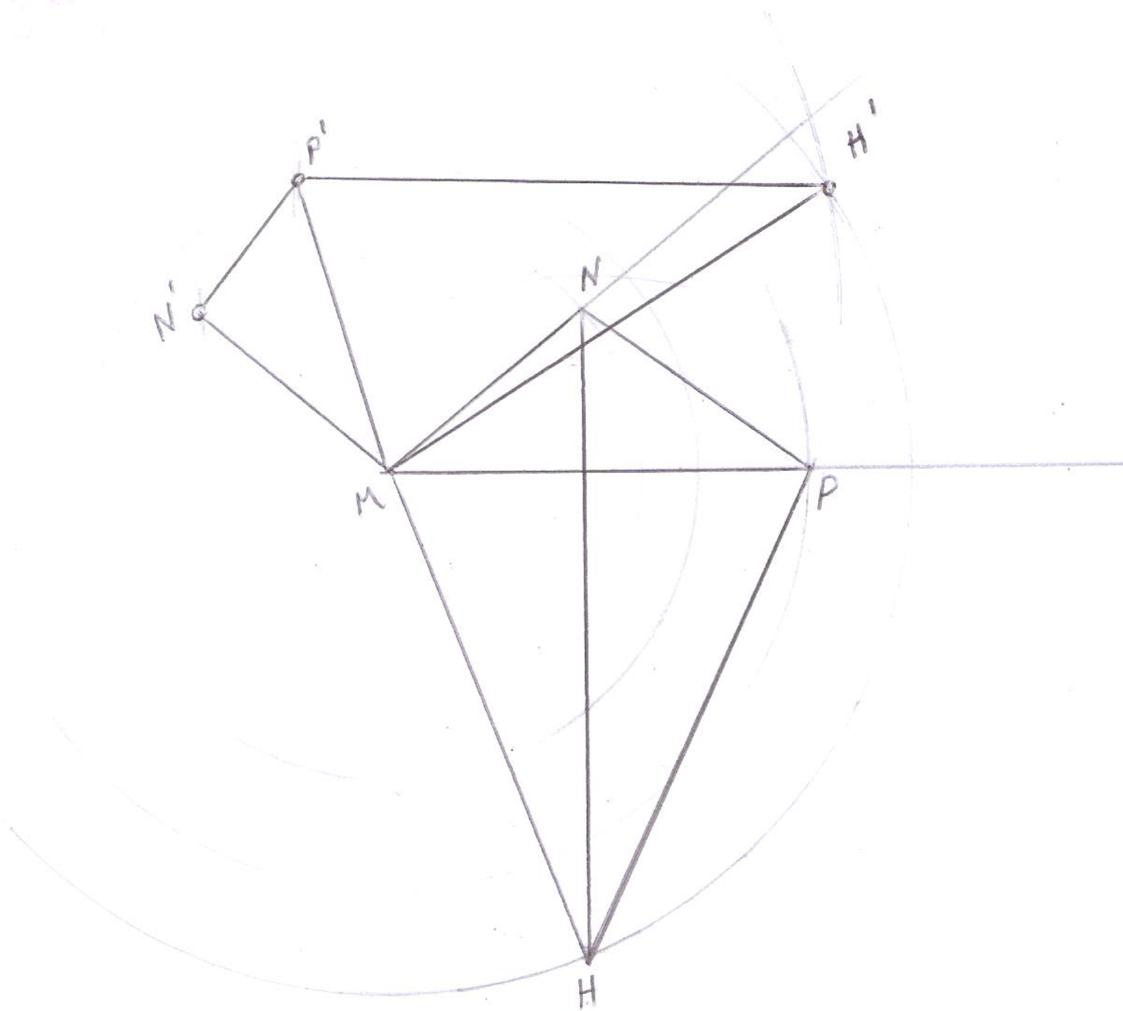


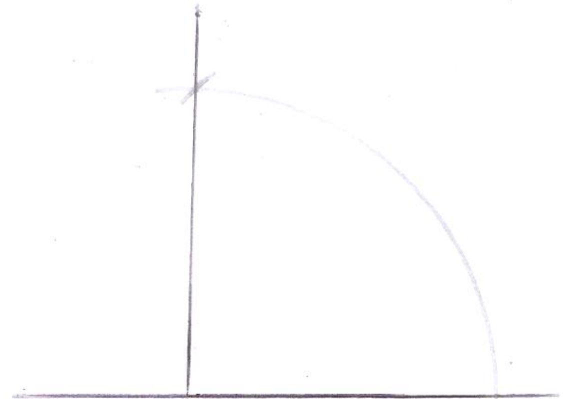

N
M
P
N
H

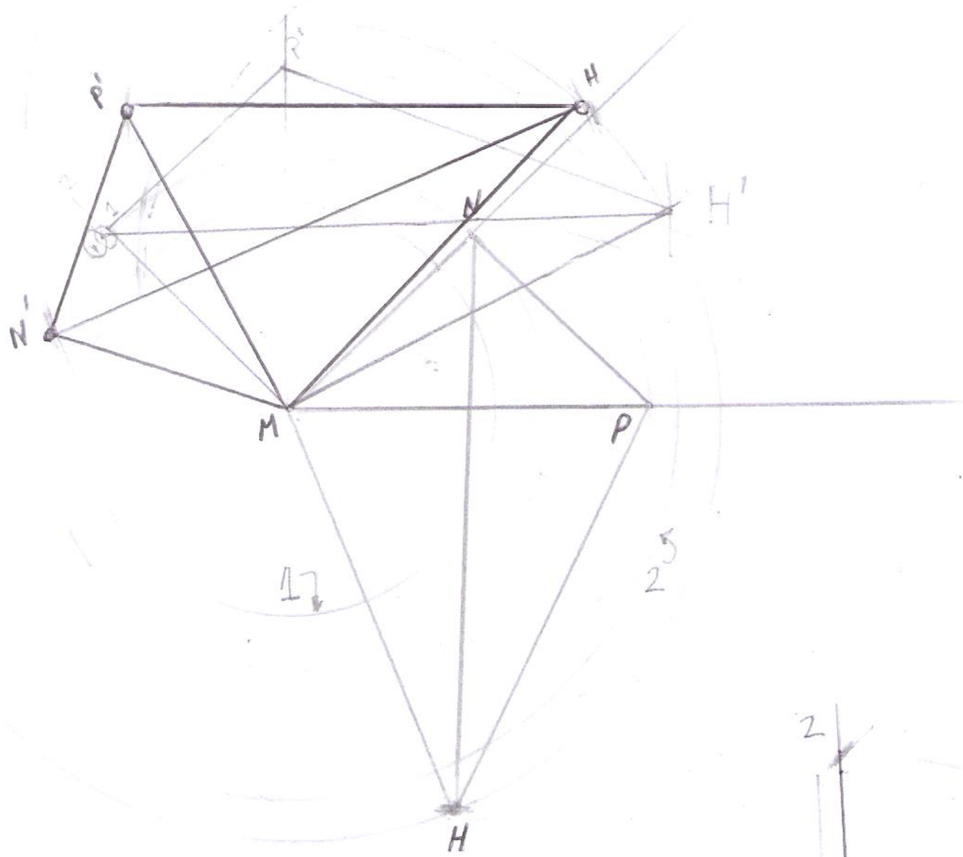


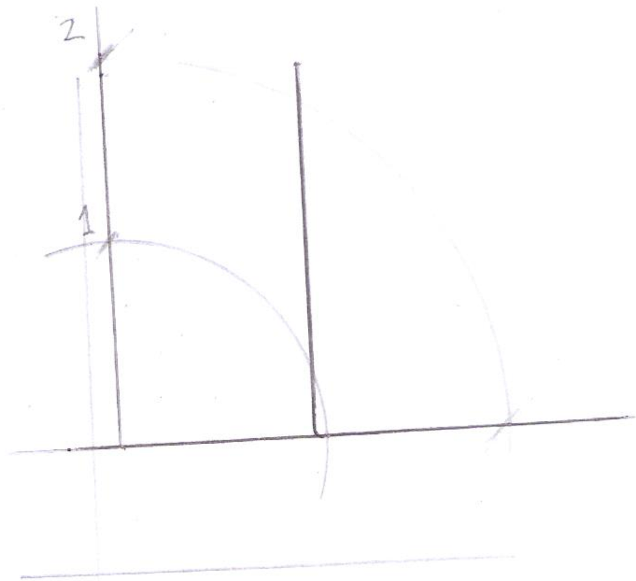

P'
N'
N
M
P
H


P'
N'
N
M
P
H

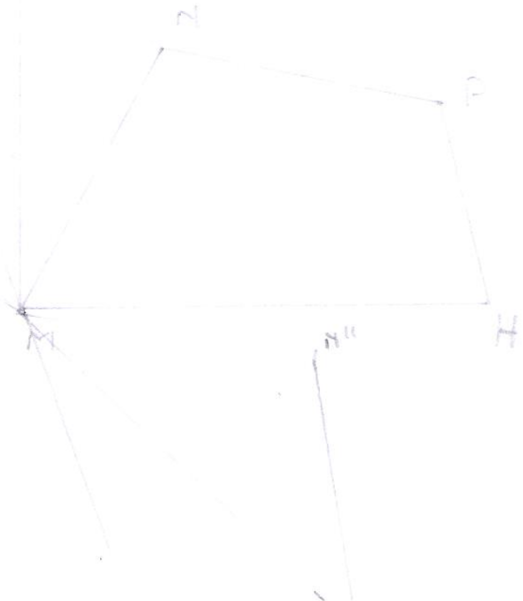

P'
H'
N'
N
M
P
H





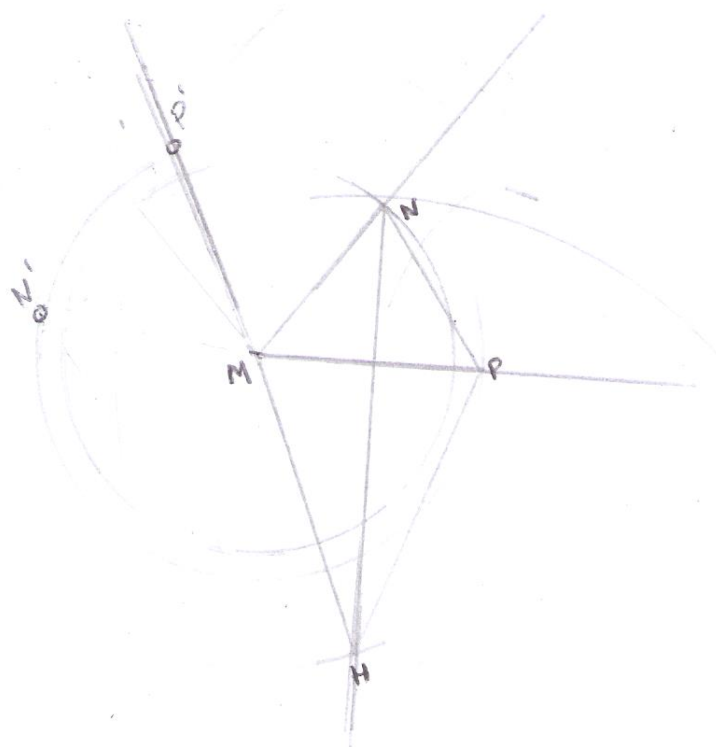


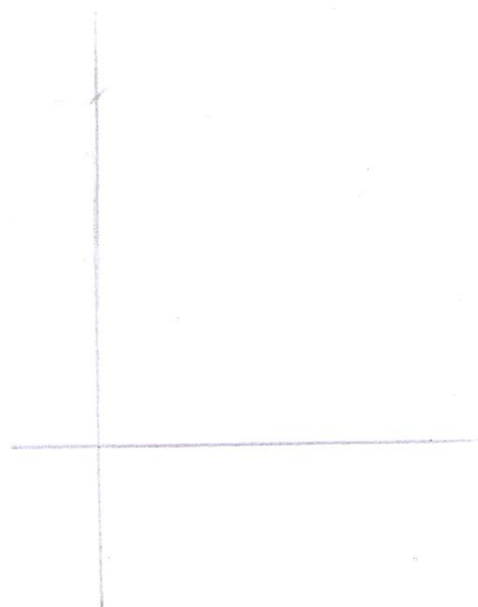




-120

-70


P'
N'
N
M
P
H



200.

P'

N'

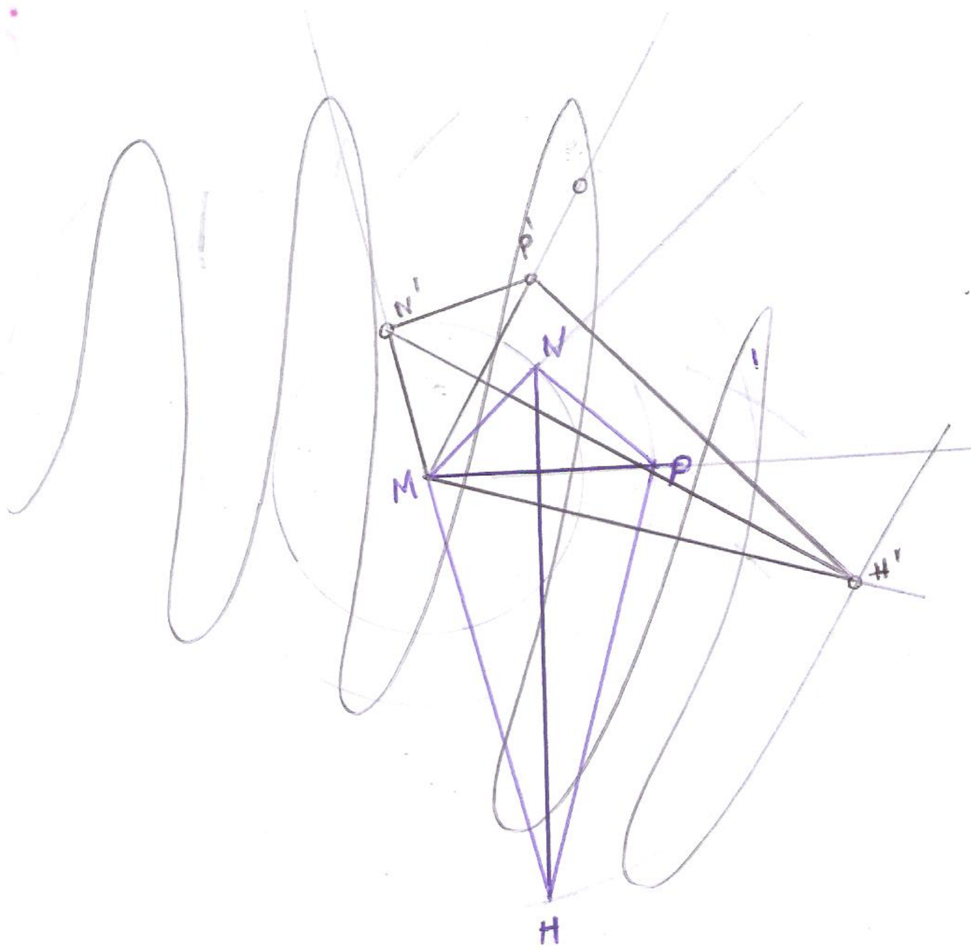
'H

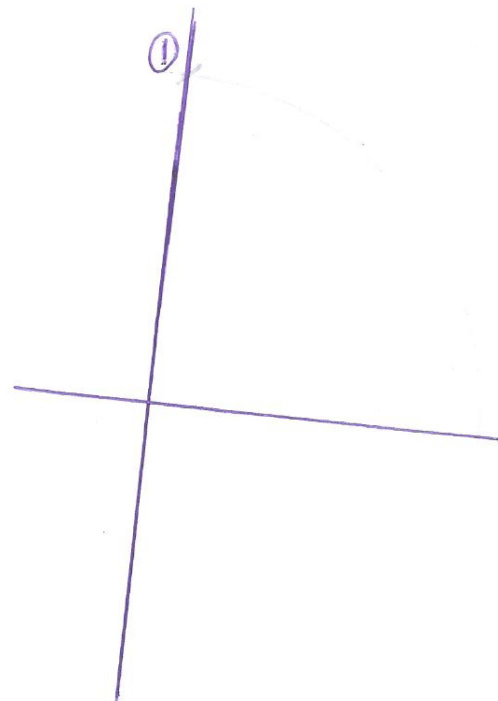
N

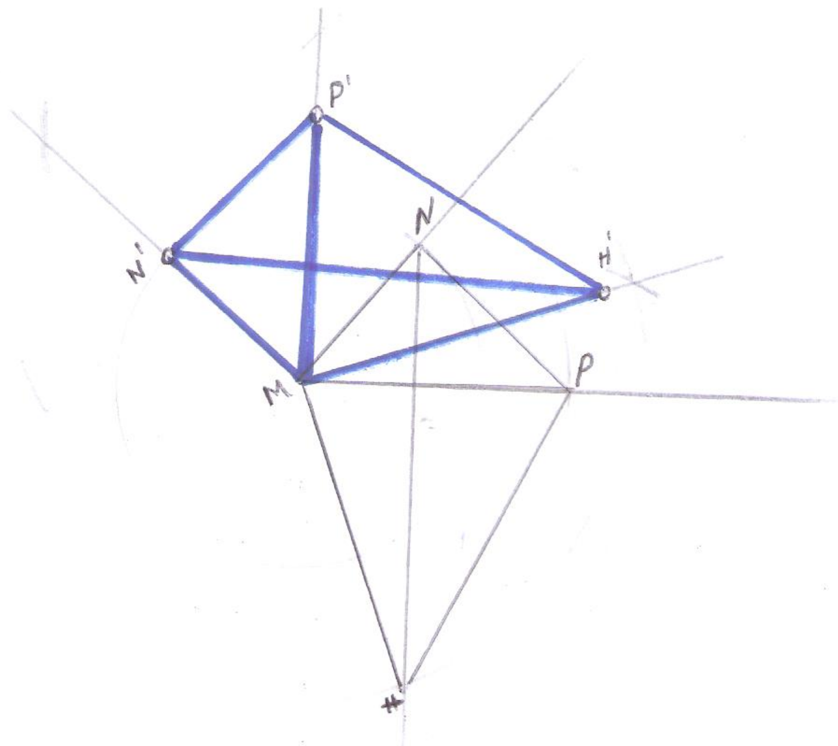
P

M

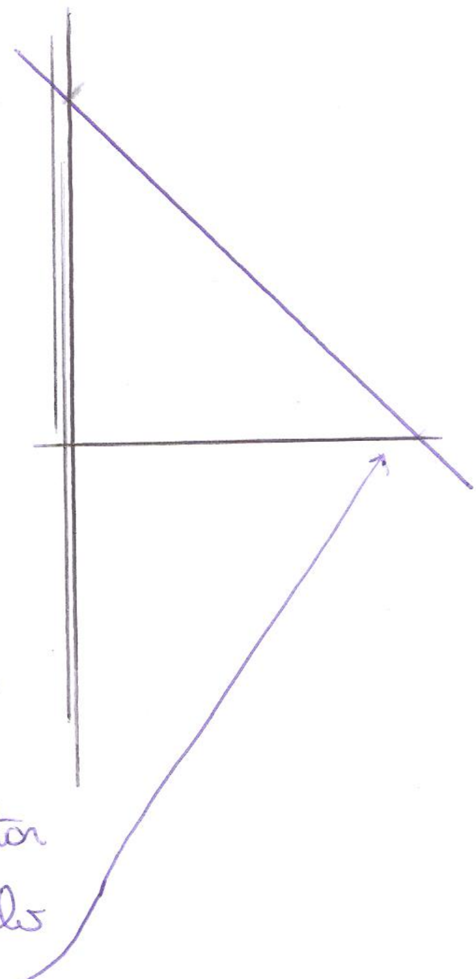
H


N'
P'
O
N
M
P
H'
H


①



√ Bien



Hace una circunferencia desde el eje de rotación a los diferentes puntos. Luego ~~tras~~ trasladó los ~~vertices~~ vértices ~~[illegible]~~ desde el eje de rotación

~~Hacé~~ Dibujé el ángulo y hace una circunferencia con cualq radio diferente de los otros ptos. Luego trasladó los ~~vertices~~ rectas de los vértices hasta cortar la circunferencia, luego medí ~~el ángulo~~ medí ~~el~~ la recta del ángulo y desde los ~~vertices~~ que cortaron la circunferencia ~~marcó~~ cortó la misma rectas circunferencia que hiciste con ~~el~~ es centro en el vértice prolongado y con el ángulo medido corto la circ. ~~[illegible]~~ ~~los~~ hace eso con todos los vértices prolongados después desde el eje de rotación uní los ptos ~~el~~ con una recta ~~[illegible]~~ que pase por todos los circ. y luego los ptos. buscados están en las rectas que cortan la circ. correspondiente. →

(32) (b)

M

N P M' O

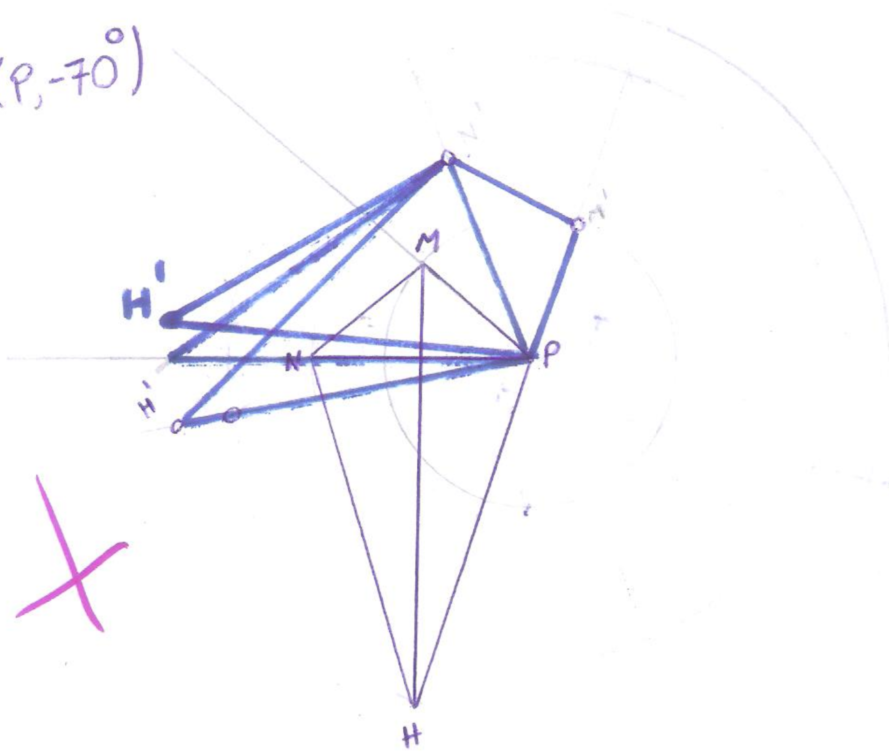
H



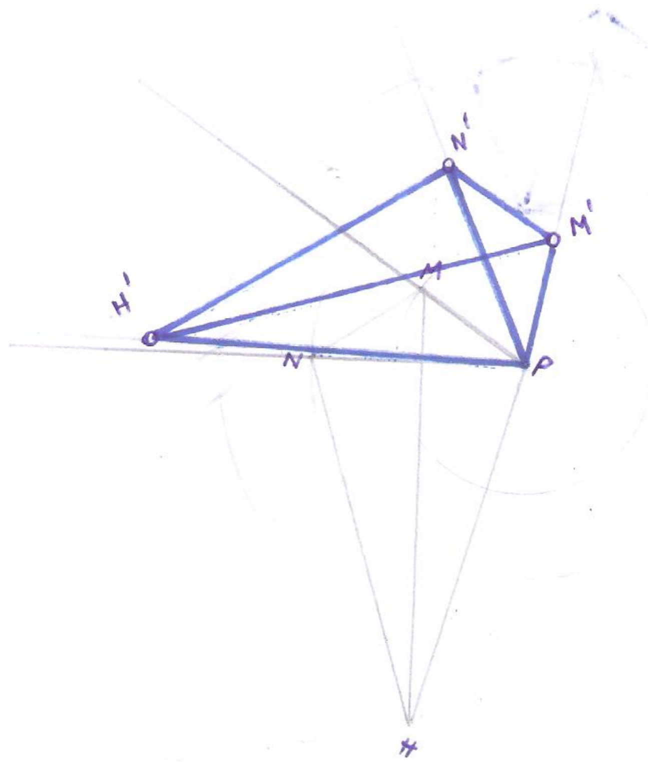
Es decir si trazaste una línea de ~~M O N~~ desde el centro de la ~~cir~~. que corta la circ. que
rotación
hiciste ~~...~~ tener que buscar el punto en esa recta que interseca con la circunferencia de ese punto que trasladaste.

(32)

b. G(P, -70°)

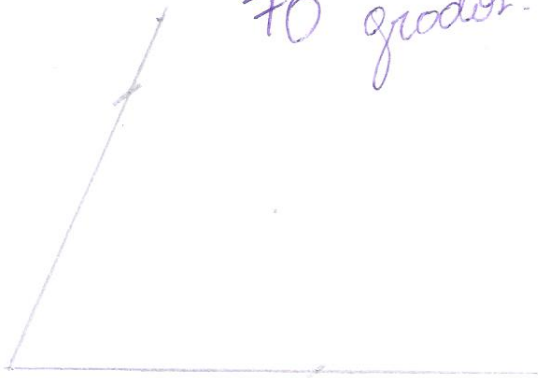


(32) (b) G(P, -70°)

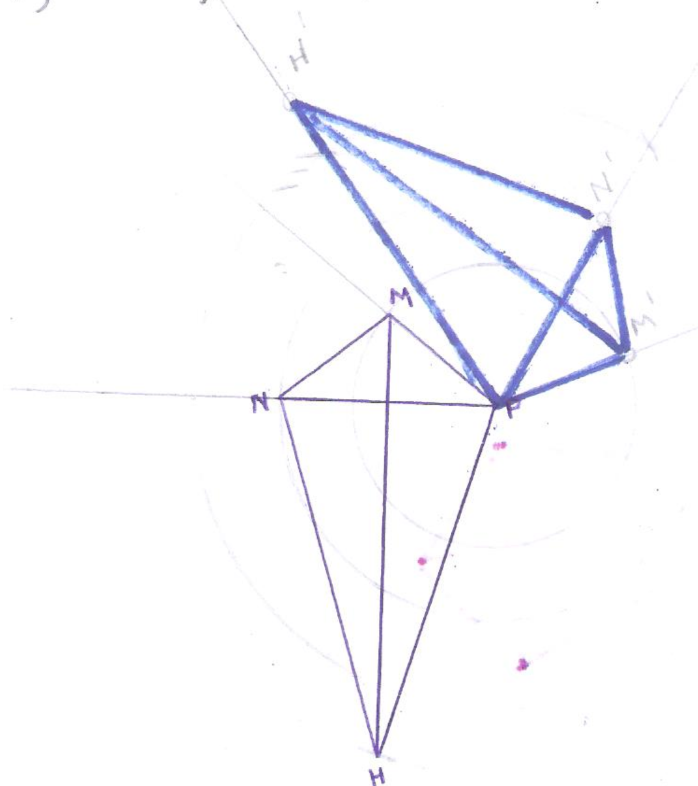


✓ Bien

70 grados.

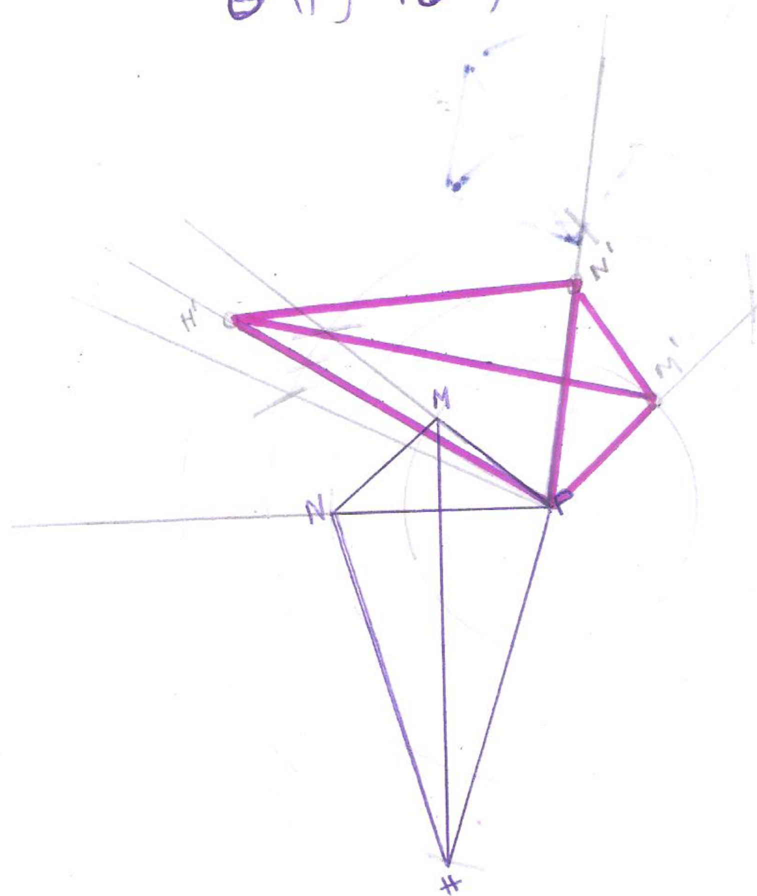


© G(P, -120°)



Esto quedó un poco mal porque usaste la recta $\overline{NH}$ en vez de trasladar $\overline{PH}$

G (P; -120)

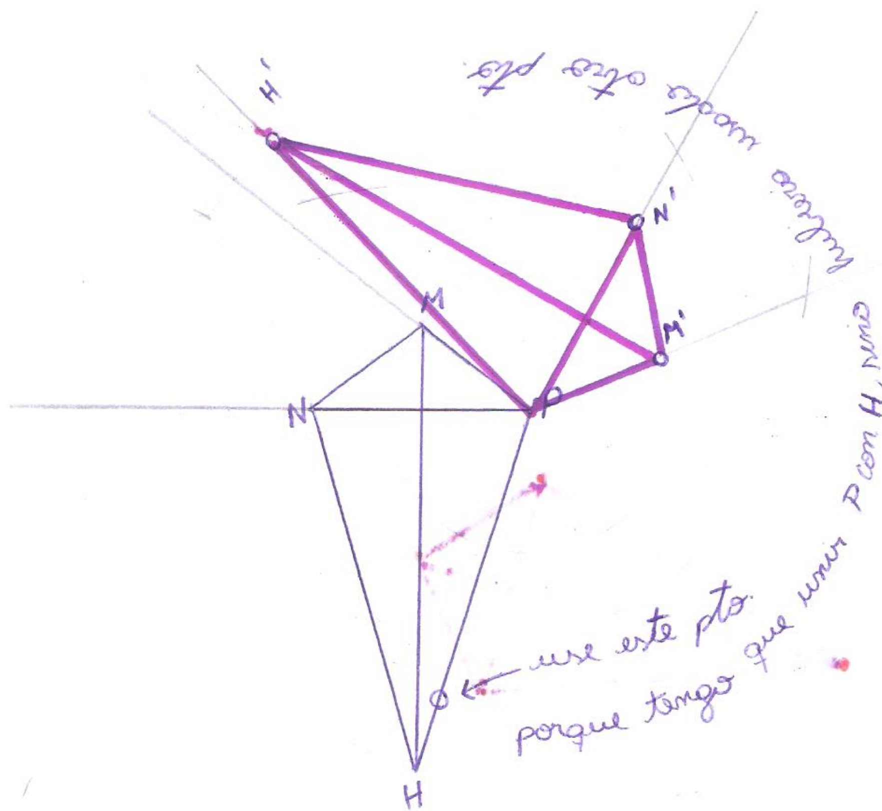


X

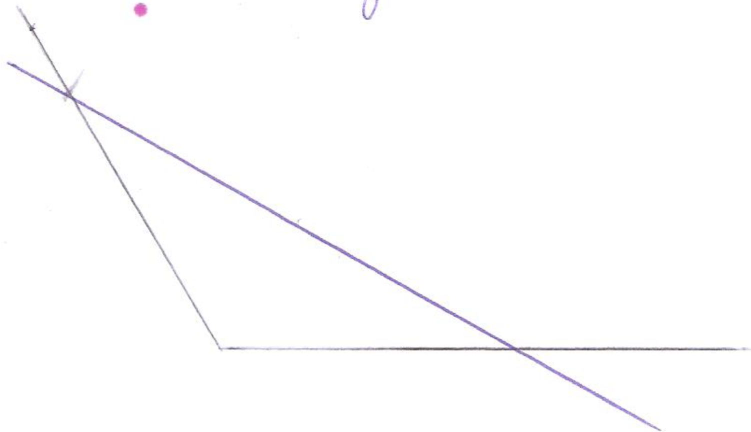
Tomé mal el punto NH trasladé la intersección de N con H en vez de P con H.

~~[scribbled out]~~ G(P; -120°)

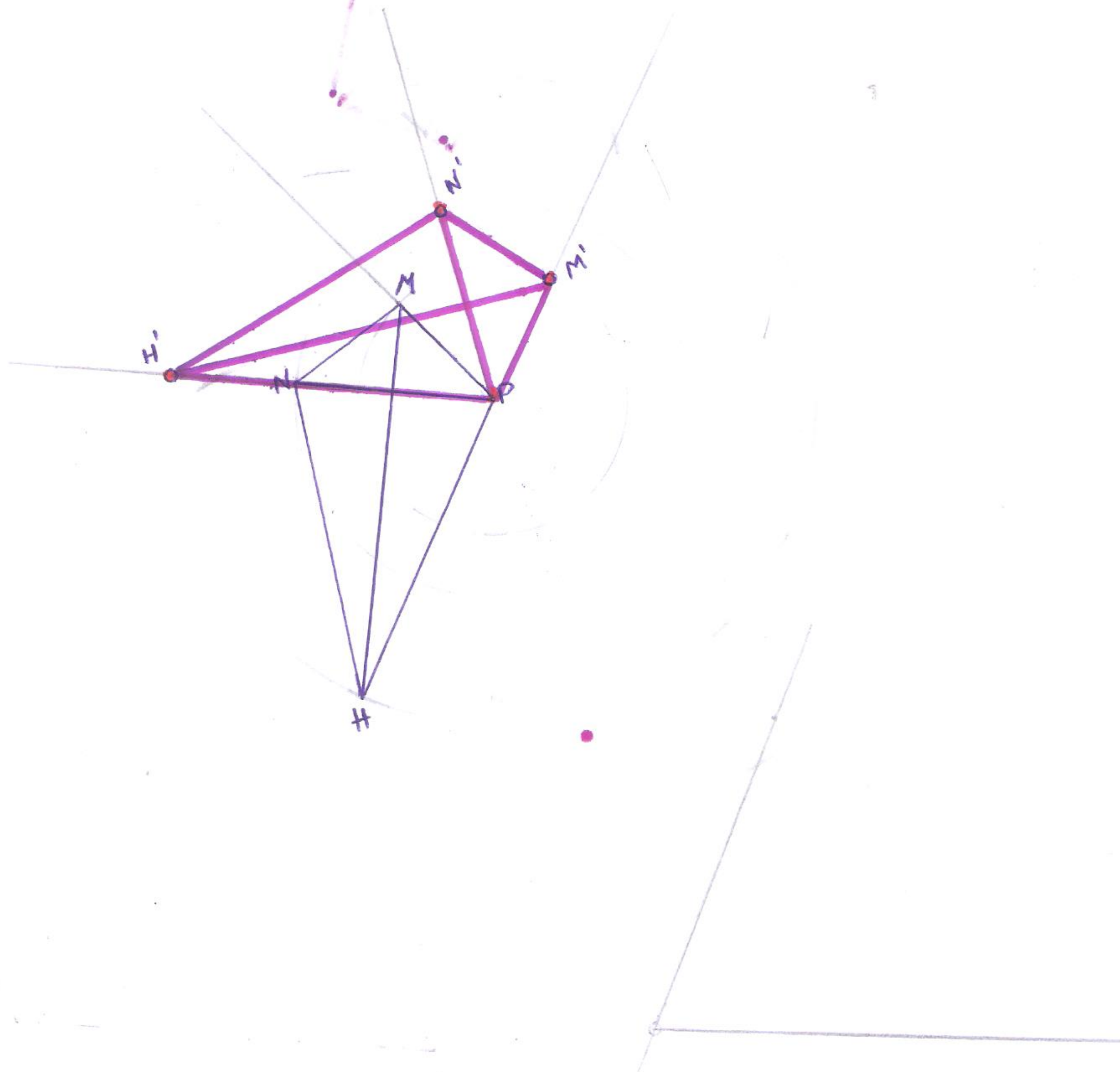
Bien ✓



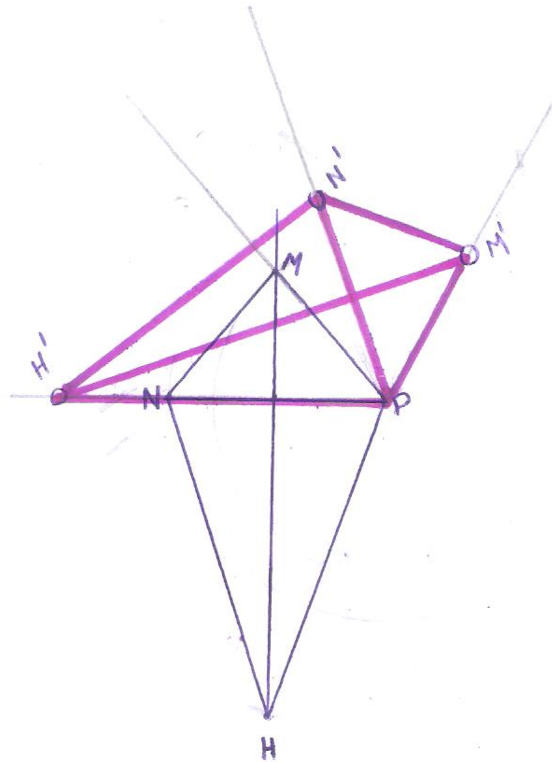
120° grados



(32) b. G(P, -70°)

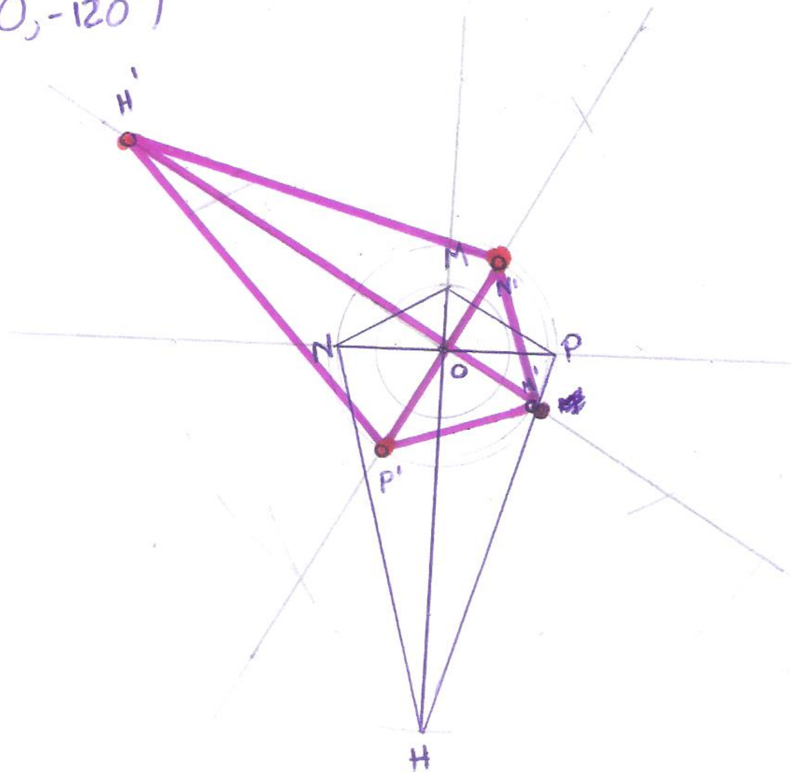


$G(P; -70^{\circ})$



70 grados

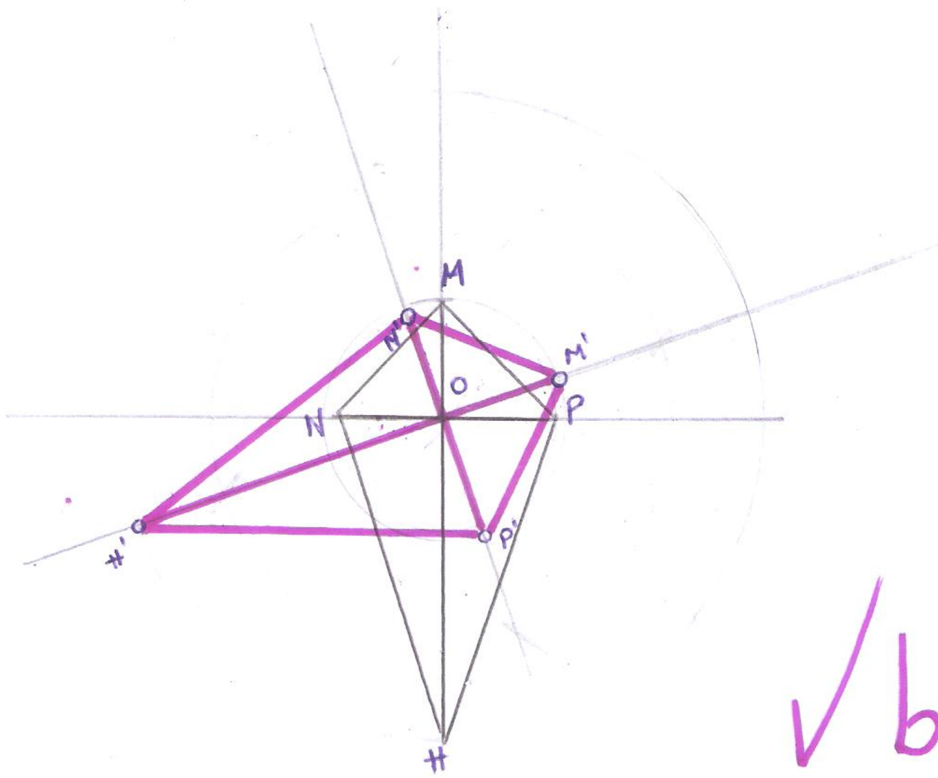
© G(O,-120°)



Para verificar poné la escuadra en el centro y miro el angulo de la diagonal

✓ bien

G(O, -70°)

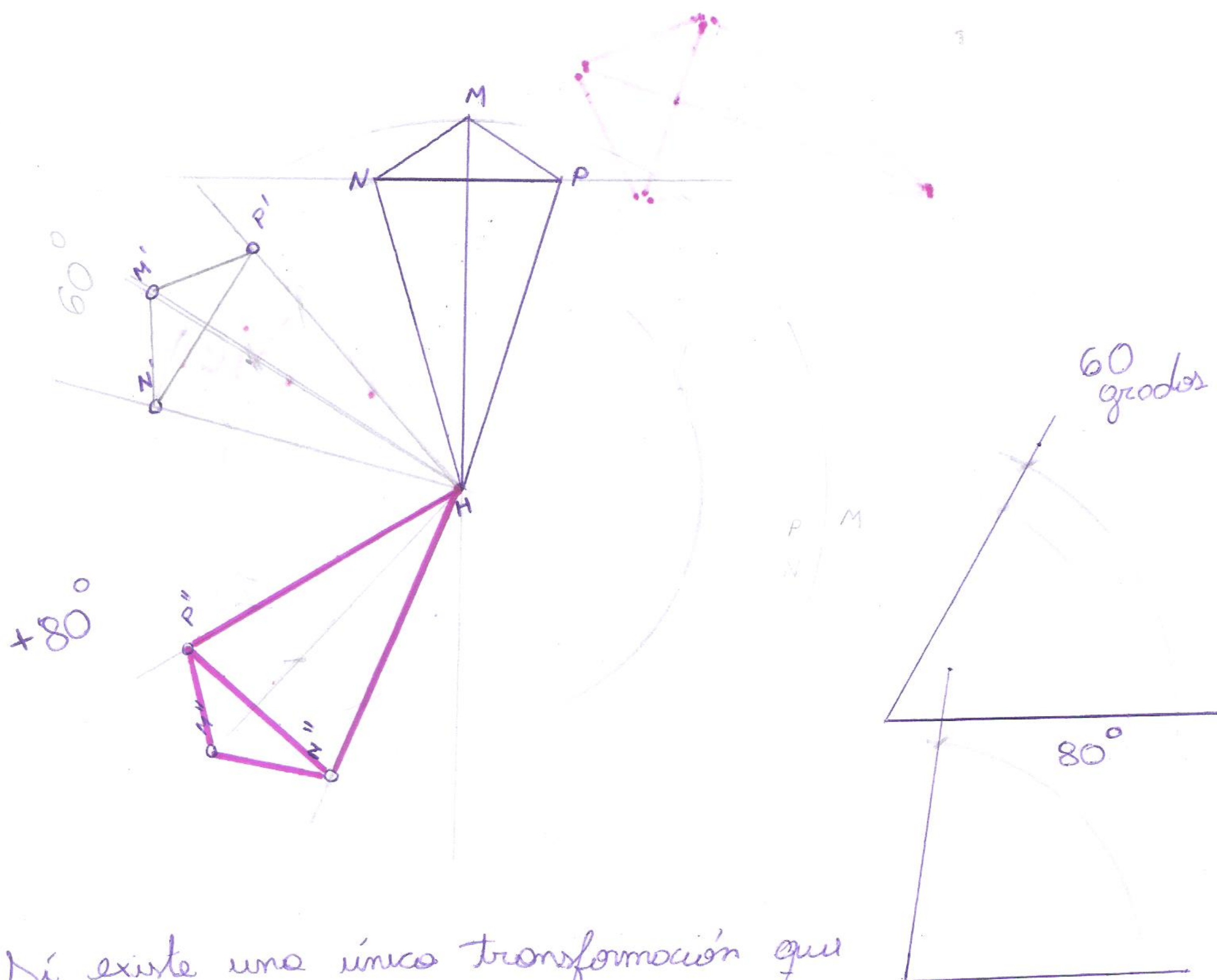


✓ bien

70 grados

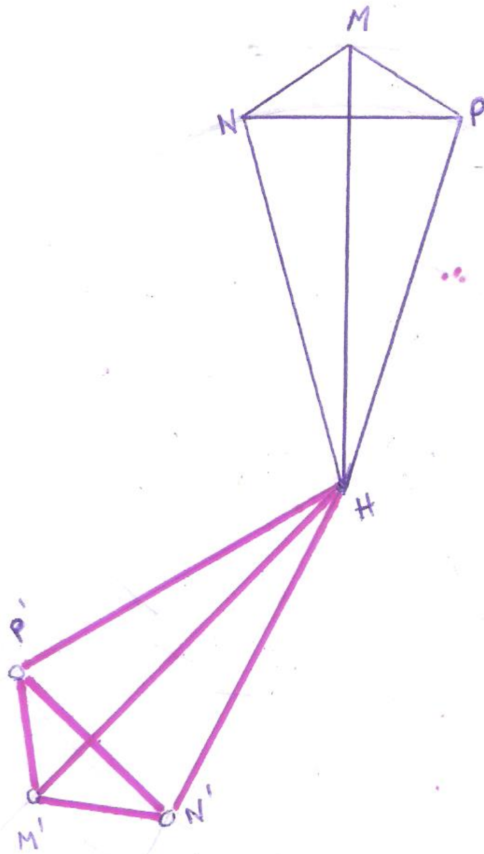
(33) Aplicó al romboide el ejercicio anterior los siguientes composiciones de giros, e indico si existe una única transformación que los reemplace:

ⓐ G(H; 60°) ∘ G(H; 80°)



Sí existe una única transformación que los reemplaza es la suma de ambos, es decir G(H; 140°).

G (H; 140°)



AH +

H -

b. $G(M; 130^{\circ}) \circ G(M; -70^{\circ})$

Si existe una única transformación es la suma de ambas en este caso sería $G(M; +60^{\circ})$

+60°

P'

H'

M

N

N'

H

N''

P''

H''

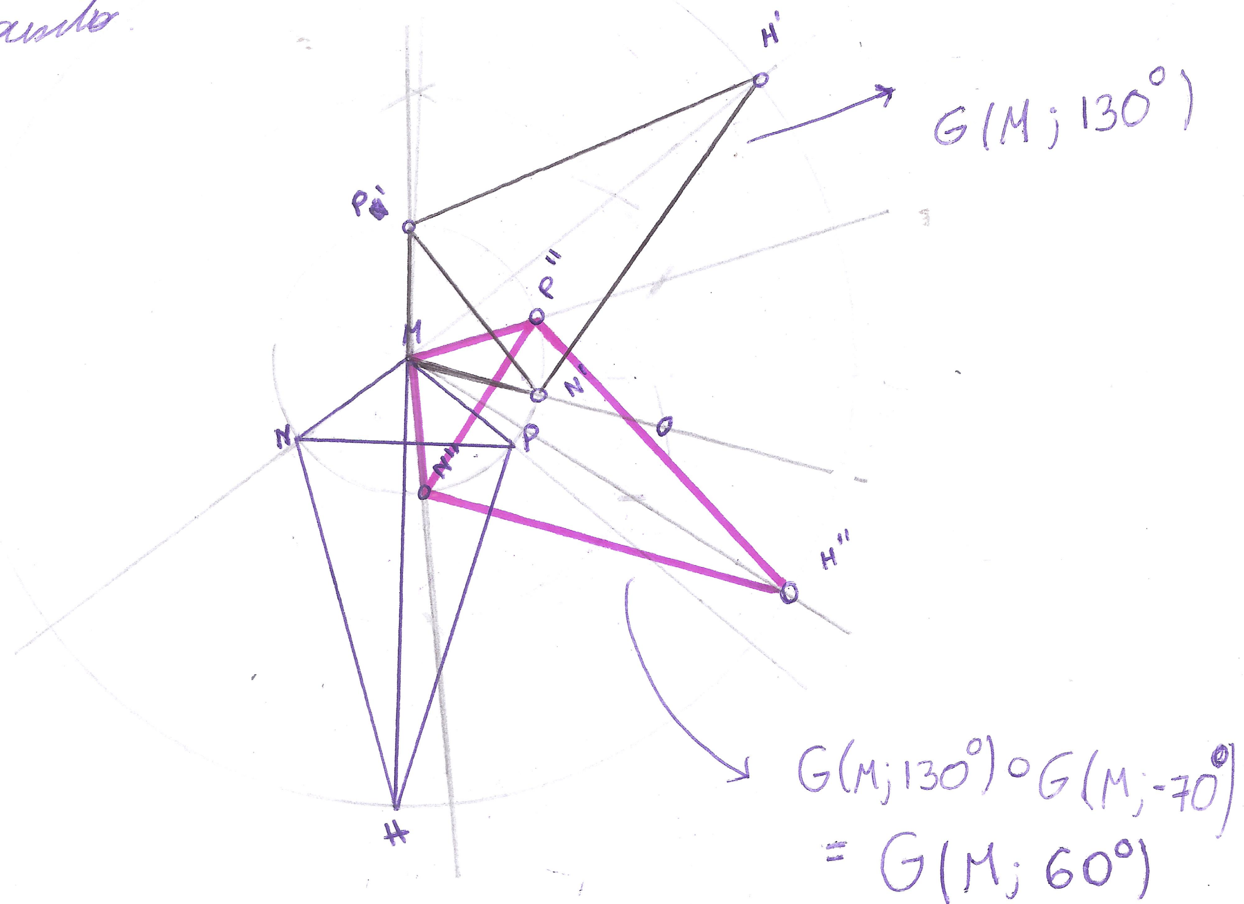
H -

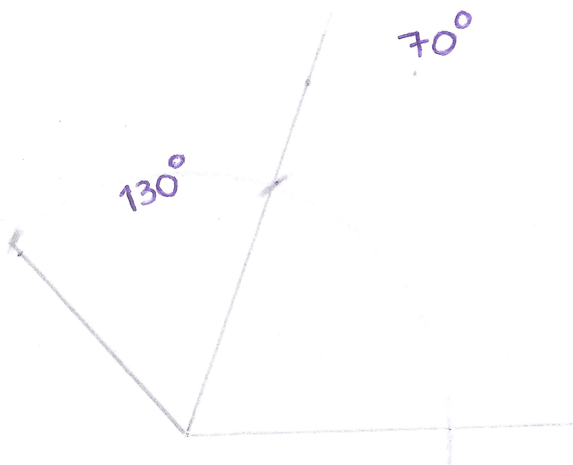
AH +

130 grados

(33) b. G(M;130°) ∘ G(M;-70°)

Si extender desde el punto M tenés q. extender los ~~el~~ ~~diagonales~~ líneas que salen de M. Lo mismo con cualquier punto.



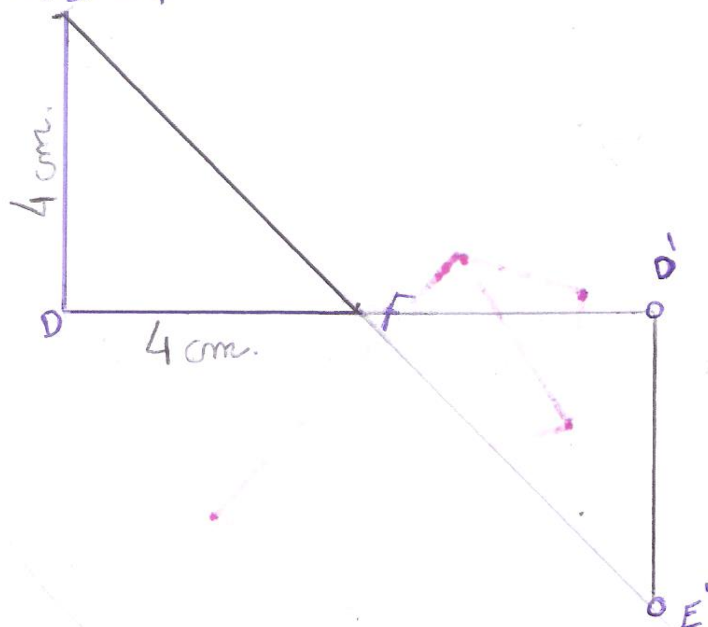


Para trazar el ángulo nega-tivo tenés que marcar con el compás hacia el lado con-trario.

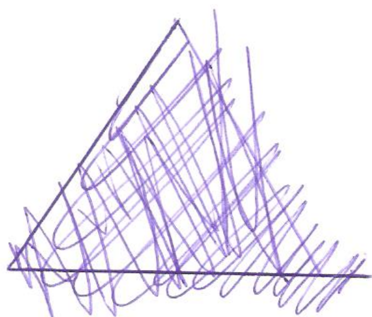
Simetría central (radial)

(34) Construir un Δ isósceles EDF cuyos lados iguales miden 4 cm. Al mismo realizarle las siguientes simetrías:

a) E S_F



b.



b. Construir un Δ isósceles EDF cuyos lados iguales miden 4 cm. Del mismo realizarle las sig. simetrías:

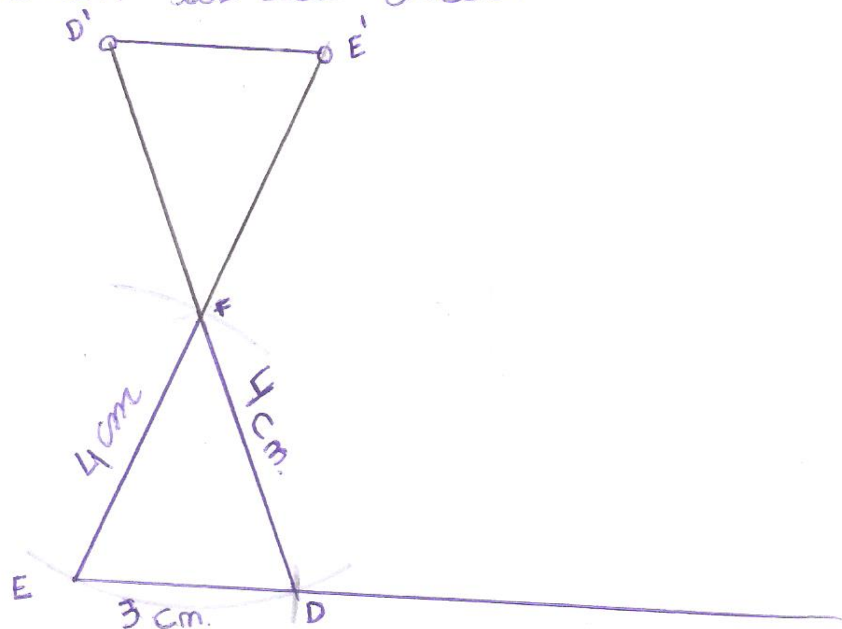
(b) S_O donde O es el punto medio del lado EF.

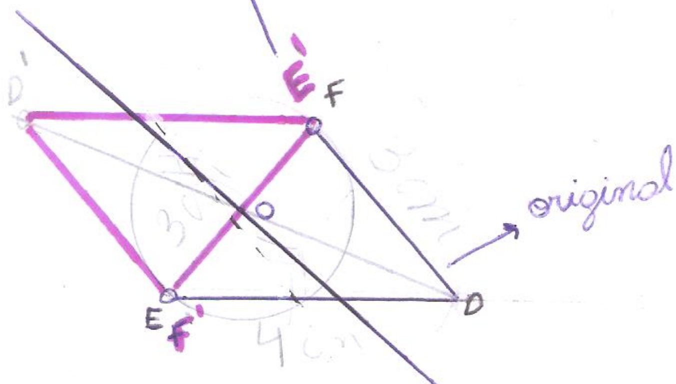
Para armar un Δ isósceles con el compás tomo el segmento de la base. ~~Hago~~ Dibujó un segmento cualq. ~~en donde~~ & ubicó el compás al comienzo y marcó donde corta luego tomó el otro segmento y hacé dos arcos desde los dos extremos. Luego uní los ~~seg~~ segmentos en donde se cortan los dos arcos.

(a) S_F

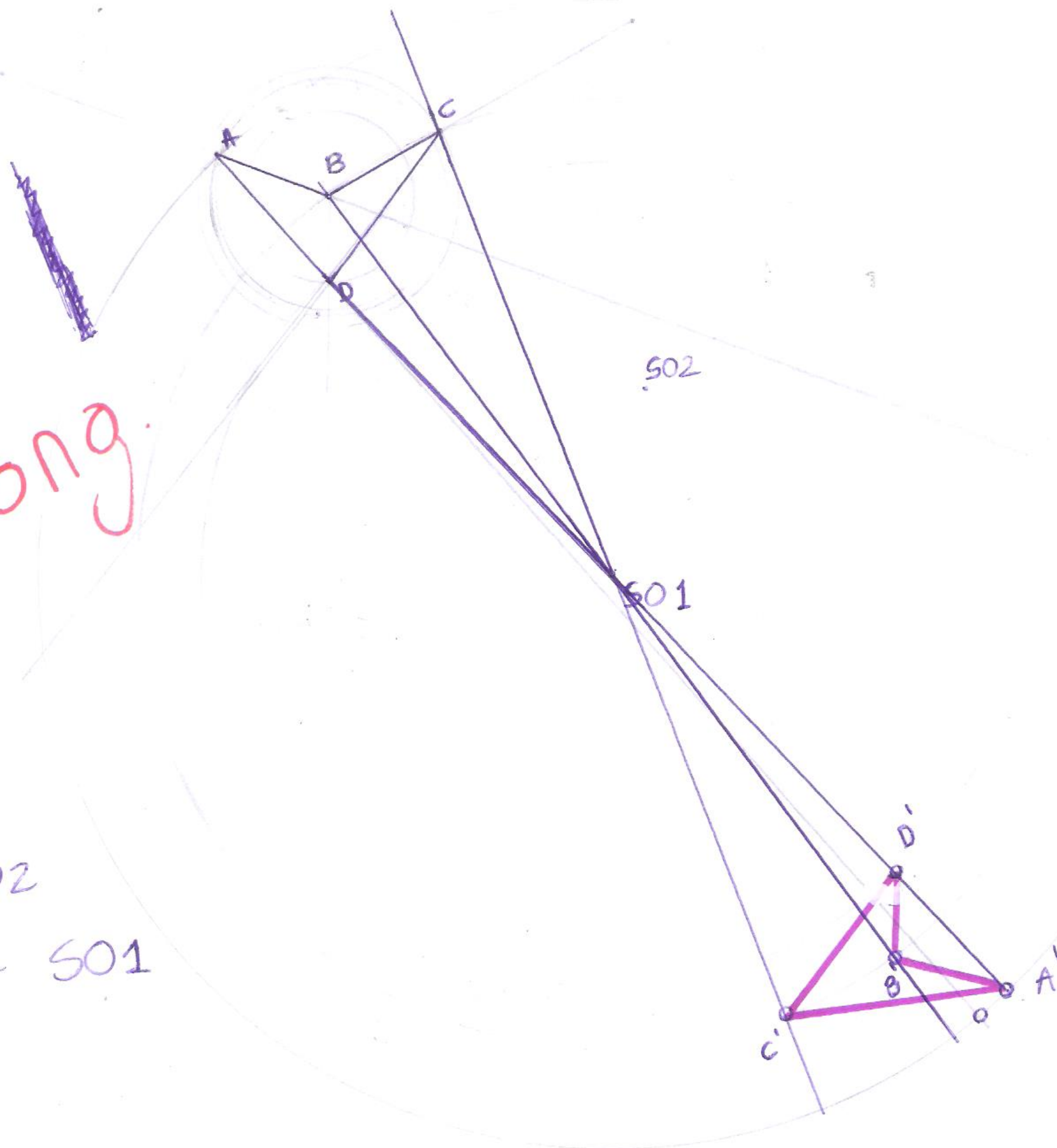
4 cm.

3 cm.



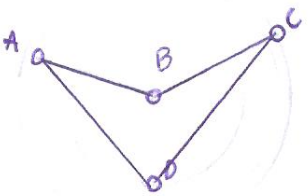


35. Aplica a la siguiente figura la compo-
-sición de simetrías centrales SO2 o SO1.



Primero
aplicó SO2
luego SO1

(35) Aplica a la siguiente figura la composición centrales SO2 o SO1.

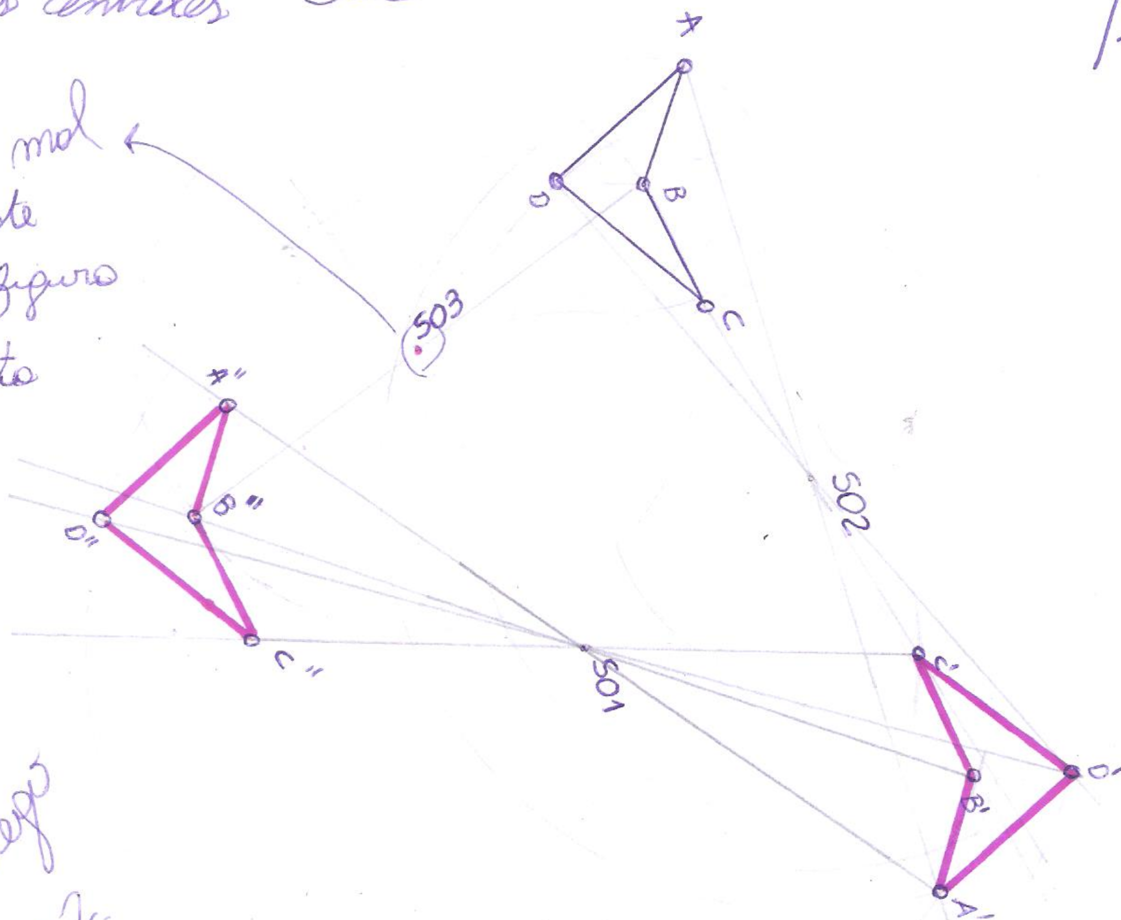


SO2

SO1

35. Aplica a la siguiente figura la composición de simetrías centrales SO2 ∘ SO1.

222.



mal

no existe porque la figura se da vuelta

Mal

Primero SO1 luego SO2.

a. La composición de simetrías centrales cumple con la ~~condición~~ ley de cierre? NO.

b. Cuál es el movimiento que reemplazaría a la composición de simetrías indicadas en el ítem a)? NO existe

c. La composición de simetrías centrales es conmutativa? NO porque SO1 ∘ SO2 ≠ SO2 ∘ SO1.

Respuestas

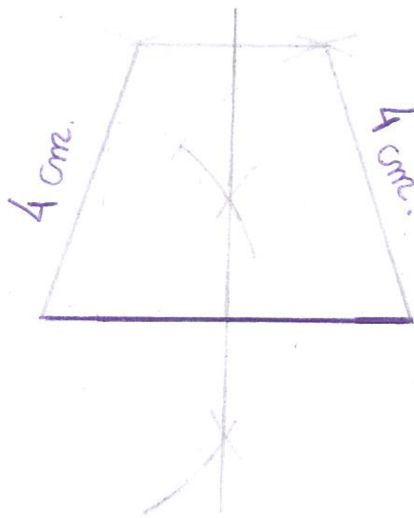
a) Ley de cierre ejemplo: la suma de dos nº enteros siempre es un entero

No cumple la ley de cierre ya que la composición de simetrías centrales no termina en el mismo lugar de la figura original.

Simetría axial

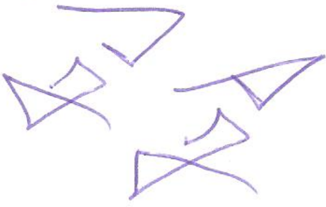
36. Construir un trapecio isósceles MNBG cuyos lados iguales miden 4 cm. Al mismo realizarle las siguientes simetrías:

a. Se donde e es la recta paralela al lado BG exterior a 2 cm.



Construir trapecio isósceles

Buscó el punto medio desde un extremo trazó con el compás el arco con la medida de los lados y luego situate en el punto medio y trazó arcos hacia ambos lados.



No me alcanzó hoja



36. Se donde e es la recta paralela al lado BG exterior a 2 cm.

(a.)

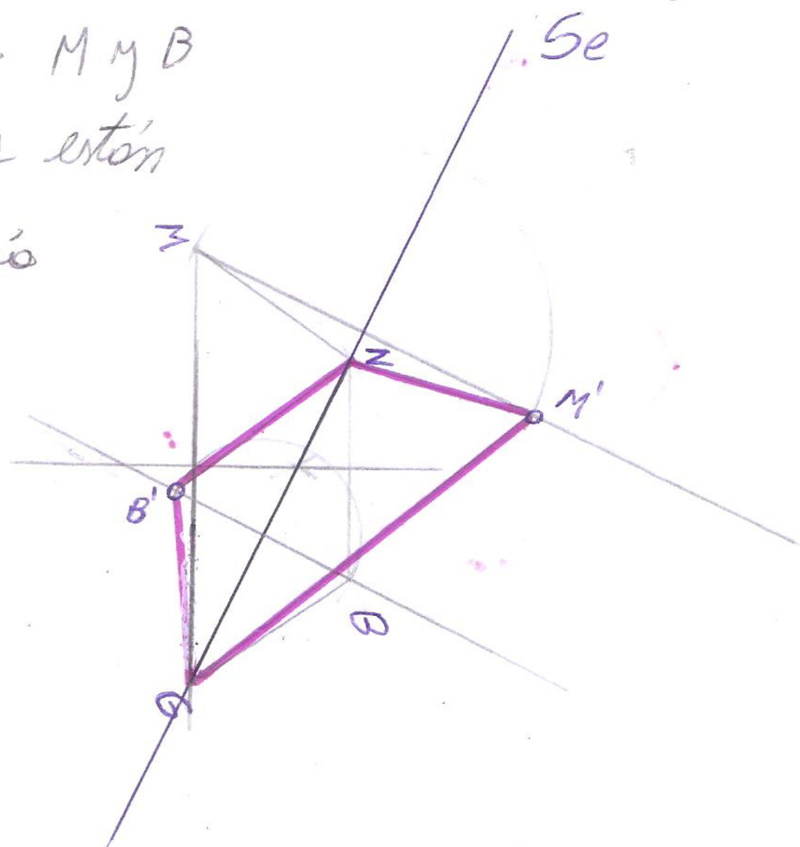
N
M
rectas perp. a Se
B
Se
G
G'
B'
M'
N'

Con compás en la mitad de la recta correspondiente medir distancia de cada pto. hacia el otro lado de la recta y trazar

36. Construir un trapecio isosceles MNBG cuyos lados iguales miden 4 cm. Al mismo realizarle las sig. simetrías: 225.

ⓑ Se donde el eje es uno de las diagonales.

Sólo sobre los puntos M y B porque los otros dos están sobre el eje de simetría



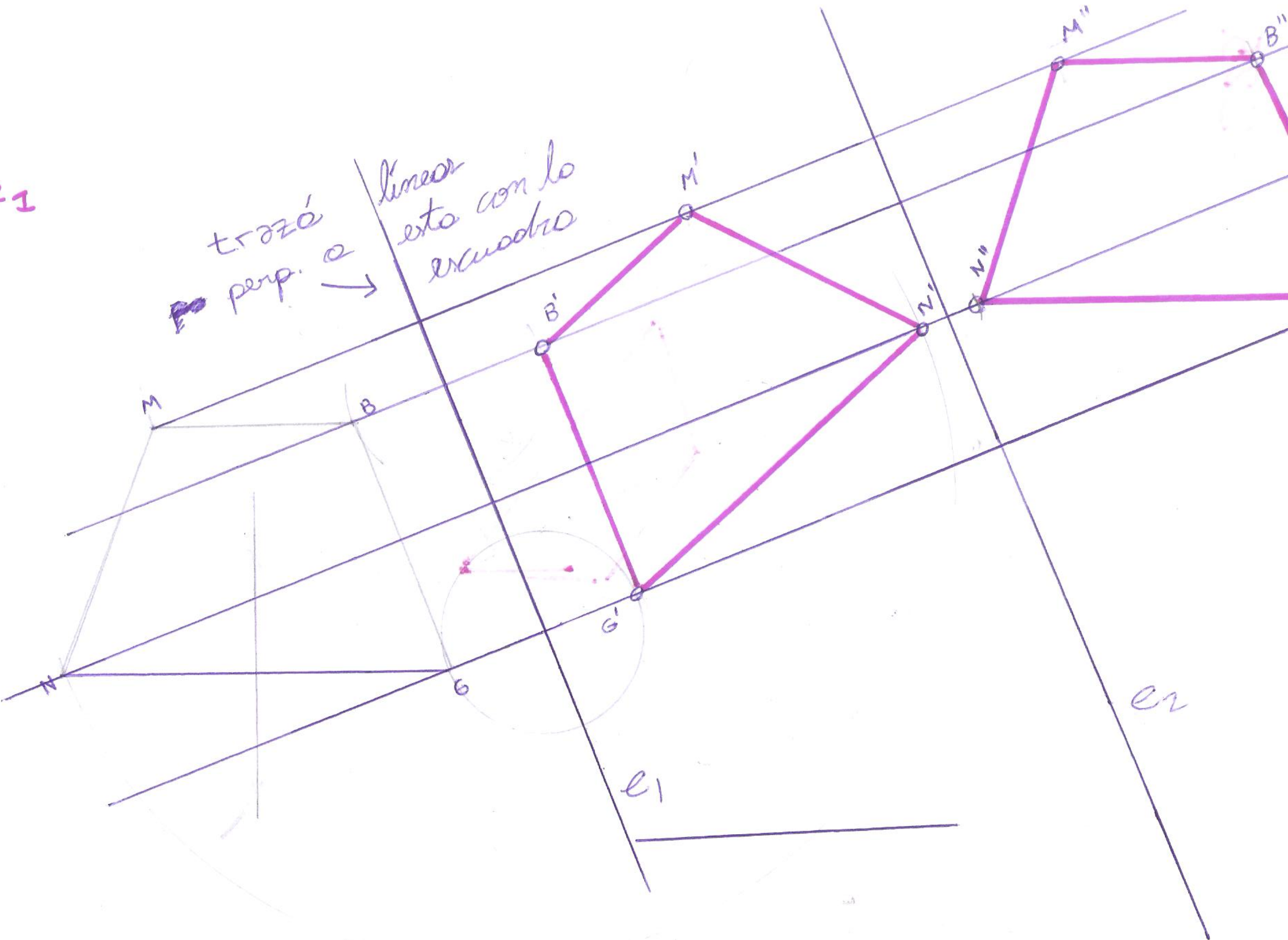
(37) Aplicá al trapecio del ejercicio anterior la composición de simetrías axiales según lo indicado. En cada caso establece si ∃! movimiento q. reemplace la composición.

ⓐ $S_{e_2} \circ S_{e_1}$ donde $e1 \parallel e2$

37. a)

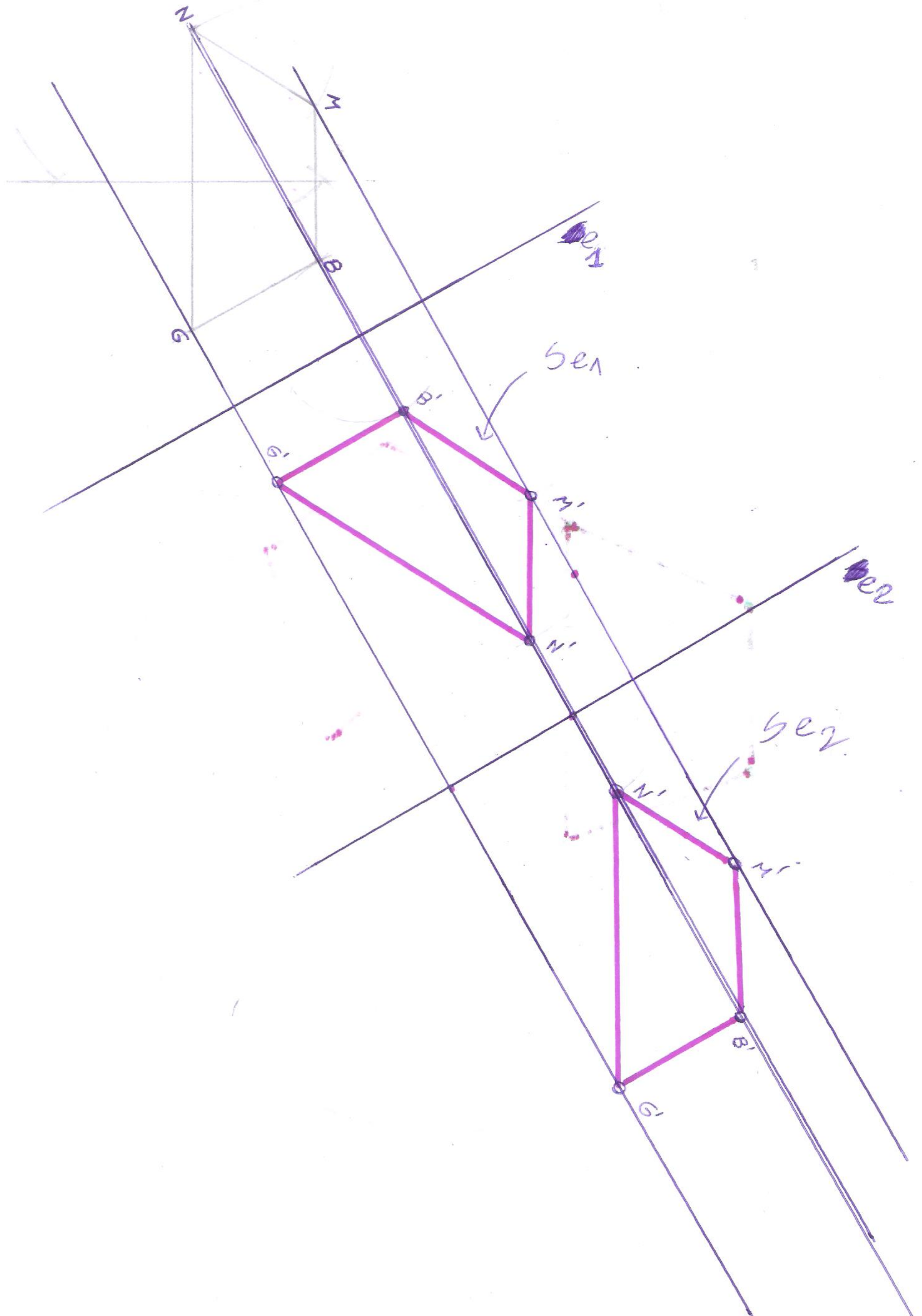
$S_{e_2} \circ S_{e_1}$

$e_1 // e_2$

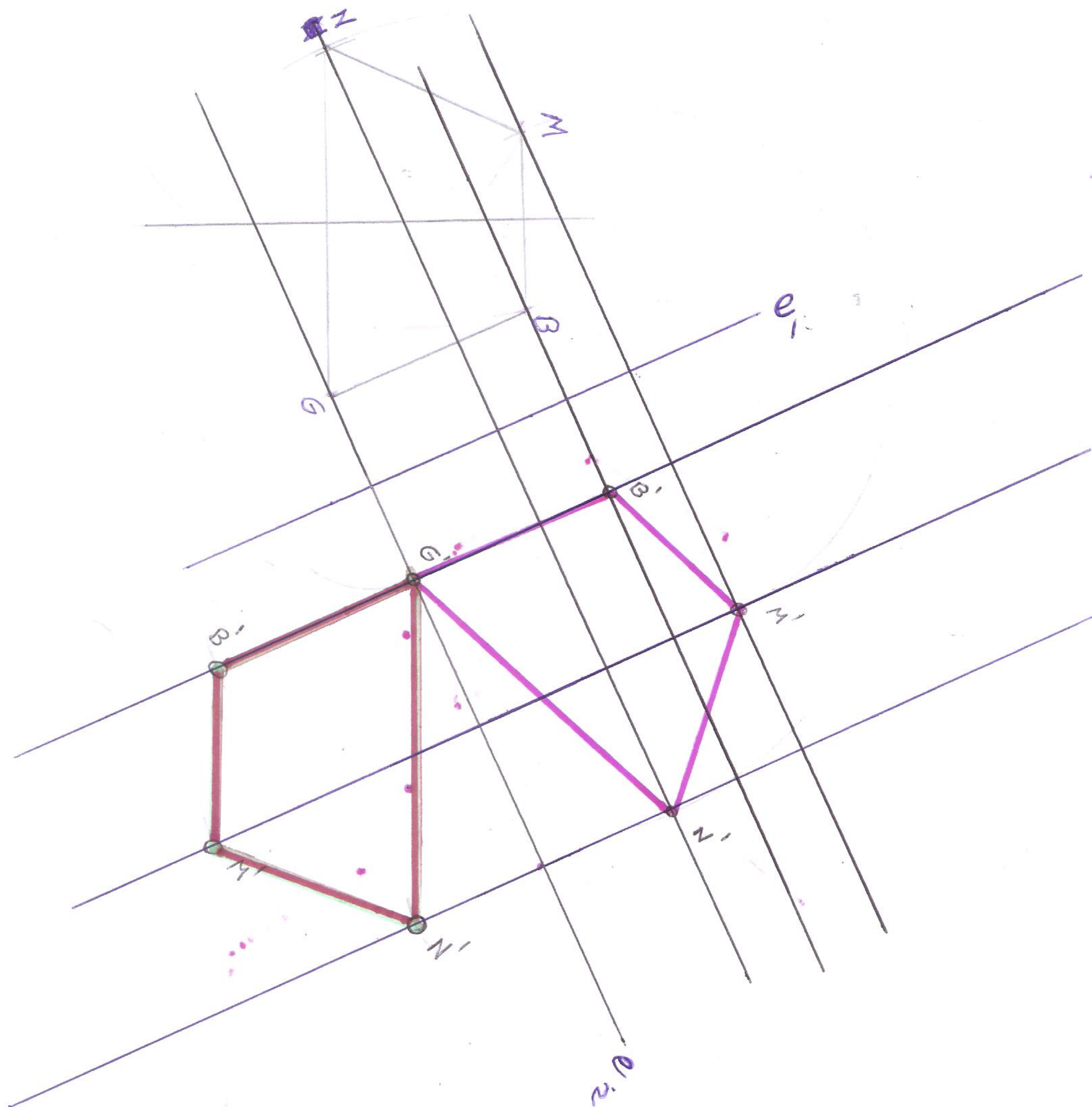


No existe un único movimiento que reemplace la composición

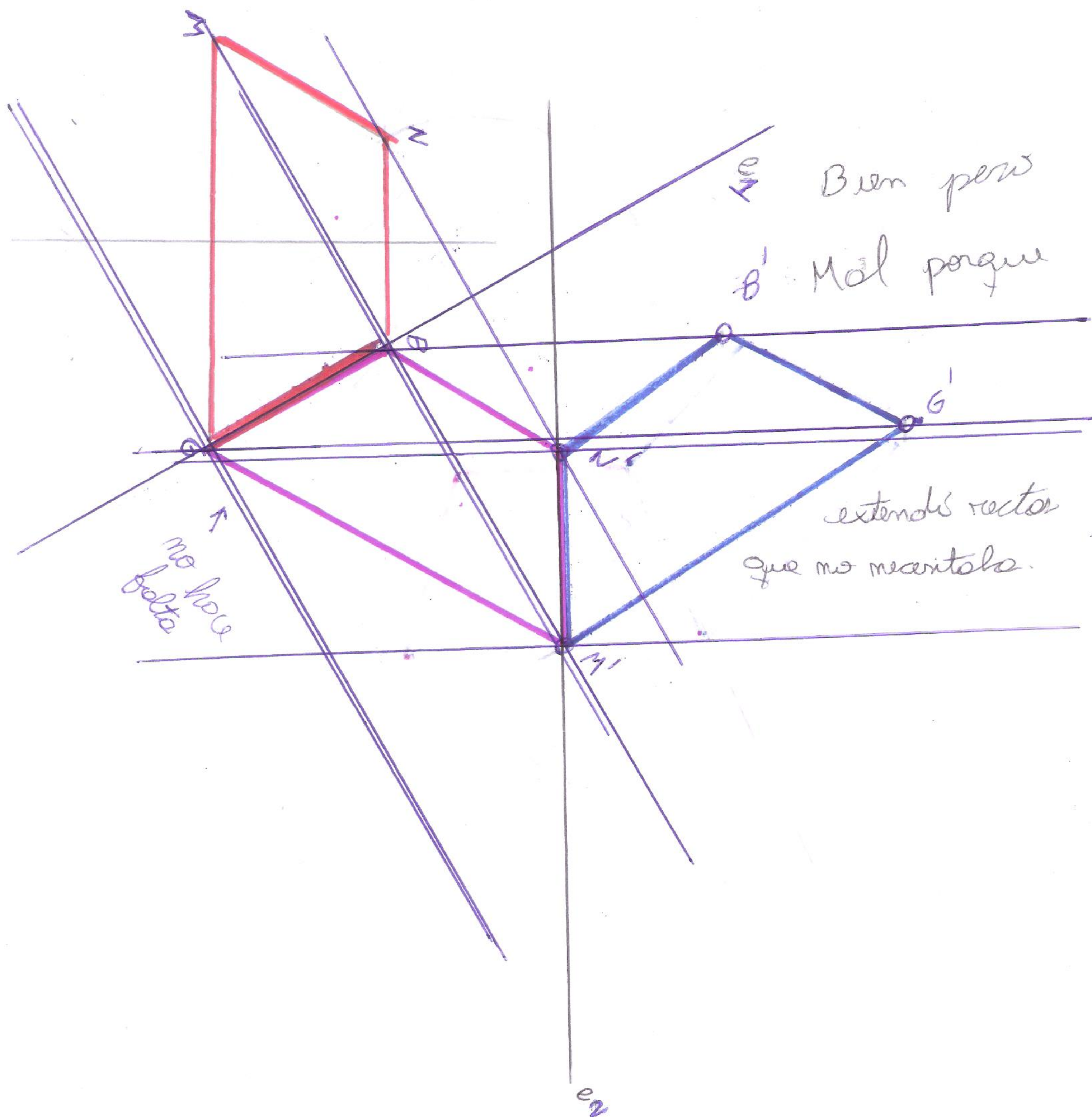
ⓐ $S_{e_2} \circ S_{e_1}$ donde $e_1 \parallel e_2$.



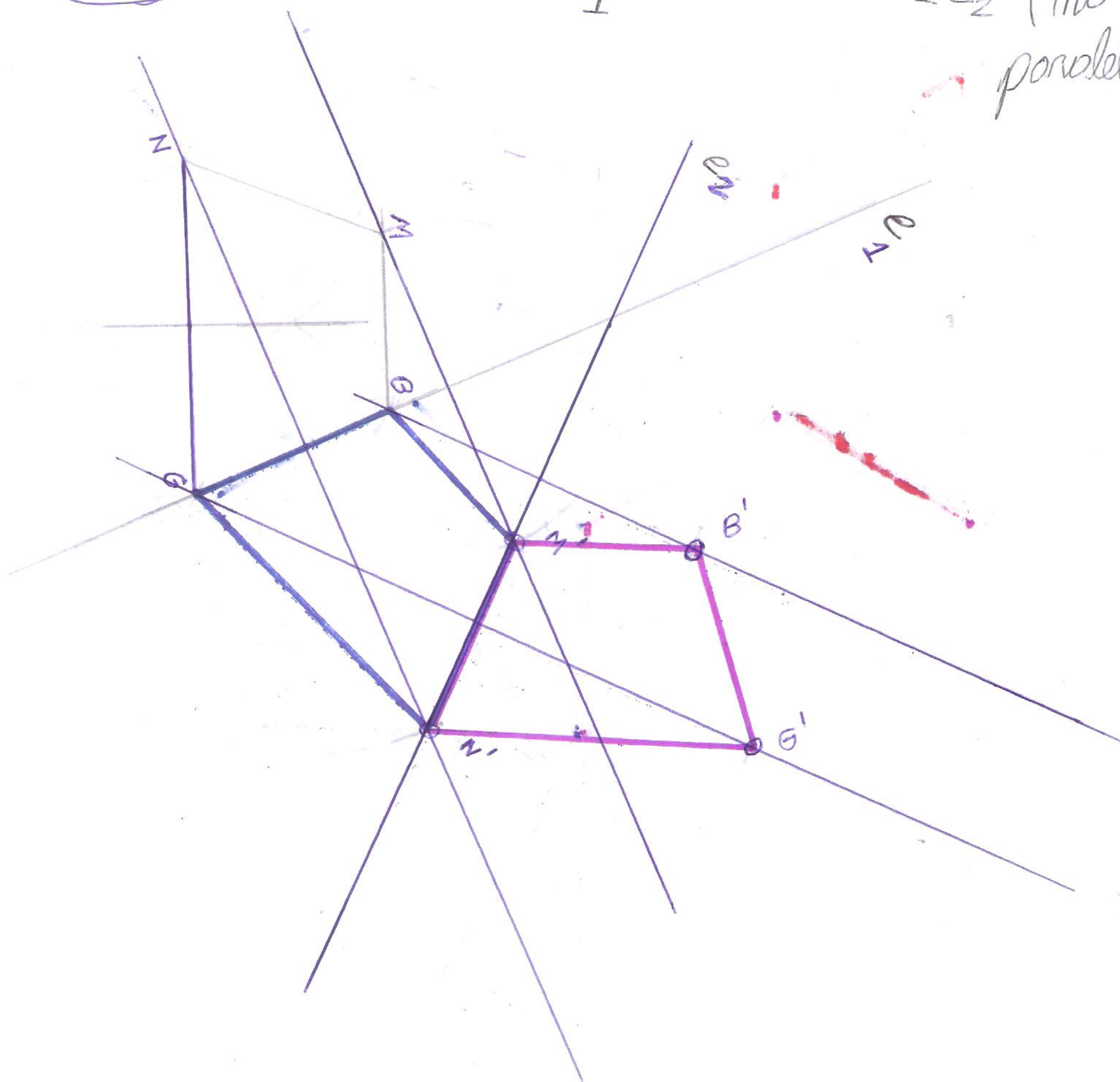
b. $S_{e_2} \circ S_{e_1}$ donde $e_1 \perp e_2$.



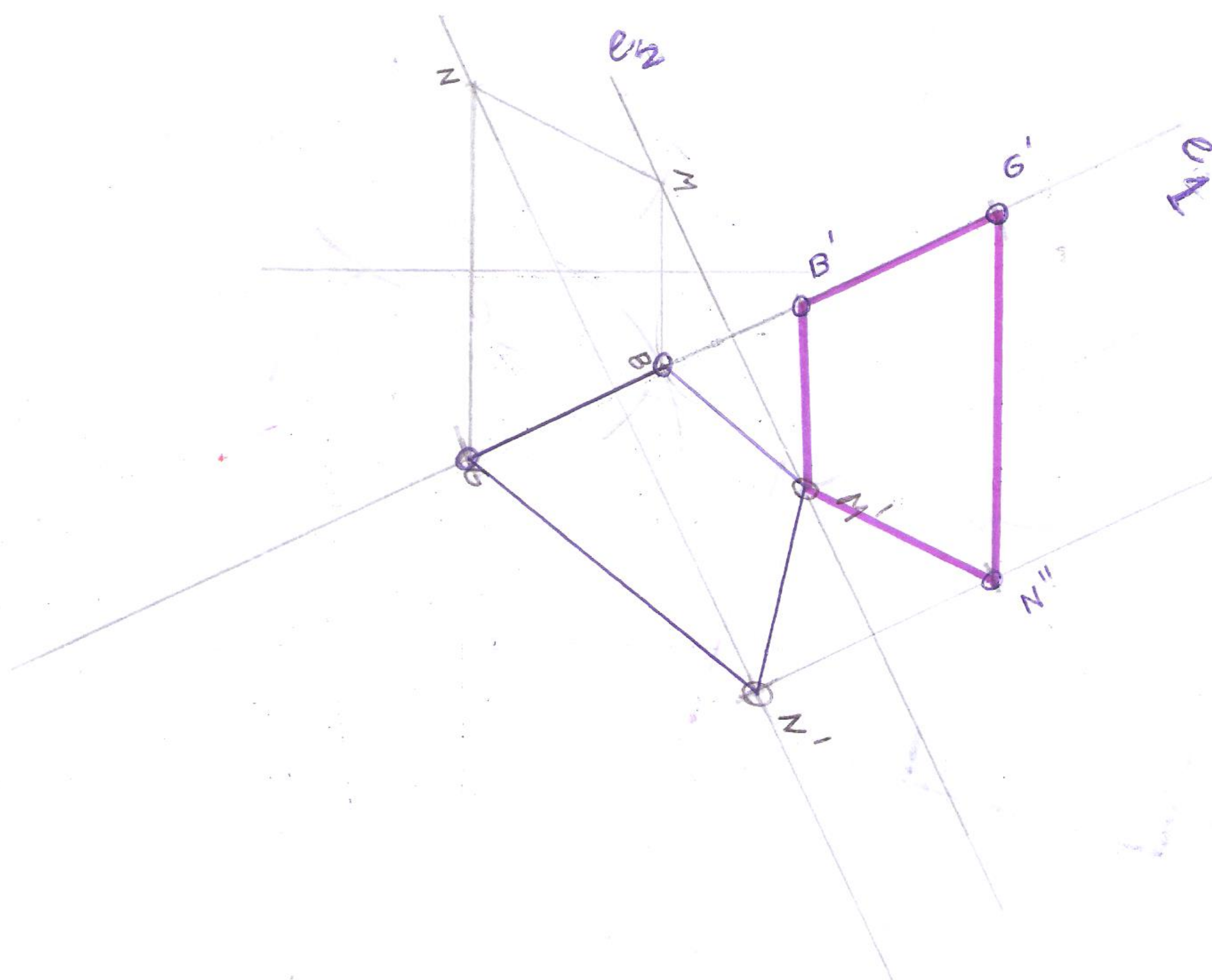
(37) (c) $S_{e_2} \circ S_{e_1}$ donde $e_1 \angle e_2$.



(37) c. $S_{e_2} \circ S_{e_1}$ donde $e_1 \perp e_2$ (no paralelas)



(37) b. $S_{e_2} \circ S_{e_1}$, donde $e_1 \perp e_2$

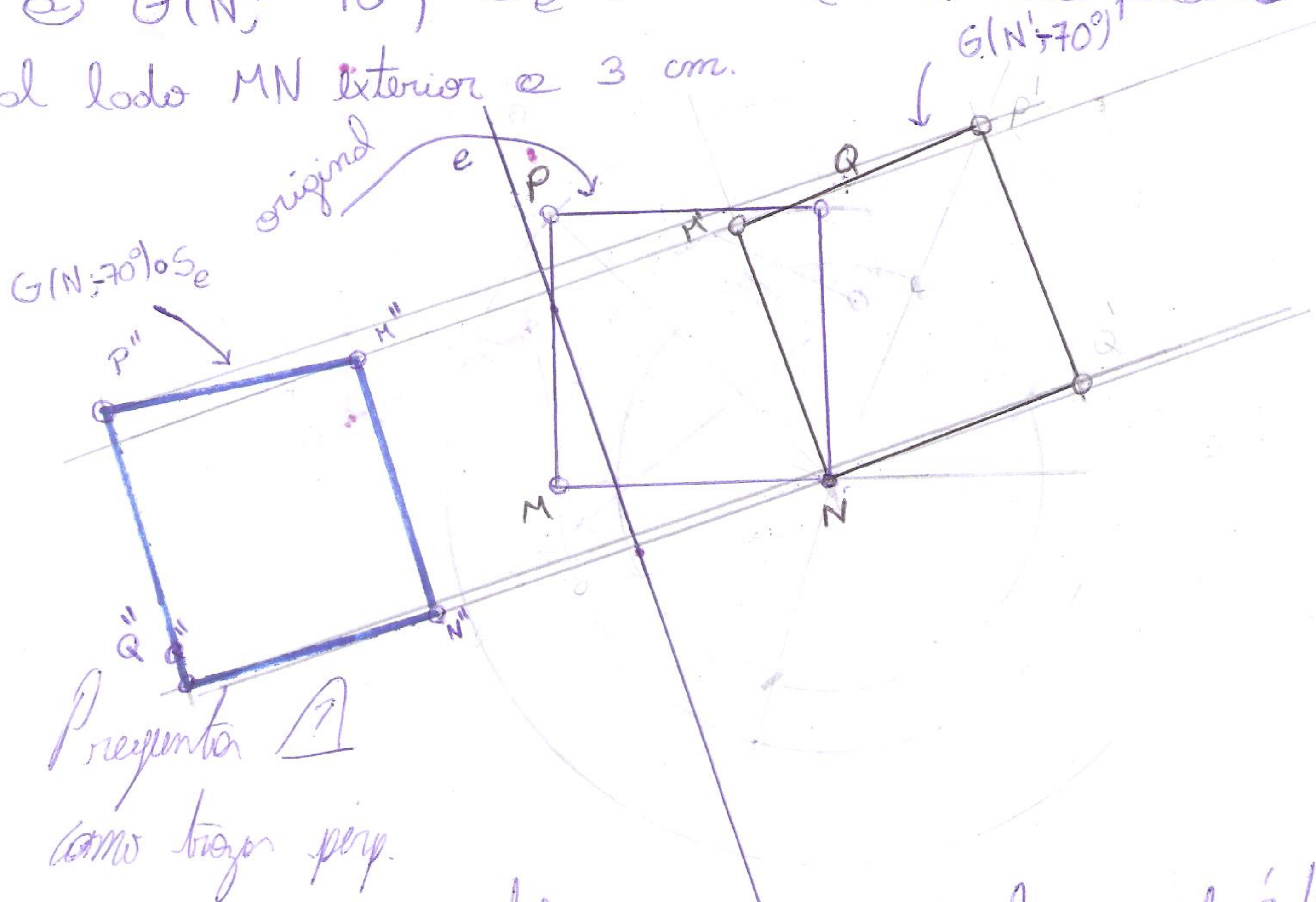


Aprender a construir trapecios (no isósceles) y diferentes cuadriláteros.

Composición de movimientos

38. Construir un cuadrado MNPQ y realizar los siguientes composiciones:

ⓐ $G(N'; -70°) \circ S_e$ donde e es la recta paralela al lado MN exterior a 3 cm.



Pregunta ⚠

como trazar perp.

70 grados

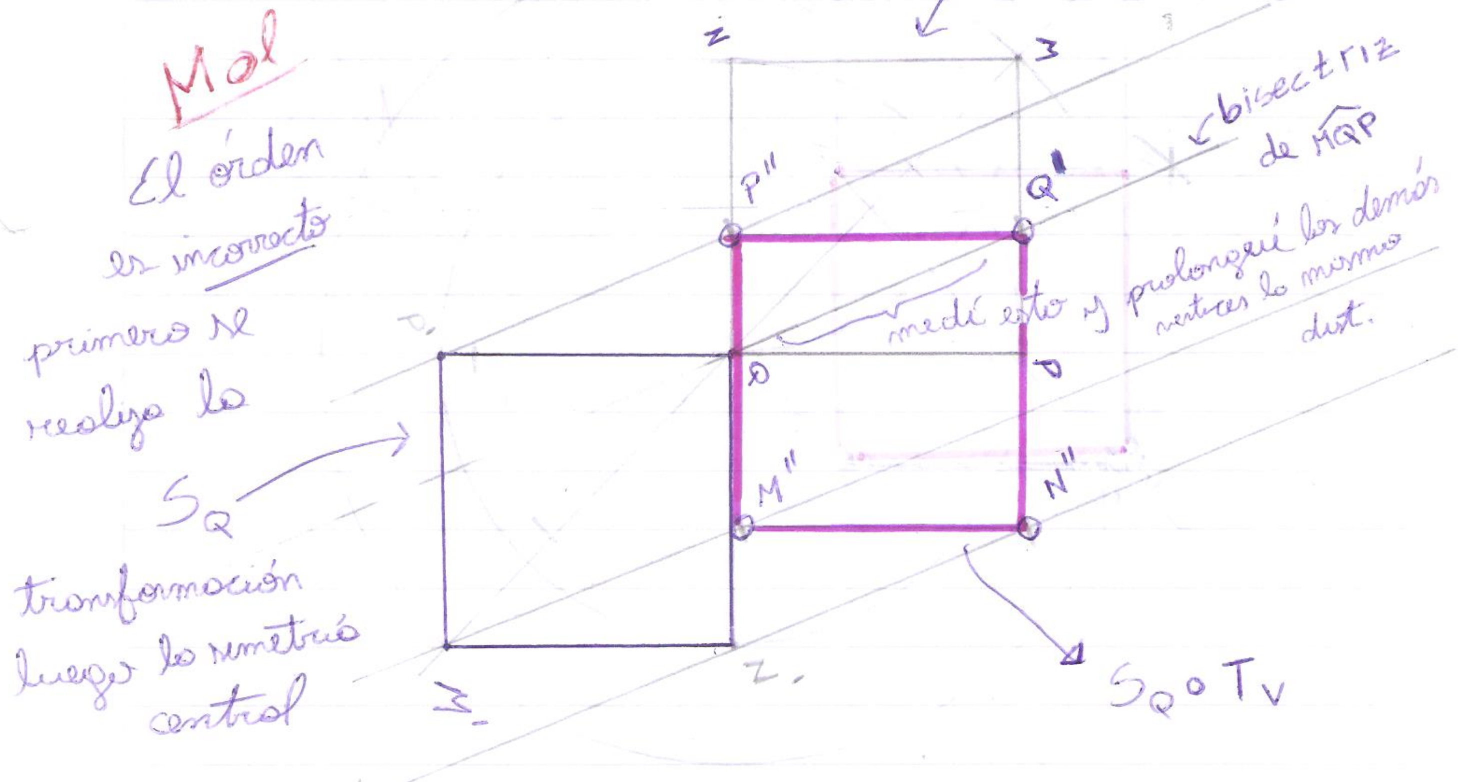
10°

M al por el orden

El orden es:
primero se realiza
Se luego el giro.

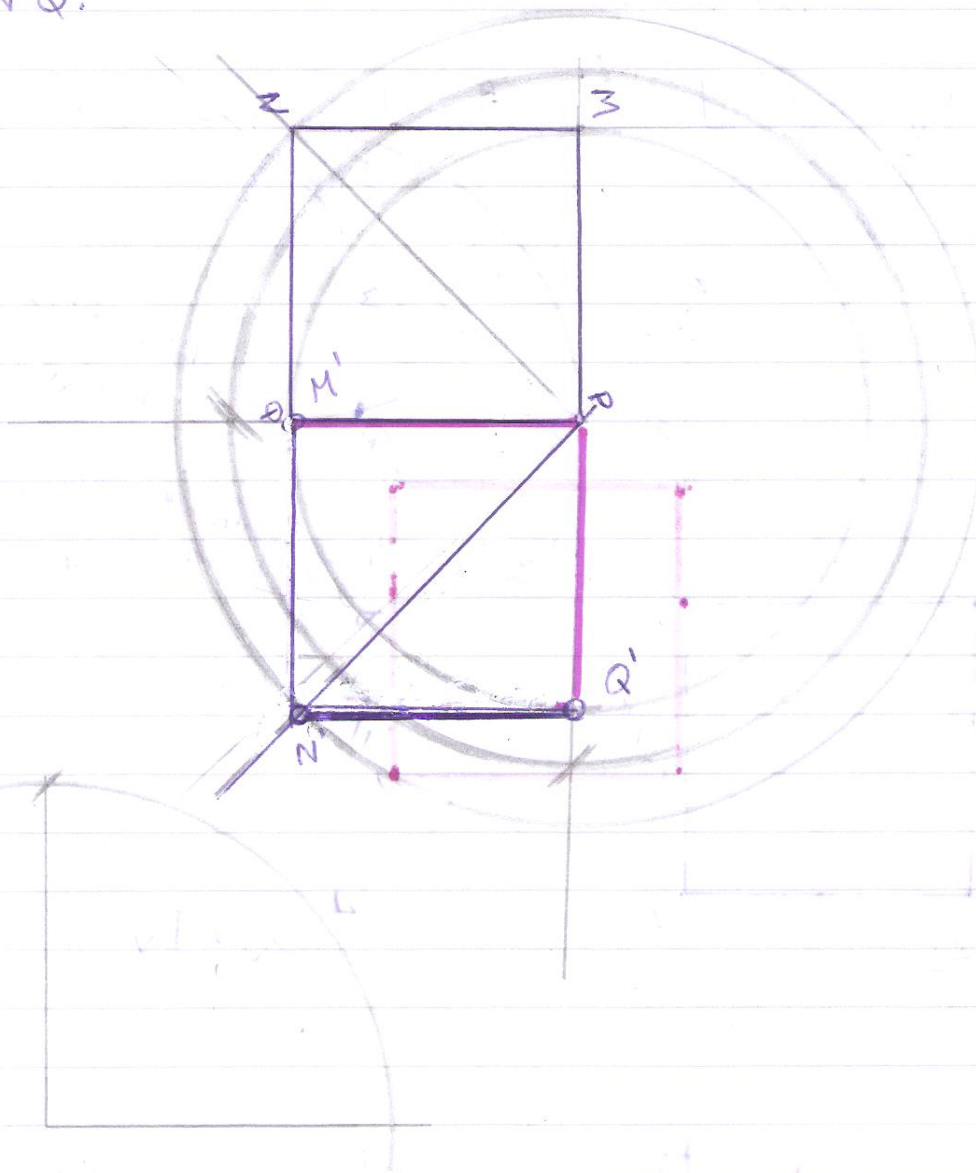
38. Construir un cuadrado MNPQ y realizar las siguientes composiciones:

b. $S_Q \circ T_V$; donde v es la bisectriz del $\widehat{MQP}$.



Para realizar Tv trazó paralelas a la bisectriz con dos escuadras.

ⓒ $S_e \circ T_v \circ G(P;90^\circ)$ donde v es la diag. MO y el eje e es la recta que pasa por la diag. N'Q'.

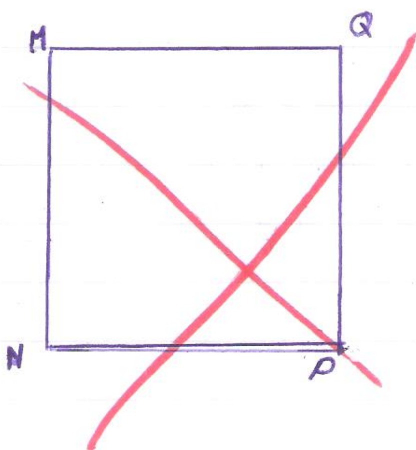


Md

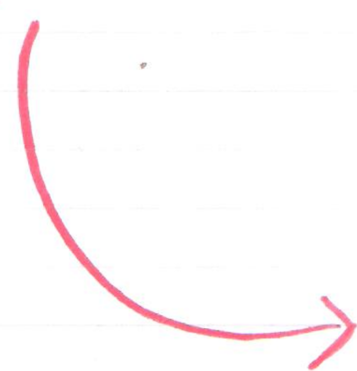
Composicion de movimientos

38. Construir un cuadrado MNPQ y realizar los siguientes composiciones:

c) $S_e \circ T_v \circ G(P; 90^\circ)$ donde v es la diagonal MO y el eje e es la recta que pasa por la diagonal N'Q'.



Hecho en la página 236.



(38) © $S_e \circ T_v \circ G(P;90^0)$

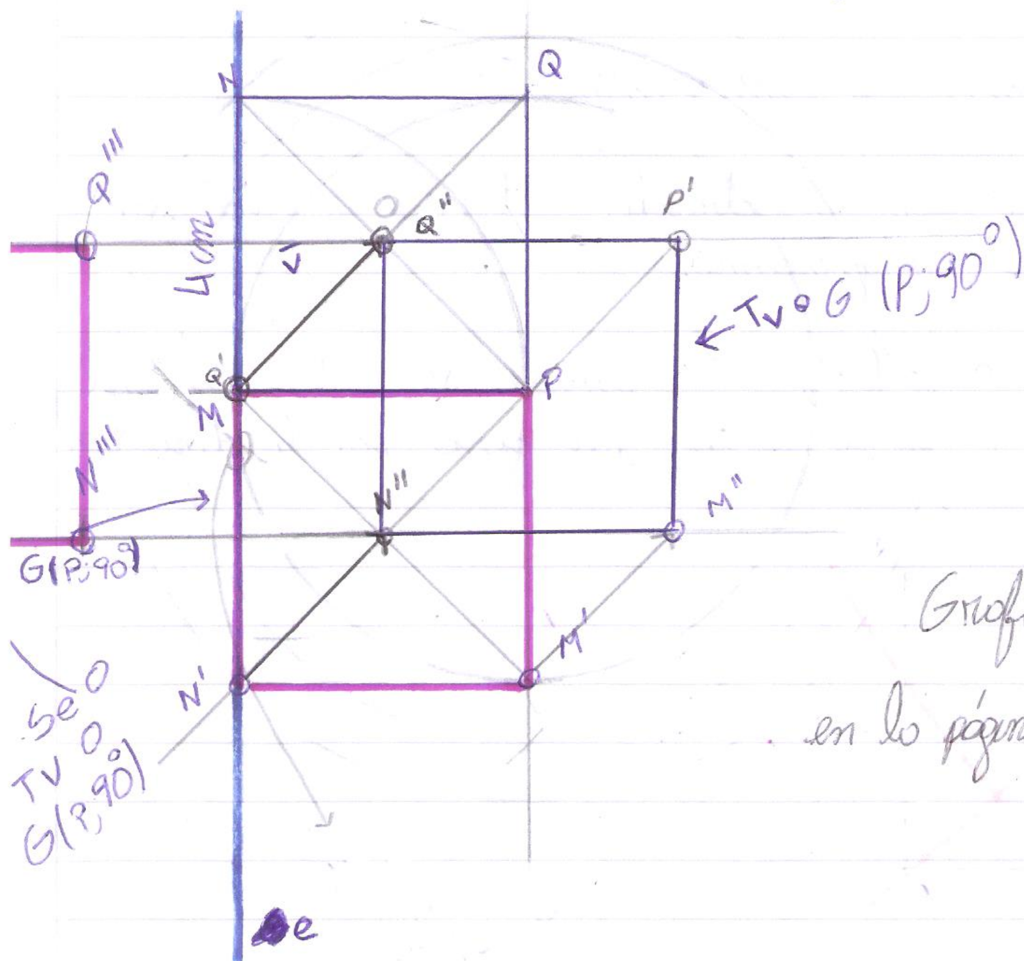
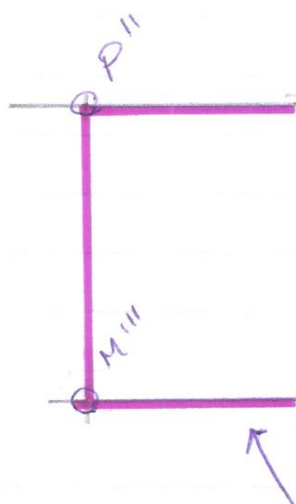


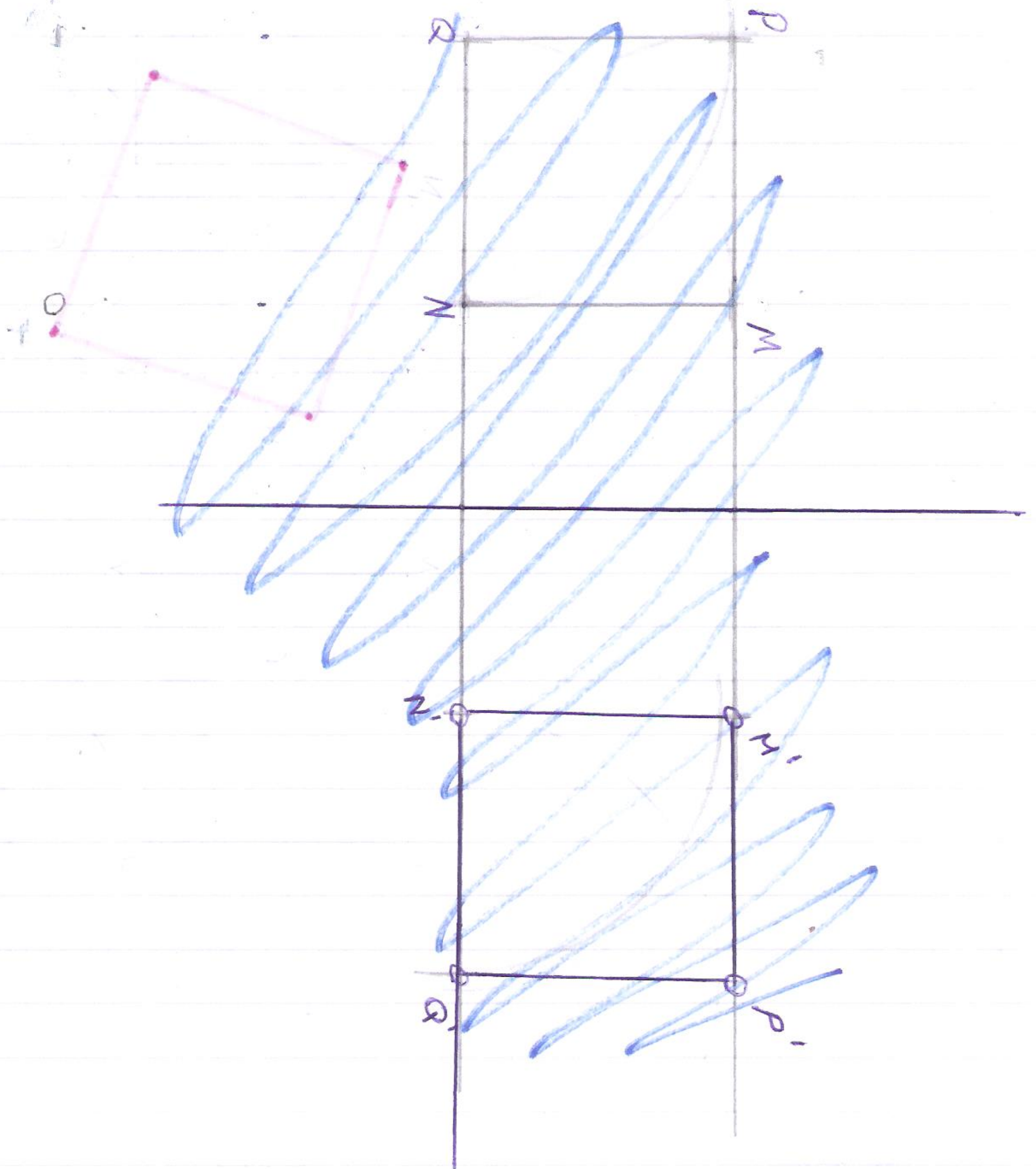
Grafico continúo en lo página 236 anexo.

90° grados

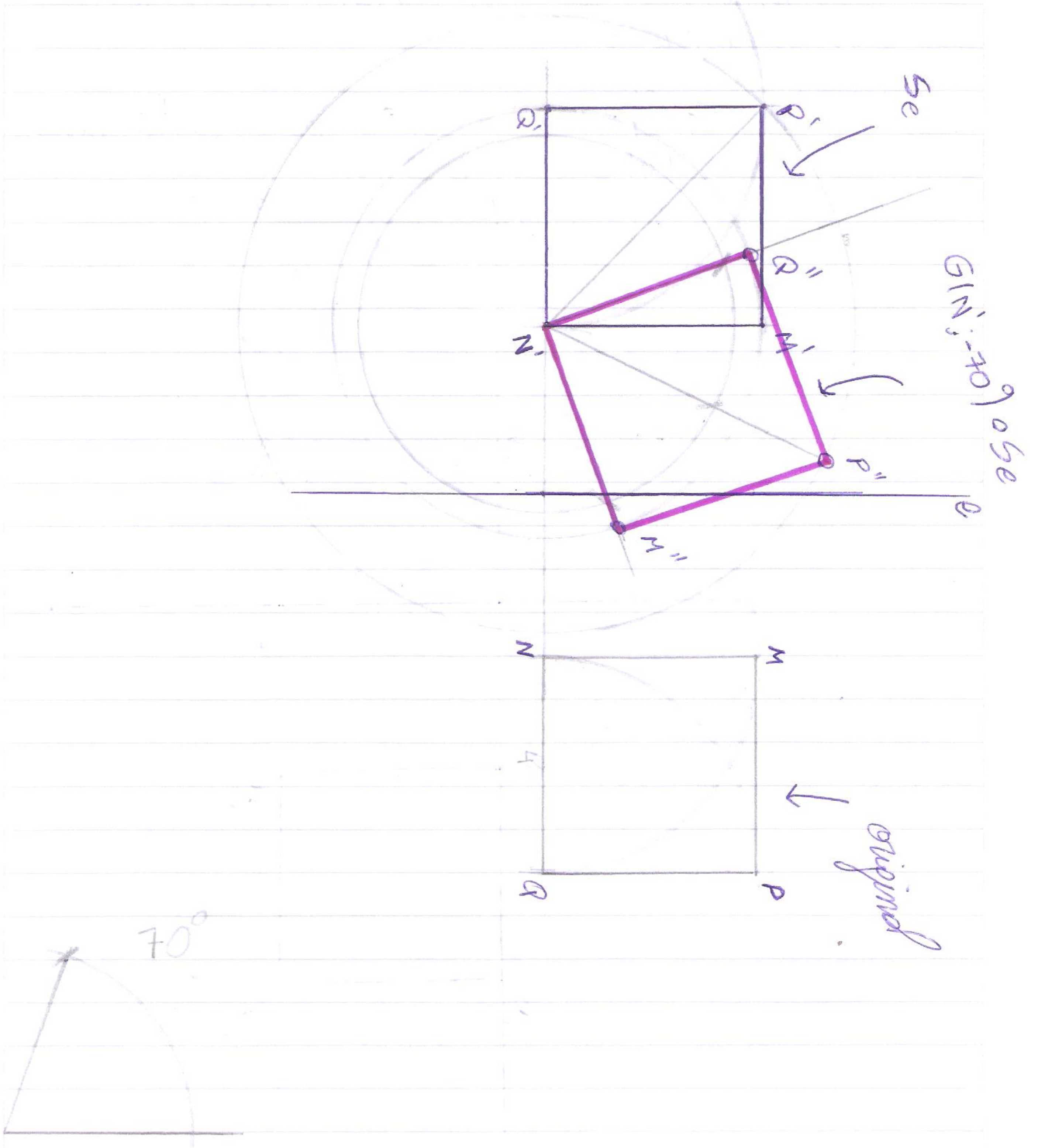

P''
M'''

38. Construir un cuadrado MNPQ y realizar las siguientes composiciones:

ⓐ $G(N'; -70°) \circ S_e$ donde e es la recta paralela al lado MN exterior a 3 cm.

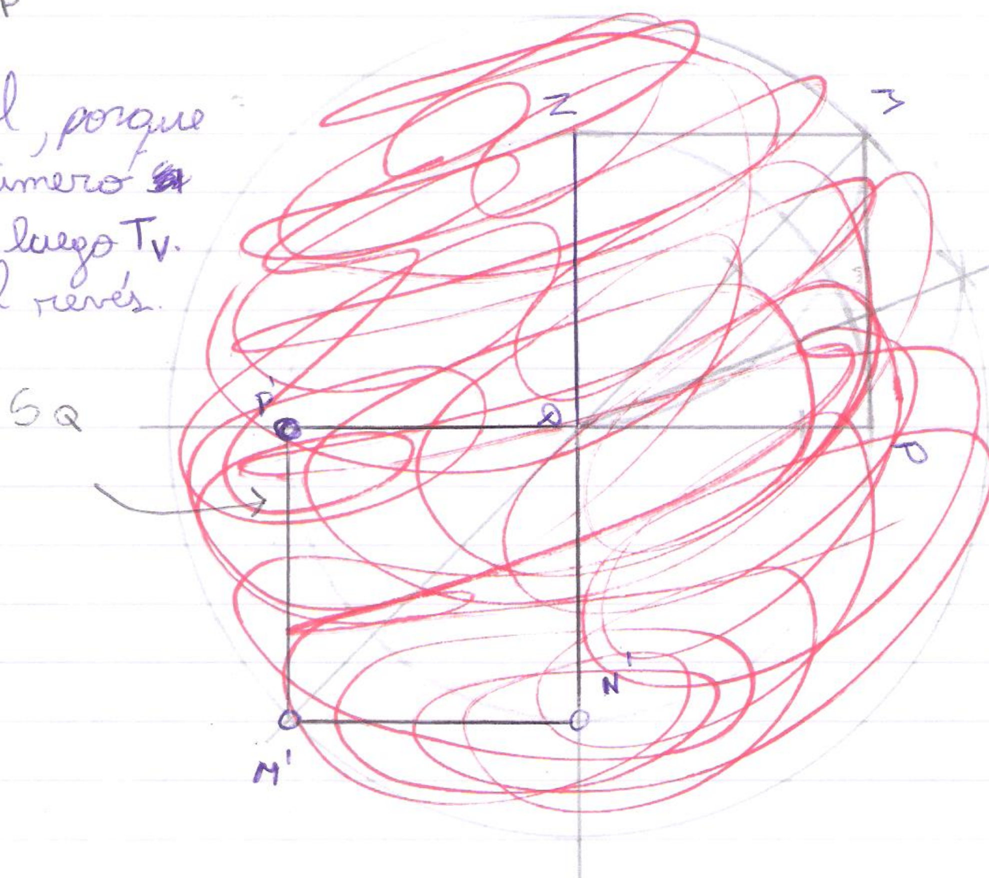


38. ⓐ

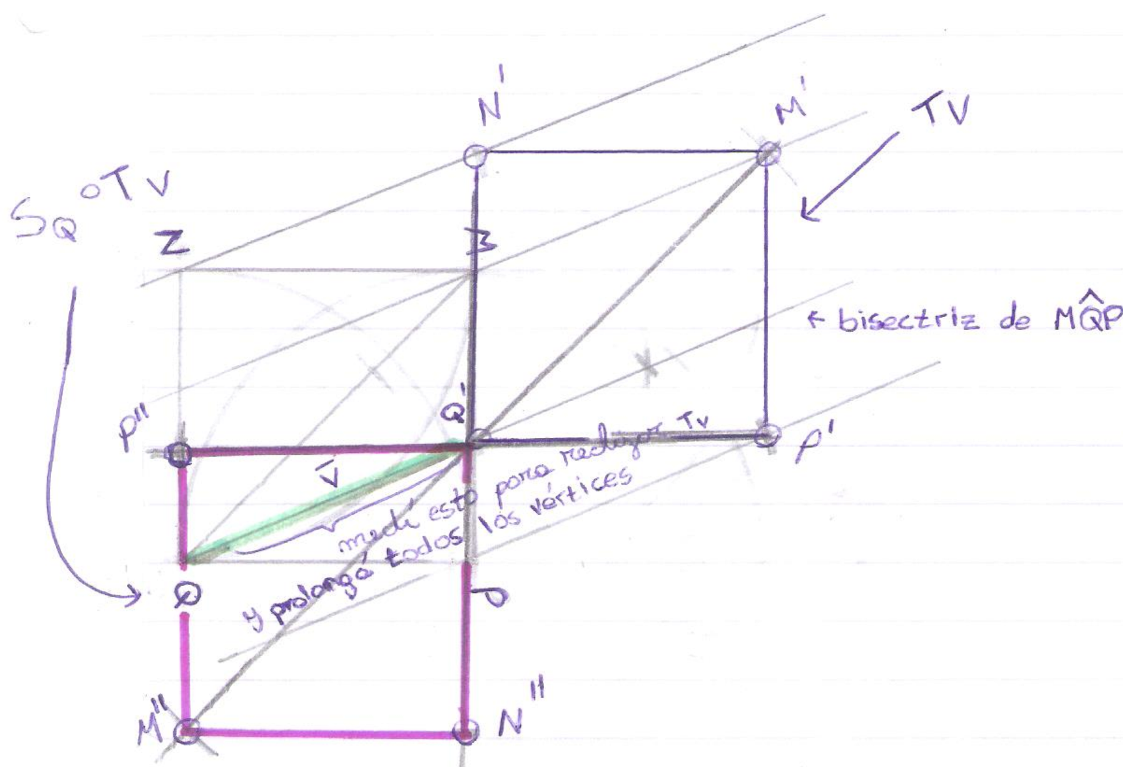


(38) b. $S_Q \circ T_V$, donde V es la bisectriz de $M\hat{Q}P$

Mal, porque hice primero S_Q y luego T_V. Y es al revés.



(38) b. $S_Q \circ T_V$, donde V es la bisectriz de $M\hat{Q}P$.



Trabajo Práctico: Cuerpos Geométricos

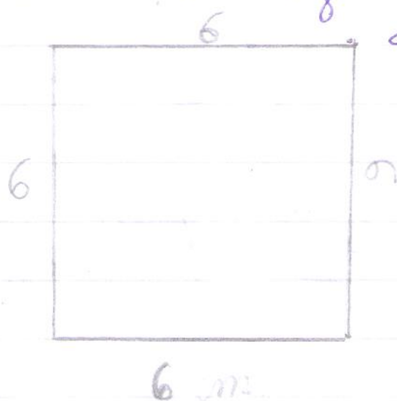
T.P. N°5

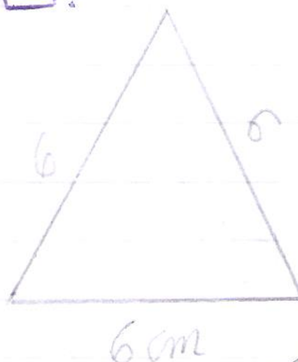
1. Un cuadrado y un triángulo equilátero tienen la misma área. Si el lado del cuadrado mide 6 cm., ¿cuál es la longitud del lado del triángulo? Rpta: 6 cm.

Área de un cuadrado: lado x lado

Área de un triángulo: $\frac{base * altura}{2}$

Son equiláteros por lo tanto todos sus ángulos y lados son iguales. El lado del △ es igual al lado del □.





Mal

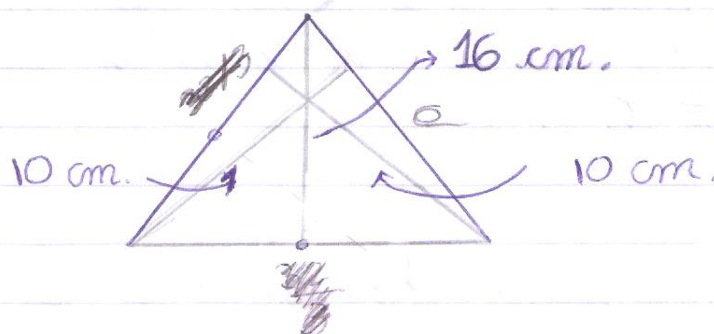
Así se resuelve: $\frac{\sqrt{3}}{2} a . a = 36$ ✓

h del △ equilátero

Qué significa que tengan la misma área?

2. En Un triángulo isósceles, la altura correspondiente a esa base mide 16 cm y la altura relativa a uno de los lados iguales mide 10 cm. ¿Cuál es el área del triángulo?

Isósceles: dos lados iguales y dos ángulos iguales



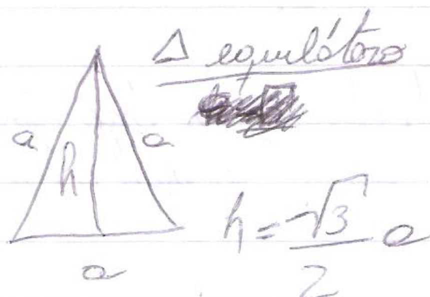
$16 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a$

$a = \frac{32\sqrt{3}}{3}$

Área triángulo: $\frac{\frac{32\sqrt{3}}{3} \cdot 16}{2}$

$= 147,8016689$

Mal porque es un Δ isósceles



$h = \frac{\sqrt{3}}{2} a$

$16^2 = a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Rightarrow 256 = \frac{3a^2}{2} + \ldots$ es $\left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2 = a^2$ hipotenusa

$\Rightarrow$ ~~128~~ $= 16 = \frac{3a}{2} \Rightarrow a = \frac{32}{3}$

Aplicaste mal

$16^2 = a^2 + (a/2)^2 \Rightarrow$ ~~$16^2 = \frac{3}{4} a^2$~~

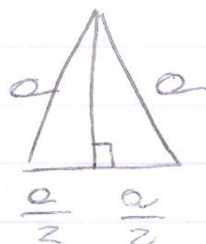
$16^2 = a^2 + \frac{a^2}{4} \Rightarrow 16^2 = \frac{5}{4} a^2 \Rightarrow \frac{1024}{5} = a^2 \Rightarrow \frac{32\sqrt{5}}{5} = a$ ✗

I Investigar las relaciones métricas en los polí-
-gonos regulares.

3. Un hexágono regular está inscripto en un círculo de radio de 12 cm. ¿Cuál es el área del hexá-
-gono?

Mal porque el Δ es isósceles

Δ equilátero



$c_1^2 + c_2^2 = h^2$

$\frac{a^2}{4} + h^2 = a^2 \Rightarrow h^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}$

$\Rightarrow h^2 = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow h = \frac{a}{2}\sqrt{3}$

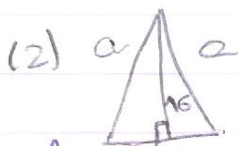
2.

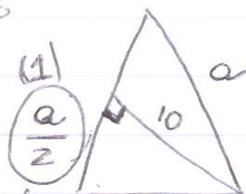






Δ isósceles





$16^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2$

$16^2 = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow a = \frac{1024}{3}$

mal porque esa no es la hipotenusa ??

?

$h^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = a^2$

[illegible]

mal ?

(1) $10^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + x \Rightarrow 10^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = x$

(2) $16^2 + \left(\left(10^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right)/2\right)^2 = a^2 \Rightarrow$ ~~16~~ +

Mal no podés suponer que vale $\frac{a}{2}$.

Hecho en 241

$$16^2 + \left(\left(10^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right)/2\right)^2 = a^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 16^2 + \frac{a^4}{32} - 25a^2 + 5000 - a^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5256 + \frac{a^4}{32} - 26a^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a^4 - 832a^2 + 168192 = 0 \quad ?$$

$\Rightarrow$ ~~$a^2 \, (a^2 - 832)$~~

?

Mal. Hecho en corillo 271

$$\left(10^2 - \frac{a^2}{4}\right)^2 \Rightarrow \left(10^2 - \frac{a^2}{4}\right)\left(10^2 - \frac{a^2}{4}\right)$$

$$= 10000 - 25a^2 - 25a^2 + \frac{a^4}{16} = 0$$

$$\frac{a^4}{16} - 50a^2 + 10000 = 0$$

3. Un hexágono regular está inscripto en un círculo de radio 12 cm. ¿Cuál es el área del hexágono?

Área de un hexágono: $p * a/2$.

Donde p es el perímetro y a es el apotema.

Apotema de un hexágono: Es la línea que va del centro del polígono a la mitad de cualq. de los lados. Es la altura del polígono.

Perímetro del hexágono es igual a la suma de las longitudes de sus seis lados.

Mal

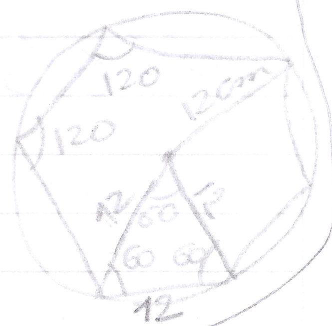
Suponiendo q. la apotema es el radio

Área de un hexágono: $\underbrace{(12 \times 6)}_{=P} \times \frac{6}{2} = 216$

$\theta = \frac{180(n-2)}{n} \Rightarrow \theta = \frac{180(6-2)}{6} \Rightarrow$

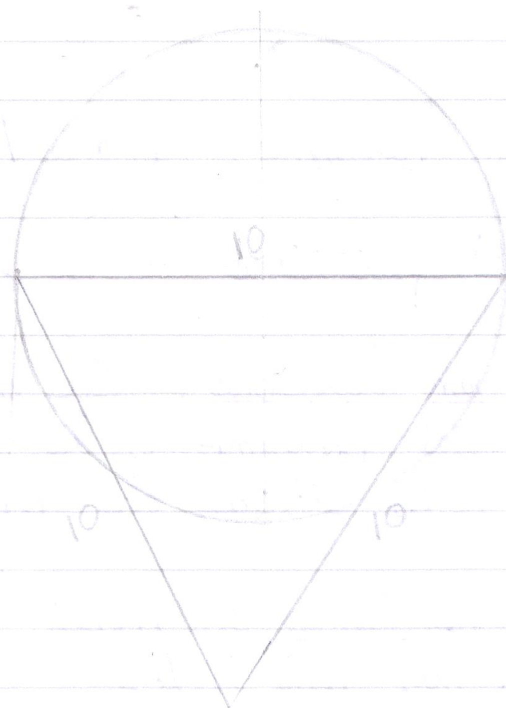
$\theta = 120°$

$P = 6 \times L \Rightarrow P = 6 \times 12 = 72$



Mal!, porque la apotema no es el radio, la hipotenusa es el radio

4. Una figura está formada por un círculo y un triángulo equilátero. El diámetro del círculo mide 10 mide ~~[illegible]~~ y el lado del triángulo mide 10 cm. ¿Cuál es el área de la figura?





¿El área de la figura es la suma de las dos áreas.

Área de la figura: Área del Δ + Área del $\bigcirc$

~~[illegible]~~

radio = $\frac{\text{diametro}}{2}$ Área $\bigcirc = \pi . r^2$

Área $\Delta = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} . 10 . 10 \right) . \frac{1}{2} =$

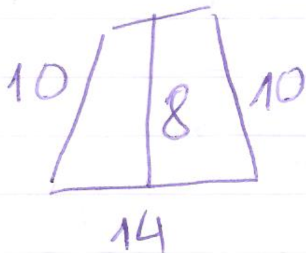
suma las dos y listo

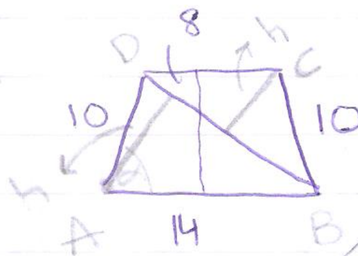
5. En un trapecio isósceles, los lados iguales miden 10 cm. y la base mayor mide 14 cm ¿cuál es el área del trapezoide si la altura relativa a la base mayor mide 8 cm.?

Mal se equivocaron enunciado es el área del trapecio

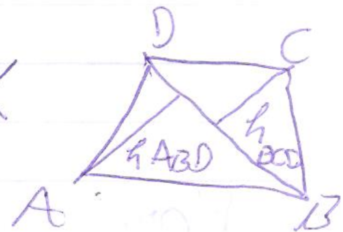
Área del trapezoide: es la suma de las áreas de los dos triángulos. el X área del triángulo es $(\text{base} \times \text{altura}) \cdot \frac{1}{2}$

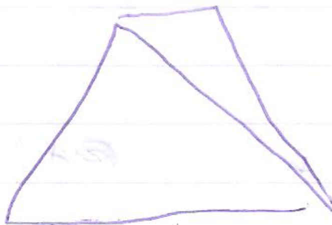
$$A \ \square = \frac{B \cdot h_{ABD}}{2} + \frac{B \ h_{BCD}}{2}$$

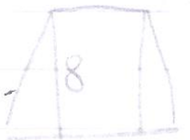


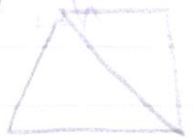


X



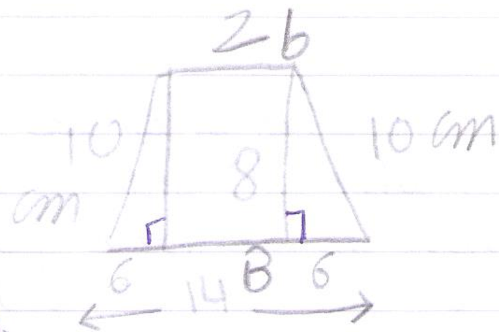






X $D_1 = \sqrt{14^2 + 10^2 - 2 \cdot 14 \cdot 10 \cdot \cos\alpha}$

halló base menor a partir de la altura y la base mayor



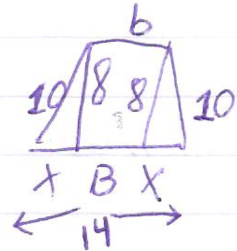
Pitágoras

$8^2 + x^2 = 10^2$

$64 + x^2 = 100$

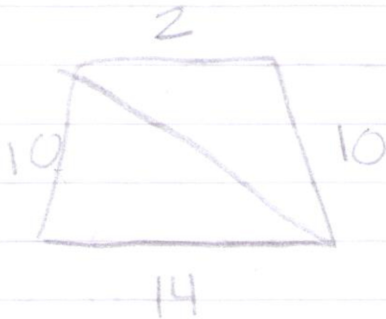
$36 = x^2$

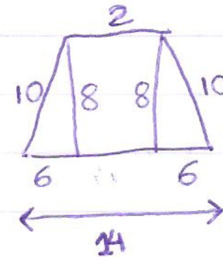
$\boxed{6 = x}$



b menor = 14 - 6 - 6

b = 2 cm





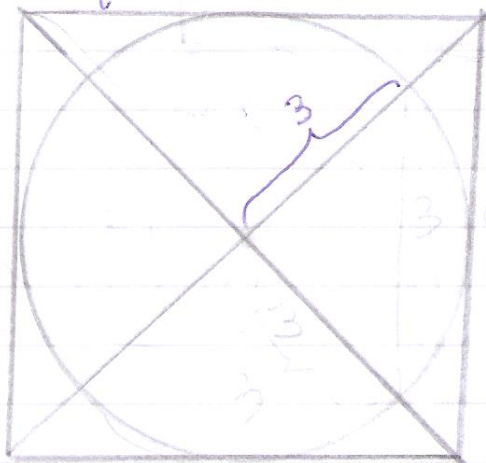
Para hallar el área de un trapecio, debes conocer las longitudes de los dos lados paralelos (las "bases" y la altura.

Área del ⏢ $= \frac{B + b}{2} * h =$

$= \frac{14+2}{2} * 8 = 64$

6. Calcular el área sombreado si ABCD es un cuadrado de lado 6 cm.

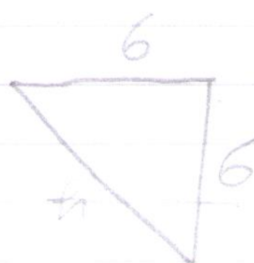
4x. Calcula el lado y la apotema de un cuadrado circunscrito en una circ. de 3 cm. de radio.

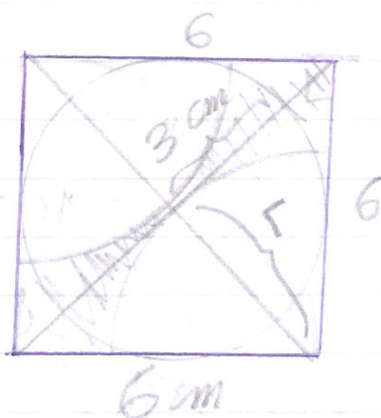


$ap = R = 3\ cm$

$L = 2R = 2.3 = 6cm$

$L = 2R = 2.3 = 6$





Pitágoras:

$6^2 + 6^2 = h^2$

$72 = h^2$

$h = 6\sqrt{2}$

$\frac{6\sqrt{2}}{2}$ = radio semicircunferencia

Área sombreada

Área cuadrado − 2x Área de semicírculo =

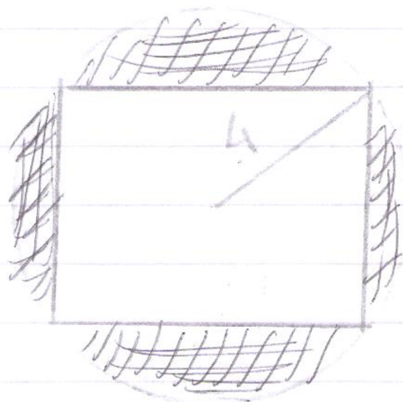
$l \times l - 2 \times [(\pi \times r^2) \times 1/2]$

249

$6 \times 6 - (\pi * 3^2) =$

$6^2 - (\pi * 3^2) = 7,7256$

7. Un cuadrado está inscripto en una circunferencia de radio 4 cm. Calcular el área entre ellos.



Mal

calcule mal el área. Tenía q calcular el área sombreada

L = 2R = 2.4 = 8 cm.

Área cuadrado = $l * l = 8 * 8 = 64$

Área círculo = $\pi * r^2 = 16\pi$

Como el cuadrado está inscripto en la circ. el área comprendida entre ellos es el área más grande, es decir, el círculo.

8. Si se aumentan 2 m al lado de un cuadrado, su área aumenta en 36 m². Encontrar el lado.

$(l+2)$

$$(l+2)^2 = 36$$

$$l^2 + 2l + 2l + 2^2$$

$$l^2 + 4l + 4 = 36$$

$$l^2 + 4l - 32 = 0$$

$$\Rightarrow \left(-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}\right)\frac{1}{2a}$$

$$\Rightarrow \left(-4 \pm \sqrt{4^2 + 4.1.32}\right).\frac{1}{2}$$

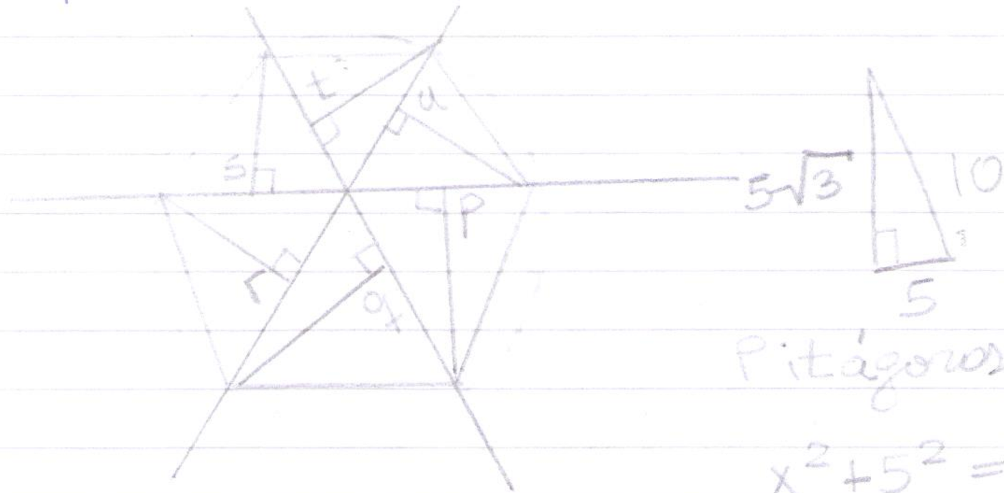
$$\Rightarrow (-4 \pm 12).\frac{1}{2}$$

$$\boxed{X_1 = 4}$$

$$X_2 = -8$$

∴ El lado mide 4 m.

9. Calcular el área de la figura sombreada, por dos caminos distintos, sabiendo que el radio de la circ. es de 10 cm y que los puntos: P, Q, R, S, U. son los puntos medios de los radios.



Pitágoras

$x^2 + 5^2 = 10^2$

$x^2 = 10^2 - 5^2$

$x^2 = 100 - 25$

$x^2 = 75$

$x = 5\sqrt{3}$

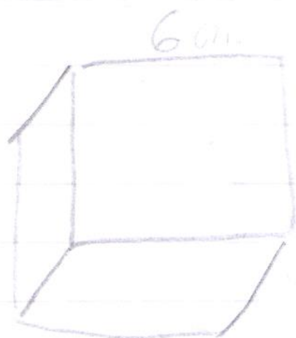
Área del $\Delta = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{5 \cdot 5\sqrt{3}}{2}$ ✓

Área sombreada = Área $\Delta * 6$

$= 75\sqrt{3}$

Área de Cuerpos:

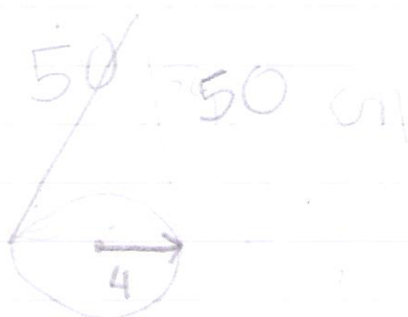
① Un cubo de 6 cm. de arista está compuesto por 6 caras cuadradas iguales. ¿Cuál es el área total del cubo?

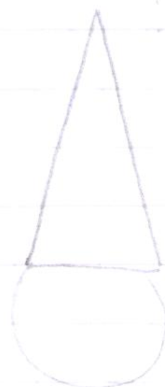


$(l \times l) \times 6$

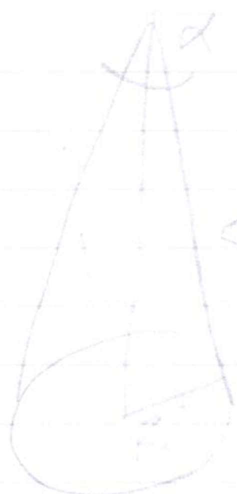
6^3 es el área del cubo

2. Un cono de 4 cm. de radio tiene una superficie lateral que mide 50 cm². ¿Cuál es el área total del cono?







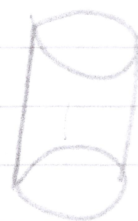




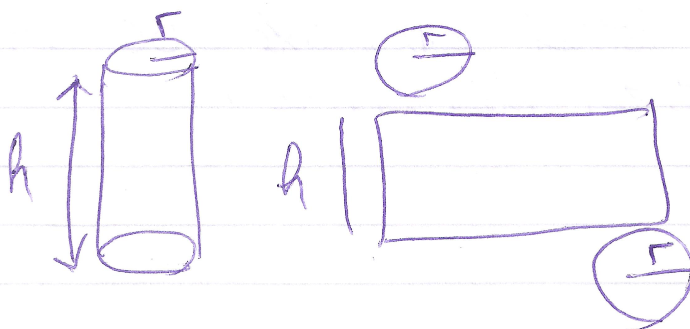
$A = \pi R (R + a)$

$\pi \cdot 4(4 + 50) = 216\pi = 678,58$

③ Un cilindro de 8 cm de altura tiene una superficie lateral que mide 80 cm². ¿Cuál es el área total del cilindro?



La superficie lateral de un cilindro es el área de rectángulo cuyos lados son h (altura del cilindro) y 2πr (longitud de la circunferencia).



✓

Superficie lateral = 2π . r . h

$80 \text{ cm}^2 = 2 . \pi . r . 8 \text{ cm}$

$10 \text{ cm}^2 = 2\pi . r$

$5 = \pi . r$

$\frac{5}{\pi} = r$

$\boxed{r \cong 1{,}59}$

~~Áreas de un cilindro~~

Área lateral de un cilindro.

$AL = 2\pi . r . h$

Área total: $AT = AL + 2B$

$AT = 2\pi r h + 2\pi r^2$

$AT = 2\pi r (h + r)$

Volumen: $V = B . h$

$AT = 80\ cm^2 + 2\pi . \frac{5}{\pi}$

$AT = 80\ cm^2 . 2.5 \Rightarrow AT = 80\ cm^2 . 10$

$\Rightarrow$ $\boxed{AT = 800\ cm^2}$

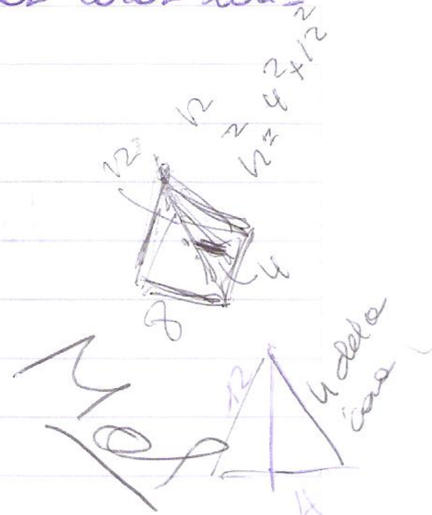
256

④ Una pirámide cuadrangular regular de 12 cm. de altura tiene una base cuadrada de 8 cm. de lado. ¿Cuál es el área total de la pirámide?

Área pirámide : A. Base + Áreas caras laterales * 4

Área base : base * base

A. C. Laterales : (b * h)/2



Área base : 8 x 8 = 64

A. C. Laterales : (8 x 12)/2 = 48

Área pirámide = 64 + 48 * 4

= 256

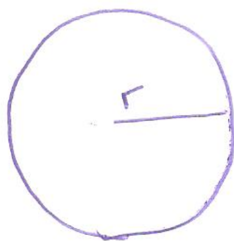
la hip. es la altura del △

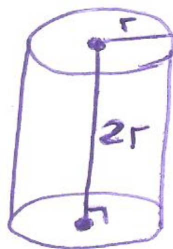
⑤ Una esfera tiene un volumen de $36\pi\ cm^3$ ¿Cuál es su área total?

Arquímedes descubrió que el área de superficie de una esfera es igual al área lateral de superficie de un cilindro que tiene el mismo radio como la esfera y una altura de longitud del diámetro de la esfera.

El área de superficie del cilindro es: $2\pi r(2r)$
$= 4.\pi.r\wedge 2$

(5)





Área lateral de superficie del cilindro =
$= 2\pi (2r) = 4\pi r^2$.

Área de superficie de una esfera con radio r es igual a $4\pi r^2$.

La fórmula del volumen de una esfera es

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$36\pi \text{ cm}^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \Rightarrow 27\pi \text{ cm}^3 = \pi \cdot r^3 \Rightarrow$$

$$\frac{27\pi \text{ cm}^3}{\pi} = r^3 \Rightarrow 27 \text{ cm}^3 = r^3 \Rightarrow \sqrt[3]{27} = r$$

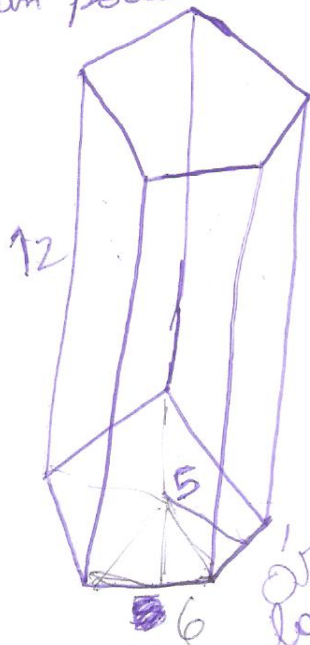
$$\Rightarrow \boxed{r = 3 \text{ cm}^3}$$

Área de superficie de una esfera: $4\pi \cdot 3^2 = 36\pi$

$= 36\pi \simeq 113,097$

6. Calcular el área total de un prisma pentagonal regular de altura 12 cm., donde la apotema de la base es 5 cm. y la medida de un lado de la misma es de 6 cm.

Es un poliedro

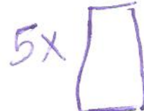


A_T = Suma de A caras.

A_l = Suma de A caras laterales

hay 2 tipos de caras

2x 

5x 

Área de polígono regular = $\frac{\text{Perímetro} \times \text{apotema}}{2}$ ⇒

Área de las bases

5 x 6/2 =

6x12x5

Área de las caras laterales

Á. del rectángulo : b.h -

A l = Área del rectángulo x 5

Áreas de las bases + Áreas laterales

= $A_B + A_L$

⑥ Calcular el area total del prisma pentagonal regular de altura 12 cm., donde la apotema de la base es 5 cm. y la medida de un lado de la misma es de 6 cm

¿la medida de un lado de la misma?



Área Bases: Á. polígono regular =

$= \frac{\text{perímetro} \times \text{apotema}}{2} = \frac{\underbrace{(5.6)}_{P}.5}{2} = \boxed{150\ cm^2}$

12 cm. $\text{Área}_{\square} = b.h = 6.12 = 72\ cm^2$

$\text{Área Total} = A_B + A_L = 222\ cm^2$

VOLUMEN DE CUERPOS.

1. Una esfera tiene un volumen de $288\pi\ cm^3$. Cuál es su radio?

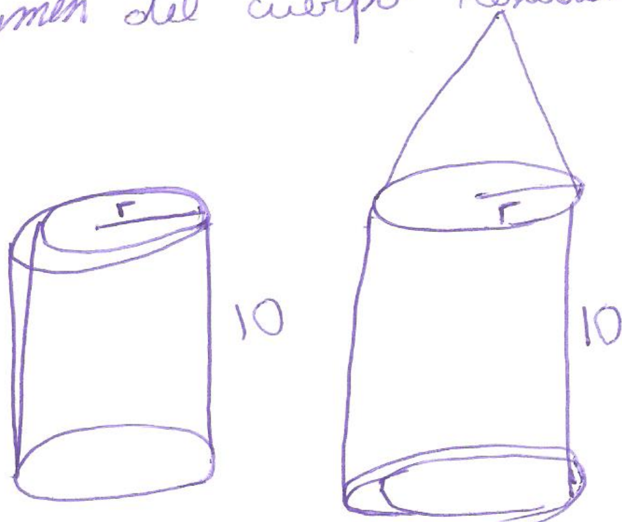
$$V_e = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

Volumen de una esfera $= \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

$$288\pi = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \Rightarrow \frac{288\pi}{\frac{4}{3}\cdot\pi} = r^3$$

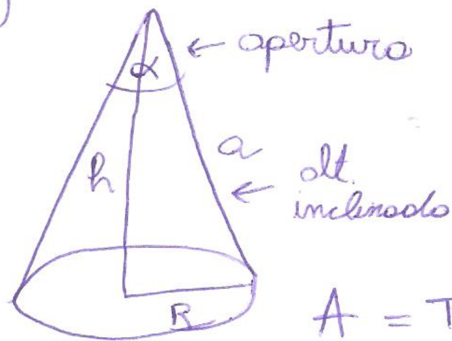
$$\Rightarrow 216 = r^3 \Rightarrow r = \sqrt[3]{216} \Rightarrow \boxed{r = 6}$$

2. Un cilindro circular recto tiene un radio de 4 cm y una altura de 10 cm. Si sobre el mismo se apoya un cono de igual radio y 8 cm. de altura. ¿Cuál es el volumen del cuerpo resultante?



Área y volumen del cono

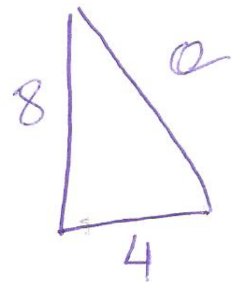
~~fórmula [illegible]~~



No necesitaba esto.

$$A = \pi R(R+a)$$

$$V = \frac{\pi h R^2}{3}$$



$a^2 = 8^2 + 4^2$

$a^2 = 80$

$a = 4\sqrt{5}$

② Área del cilindro regular recto + área de un cono.

Área del cilindro $= A_L + 2 . A_B$

Área de un cilindro circular es:

$$\text{Área} = 2\pi . r . (r + h)$$

donde r es el radio de la base y h la altura del cilindro

$A_{⊟} = 2\pi . 4 . (4 + 10) = 8\pi . 14 = 112\pi$

$A_{\Delta} = \pi . r . (r + a) = \pi . 4 . (4 + 4\sqrt{5})$

No necesitaba esto $= 16 + 16\sqrt{5}$

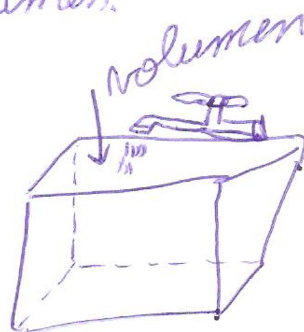
¿ Cuál es el volumen del cuerpo resultante?

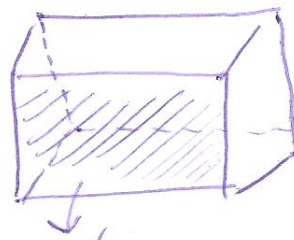
Volumen de un cono = $\frac{\pi * R^2 * H}{3}$

Volumen de un cilindro circular recto = $\pi . R^2 . H$

Si te ~~pregunto~~ pido que pintes la caja nece- -sitas saber el area para saber cuanto pintura necesi- tás. Si te pido cuanto agua puede alojar una ~~cubo~~ caja vas a tener que saber su volumen.

Caja = cuboid





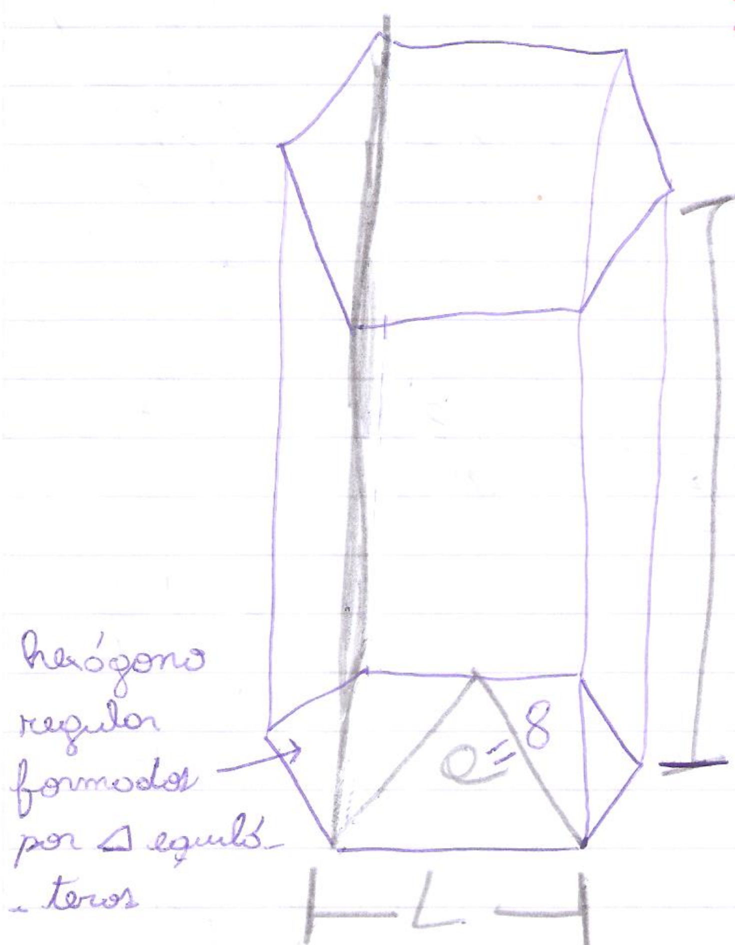
Volumen del cuerpo resultante =

Volumen del cono = $\frac{\pi . 4^2 . 8}{3} + \frac{\pi . 4^2 . 10}{} = \frac{608}{3} \pi cm^3$

volumen de un cilindro circular

3. Un prisma hexagonal regular tiene una altura de 20 cm. y una apotema de 8 cm. ¿Cuál es su volumen?

$$V = \frac{P.a}{2} . h$$





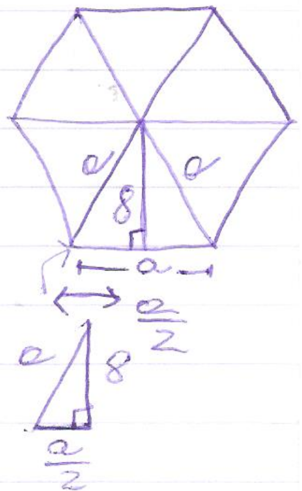


La apotema es la altura del Δ inscripto en el polígono

Calculo la apotema del hexágono regular

La apotema es el segmento que une el centro con la mitad de uno de los lados.

~~Con~~ La apotema coincide con la altura de uno de los <u>6 triángulos equiláteros</u>



Luego Volumen del prisma hexagonal regular $= \frac{P \cdot a}{2} \times h$

$$a^2 = 8^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

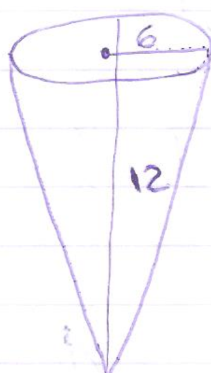
$$\frac{6 \cdot \left(\frac{16\sqrt{3}}{3}\right) \times 8}{2} \simeq 221,70 \, cm^3$$

$$a^2 = 64 + \frac{a^2}{4}$$

$$\frac{3}{4} a^2 = 64$$

$$\frac{16\sqrt{3}}{3} = a$$

4. Un cono invertido tiene una altura de 12 cm. y un radio de 6 cm. Si se apo-ya una semiesfera de igual radio en la parte superior del cono, ¿cuál es el volumen del cuerpo ~~...~~ resultante?



$$V_{cono} = \frac{\pi * r^2 * h}{3}$$

$$V_{esfera} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$V_{cono} = \underbrace{\pi * 6^2 * 12}_{= 432\pi} + V_{esfera} = \underbrace{\frac{4}{3} \pi . 6^3}_{= 288\pi}$$

∴ Volumen del cuerpo resultante =

$$V_{cono} + V_{esfera} = 720\pi$$

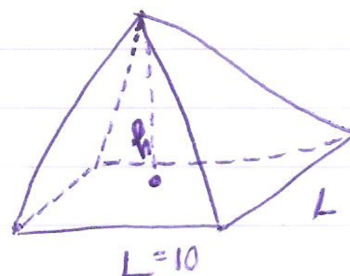
5. Una pirámide cuadrangular regular tiene una altura de 16 cm. Y una arista de ~~base~~ la base de 10 cm. Si se apoya sobre un cubo de igual arista ¿cuál es el V del cuerpo resultante?

Volumen Pirámide cuadrangular regular =

~~$\frac{B * h}{2}$~~ $= (\text{Área base} * h) \cdot \frac{1}{3}$; Área Base $= l * l$

Volumen de un cubo: $l * l * l = 10^3$





Área Base pirámide cuadrangular regular: $10 * 10 = 100\,cm^2$

Volumen pirámide cuadrangular regular =

$(100 * 16) \cdot \frac{1}{3} = \frac{1600}{3}\,cm^3$

∴ Volumen del cuerpo resultante:

$10^3 + \frac{1600}{3}$

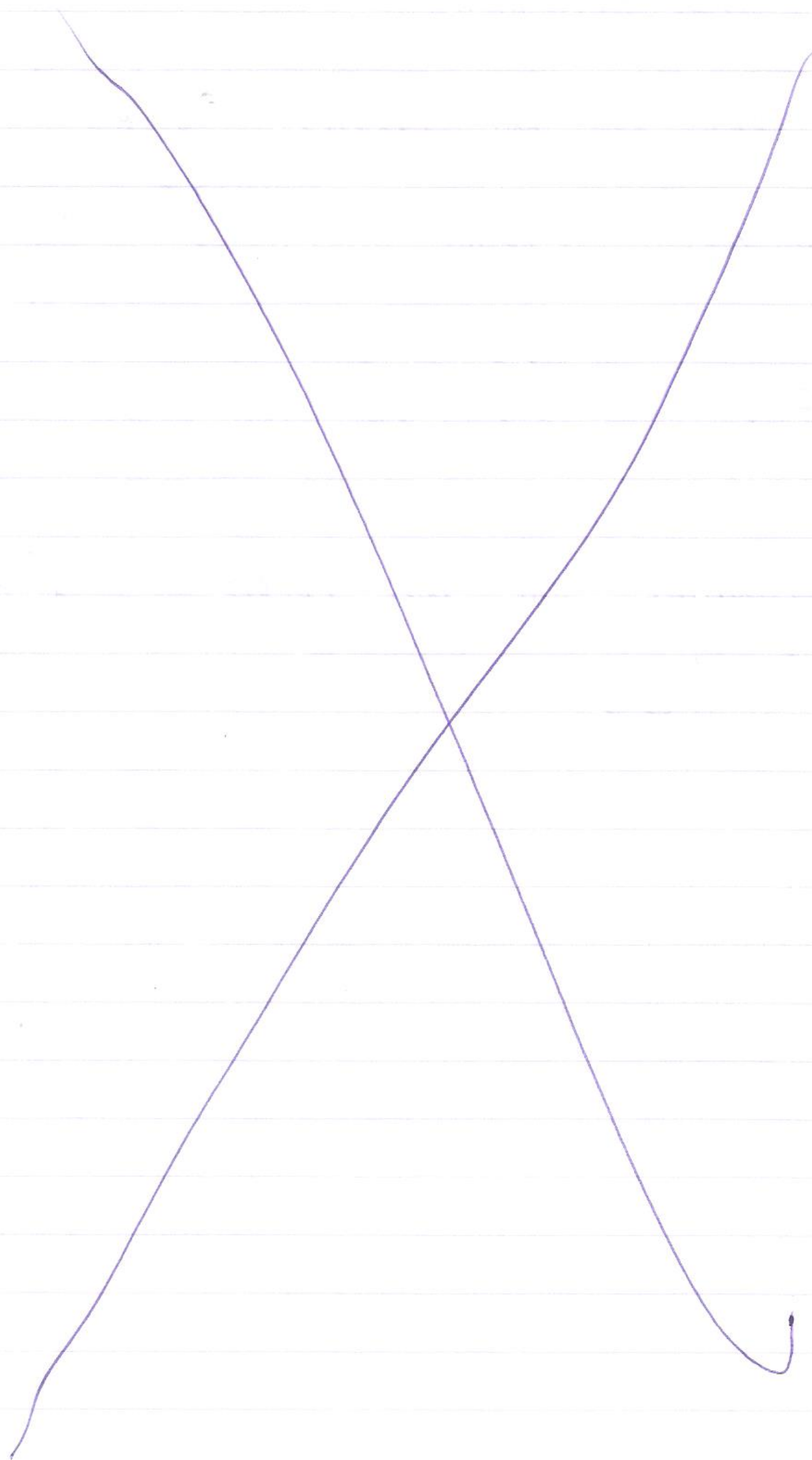
6. Él área total de un cubo es de $150 m^2$
Hallar su volumen.

Área de un cubo: $6 * l^2$

$6 * l^2 = 150 m^2 \Rightarrow l^2 = \frac{150}{6} m^2 \Rightarrow$

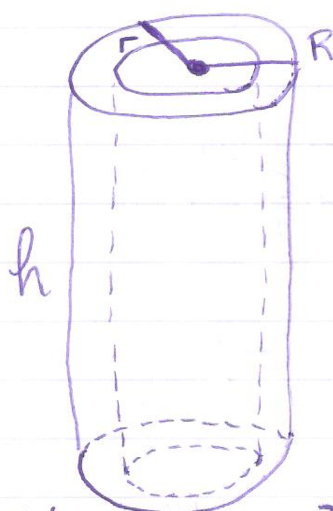
$l^2 = 25 \Rightarrow l = 5$

Volumen de un cubo $= l * l * l = l^3$
$= 5^3 = 125$



7. Encontrar el volumen de un tubo (cilindro hueco) de altura 12 cm, cuyos radios de base son 6 cm y 4 cm.

Volumen de un cilindro hueco: $\pi * h * (R^2 - r^2)$



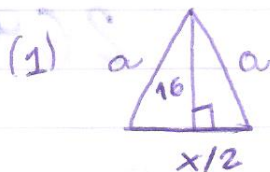
$V = \pi * h * (R^2 - r^2)$

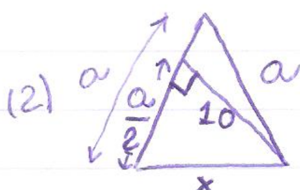
Volumen del cilindro hueco: $\pi * 12 * (6^2 - 4^2)$

$= 240\pi$

Repaso

② En un Δ isósceles, la altura correspondiente a esa base mide 16 cm. y la altura relativa a uno de los lados iguales mide 10 cm. ¿Cuál es el área del Δ?





(1) $\left(\frac{x}{2}\right)^2 + 16^2 = a^2 \Rightarrow \frac{x^2}{4} = a^2 - 16^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2 = (a^2 - 16^2) \cdot \frac{1}{4}$

(2) $10^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = x^2 \Rightarrow$ ~~$10^2 + \left(\frac{a^2}{4}\right)$~~ =

$\Rightarrow 10^2 + \frac{a^2}{4} = (a^2 - 16^2) \cdot \frac{1}{4} \Rightarrow$

$\Rightarrow 10^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{4} - 64 \Rightarrow 10 = -64$ (x/o)

X

(1) $\left(\frac{x}{2}\right)^2 + 16^2 = a^2 \Rightarrow \frac{x^2}{8} + 128 = \frac{a^2}{2}$

(2) $10^2 + \left(\frac{x^2}{8} + 128\right)^2 = x^2 \Rightarrow$ ~~100~~ $100 + \frac{x^4}{64} +$

$+ 16x^2 + 16x^2 + 16334 = x^2 \Rightarrow$ ~~$\frac{x^4}{64} + 32x^2 + 16434 = x^2 \Rightarrow$~~

~~$-\frac{63}{64}x^4 + 32x^2 + 16434 = 0$~~ (mult. * -64) $\Rightarrow 63x^4 + (-2048)x^2 + -1051776 = 0$

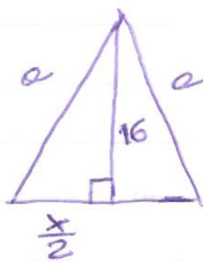
$\Rightarrow$ ~~x mal, sai do um resultado com números complexos~~

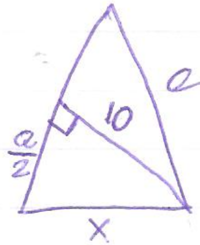
$\left(\frac{x^2}{8} + 128\right)\left(\frac{x^2}{8} + 128\right) = \frac{x^4}{64} + 16x^2 + 16x^2 + 16334$

$a = 4\sqrt{\frac{281}{15}} \quad x = 8\sqrt{\frac{41}{15}}$

(2)

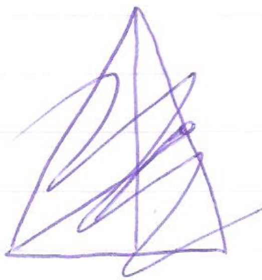
Área del $\Delta = \frac{b * h}{2}$

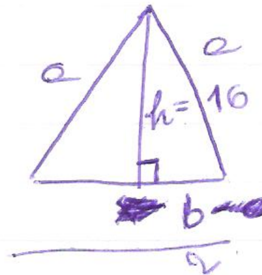


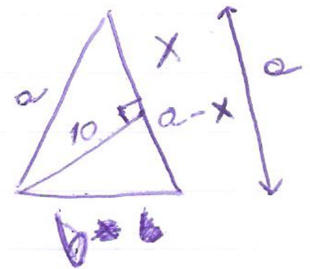


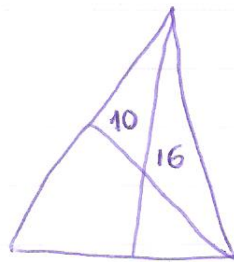
$$\frac{8\sqrt{\frac{41}{15}} * 16}{2} = \frac{16\sqrt{615}}{15}$$

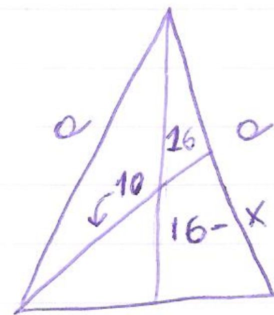
(2) Otra vez.











(1) $16^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = a^2$

(2) $10^2 + (a-x)^2 = b^2$

(3) $x^2 + 10^2 = a^2$

$$\left\{ \begin{array}{l} a = \frac{256}{\sqrt{231}} \\ b = \frac{160}{\sqrt{231}} \\ x = \frac{206}{\sqrt{231}} \end{array} \right.$$